

HADRONER

Pauli principen

Resonanser

→ boken 5.3

Kvark diagram

→ boken 5.4

Mesoner ($q\bar{q}$)

Spinveifunktion

→ boken 6.2

Flavour veifunktion

→ boken 5.2+6.2

Colour veifunktion

→ boken 6.3

Weight diagram

→ boken 6.2

Meson spektrum

Tung-meson spektroskopi → boken 6.1

Baryoner (qqq)

Spinveifunktion

→ boken 6.2

Flavour veifunktion

→ boken 5.2+6.2

Colour veifunktion

→ boken 6.3

Weight diagram

→ boken 6.2

Baryon spektrum

HADRONER

- Den totala vågfunktionen för en hadron kan skrivas som en produkt av vågfunktioner:

$$\Psi_{\text{total}} = \Psi_{\text{space}} \cdot \Psi_{\text{spin}} \cdot \Psi_{\text{flavour}} \cdot \Psi_{\text{colour}}$$

↓ ↓ ↓ ↓

$$n, L, L_z \quad S, S_z \quad I, I_3, Y \quad I^c, I_3^c, Y^c$$

- Fermioner** ($S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$):

Dessa följer Fermi-Dirac statistik och har antisymmetriska vågfunktioner.

- Bosoner** ($S = 0, 1, 2, \dots$):

Dessa följer Bose-Einstein statistik och har symmetriska vågfunktioner.

- Pauli principen:

- I) Två identiska fermioner kan inte existera i samma kvanttillstånd dvs ha exakt samma kvanttal.
- II) En vågfunktion som beskriver ett system bestående av två eller mer identiska fermioner måste vara antisymmetrisk.

● Symmetrisk - Antisymmetrisk vågfunktion:

I) Two identical fermions

$$\Psi(1,2) = +1 \cdot \Psi(2,1)$$

Symmetrisk vågfunktion

$$\Psi(1,2) = -1 \cdot \Psi(2,1)$$

Antisymmetrisk vågfunktion

II) Three identical fermions

$$\Psi(1,2,3) \begin{cases} = +1 \cdot \Psi(2,1,3) \\ = +1 \cdot \Psi(3,2,1) \\ = +1 \cdot \Psi(1,3,2) \end{cases}$$

Symmetrisk vågfunktion

$$\Psi(1,2,3) \begin{cases} = -1 \cdot \Psi(2,1,3) \\ = -1 \cdot \Psi(3,2,1) \\ = -1 \cdot \Psi(1,3,2) \end{cases}$$

Antisymmetrisk vågfunktion

$$\Psi(1,2,3) \begin{cases} = +1 \cdot \Psi(2,1,3) \\ \neq \pm 1 \cdot \Psi(3,2,1) \\ \neq \pm 1 \cdot \Psi(1,3,2) \end{cases}$$

Mixed symmetrisk vågfunktion

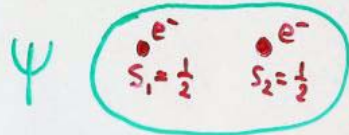
$$\Psi(1,2,3) \begin{cases} = -1 \cdot \Psi(2,1,3) \\ \neq \pm 1 \cdot \Psi(3,2,1) \\ \neq \pm 1 \cdot \Psi(1,3,2) \end{cases}$$

Mixed antisymmetrisk vågfunktion

Exempel:

Ett system bestående av två elektroner med $L=0$.

Om vi använder beteckningarna $\alpha = |\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$ och $\beta = |\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle$ för de enskilda elektronernas spinvägfunktioner får vi följande totala vägfunktioner:



$$\Psi = \begin{cases} |11\rangle = \alpha_1 \alpha_2 & \xrightarrow{1 \rightarrow 2} \alpha_2 \alpha_1 = \alpha_1 \alpha_2 \\ |1-1\rangle = \beta_1 \beta_2 & \xrightarrow{\quad \quad} \beta_2 \beta_1 = \beta_1 \beta_2 \\ |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2) & \xrightarrow{\quad \quad} \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_2 \beta_1 + \beta_2 \alpha_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_2 \alpha_1 + \alpha_2 \beta_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2) \\ |00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) & \xrightarrow{\quad \quad} \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_2 \beta_1 - \beta_2 \alpha_1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_2 \alpha_1 - \alpha_2 \beta_1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) \end{cases}$$

För en symmetrisk vägfunktion gäller: $\Psi(1,2) = \Psi(2,1)$

För en antisymm. vägfunktion gäller: $\Psi(1,2) = -\Psi(2,1)$

Dvs $|11\rangle$, $|1-1\rangle$ och $|10\rangle$ är symmetriska vägfunktioner och $|00\rangle$ är en antisymmetrisk vägfunktion.

\Rightarrow Endast $\Psi = |00\rangle$ uppfyller Pauli principen

Pauli principen

Mesoner:

Mesoner som är uppbyggda av en kvark och en antikvark (dvs fermioner som icke är identiska) kan ha både symmetrisk och antisymmetrisk total vågfunktion. Dvs de behöver ej följa Pauli principen.

Baryoner:

Baryonerna är däremot ibland uppbyggda av tre identiska kvarkar (tex $\Delta^- = ddd$, $\Delta^{++} = uuu$, $\Omega^- = sss$). Dessa måste följa Pauliprincipen och ha en total vågfunktion som är antisymmetrisk.

För Δ^- , Δ^{++} och Ω^- gäller

$$\underbrace{\Psi_{\text{total}}}_{\text{antisym.}} = \underbrace{\Psi_{\text{spin}}}_{\text{sym.}} \otimes \underbrace{\Psi_{\text{flavor}}}_{\text{sym.}} \otimes \Psi_{\text{colour}}$$

$\Rightarrow \Psi_{\text{colour}}$ måste vara antisymmetrisk.

Ovanstående resonemang är en av anledningarna till att den frihetsgrad som kallas colour måste intäras!

- $\Psi_{\text{space}} \cdot \Psi_{\text{spin}} \cdot \Psi_{\text{flavour}} = \Psi_{\text{total}}$

sym	sym	sym	sym
anti	sym	sym	anti
anti	anti	sym	sym
anti	anti	anti	anti

- J-quanttalet:

$$\begin{cases} J = L + S, \dots, |L - S| \\ J_z = -J, \dots, +J \end{cases}$$

dvs om $L = 0$ är $J = S$.

- Spektroskopiska beteckningar:

$$I(J^P) \quad \text{tex} \quad \pi^0 = 1(0^-) \quad p = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$$

$${}^{2S+1}L_J \quad \text{tex} \quad \pi^0 = {}^1S_0 \quad p = {}^2S_{1/2}$$

↓

S, P, D, ...

- Hur kan man från livstiden sluta sig till vilken typ av sönderfall en hadron kan ha?

<u>Växelverkan</u>	<u>Livstid (s)</u>
Stark	$10^{-22} \rightarrow 10^{-24}$
Elektromagnetisk	$10^{-16} \rightarrow 10^{-21}$
Svag	$10^{-7} \rightarrow 10^{-13}$

Exempel:

$$\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \quad \tau \approx 4 \cdot 10^{-24} \text{ s} \Rightarrow \text{Starkt sönderfall}$$

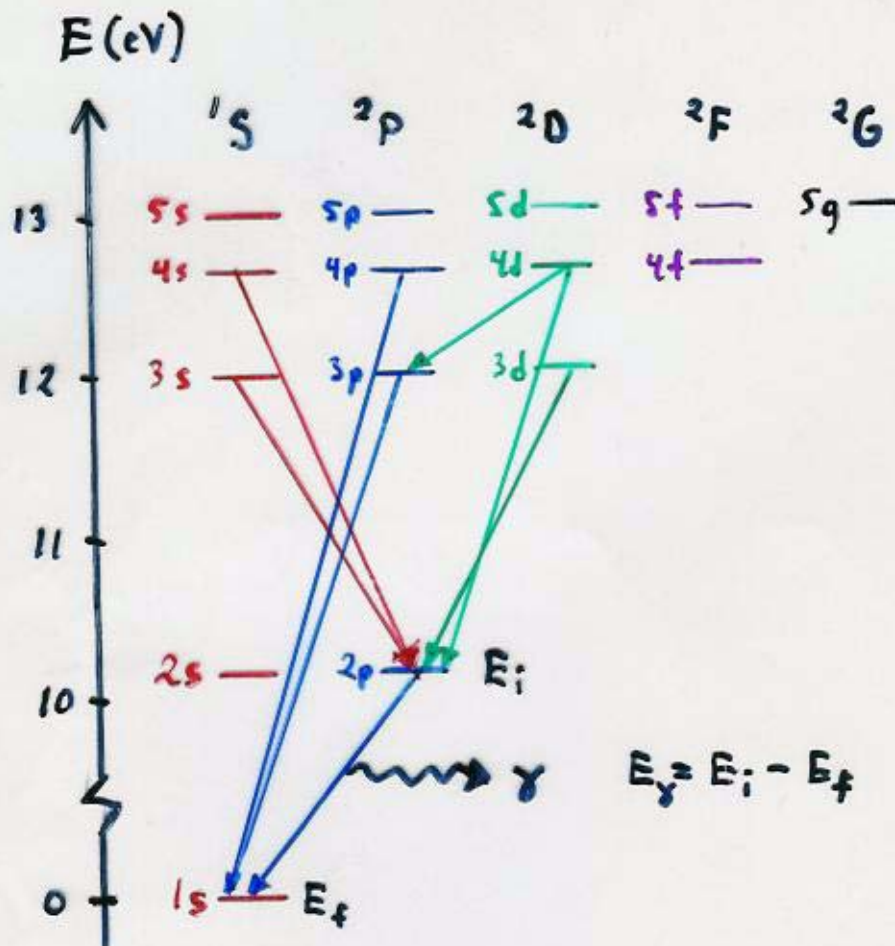
$$\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma \quad \tau \approx 8 \cdot 10^{-17} \text{ s} \Rightarrow \text{Elektromagnetiskt sönderfall}$$

$$K^+ \begin{cases} \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \\ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \end{cases} \quad \tau \approx 10^{-8} \text{ s} \Rightarrow \text{Svagt sönderfall}$$

Undantag: $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e \quad \tau \approx 10^{+3} \text{ s} \Rightarrow \text{Svagt sönderfall}$

- Stabila partiklar: Partiklar som sönderfaller svagt eller elektromagnetiskt.
- Resonanser: Partiklar som sönderfaller starkt.

Väteatomens spektrum



Om vi mäter E_γ får vi inte en oändligt skarp spektrallinje. Utan vi får pga Heisenbergs osäkerhetsrelation ($\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$) en breddning av spektrallinjen med ΔE .

Δt i detta fall ges av tillståndets sönderfallstid τ .

Vidden på spektrallinjen (Γ) definieras som $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$.

Resonanser

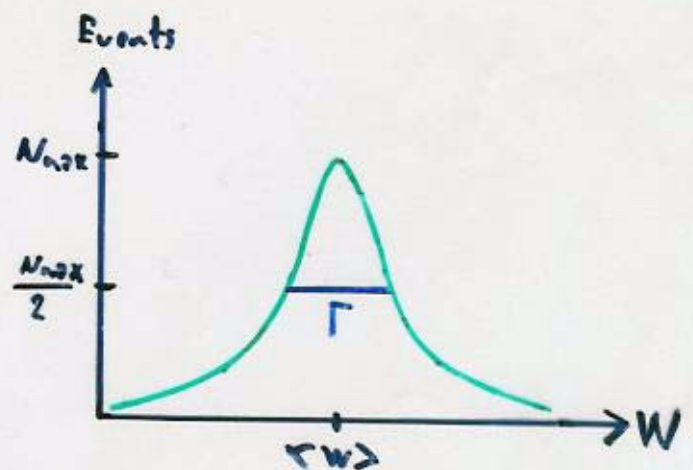
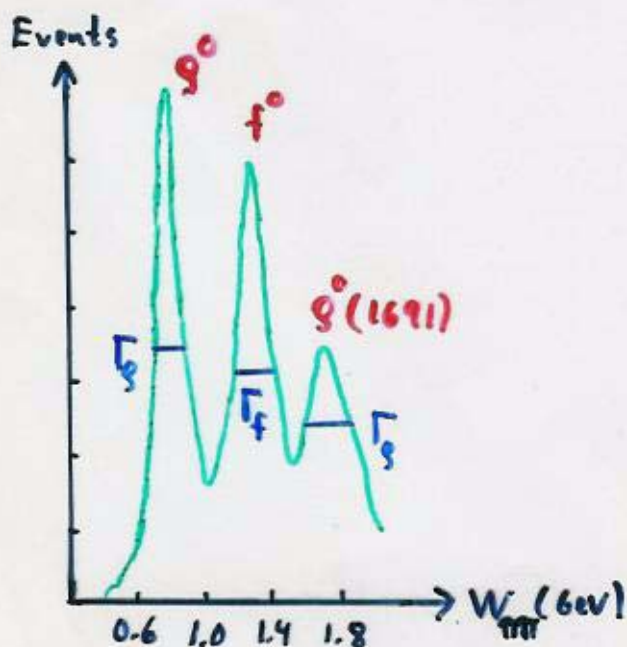
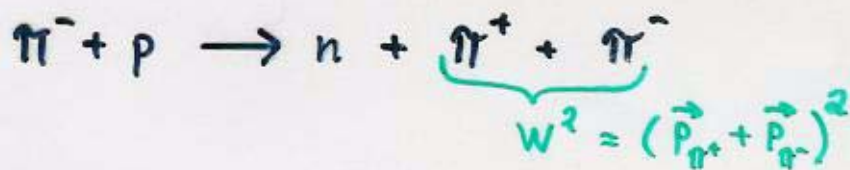
$$\left. \begin{array}{l} \Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \\ 1 \text{ \AA}/c = 6.582 \cdot 10^{-25} \text{ s} \end{array} \right\} \Rightarrow \Gamma (\text{GeV}) = \frac{6.582 \cdot 10^{-25}}{\gamma (\text{s})}$$

där Γ är resonansens "decay width" och γ är resonansens livstid.

Exempel:

ρ^0	$\gamma \approx 4 \cdot 10^{-24} \text{ s}$	$\Gamma = 153 \text{ MeV}$
π^0	$\gamma \approx 8 \cdot 10^{-17} \text{ s}$	$\Gamma = 8 \text{ eV}$
K^+	$\gamma \approx 10^{-8} \text{ s}$	$\Gamma = 5 \cdot 10^{-9} \text{ eV}$

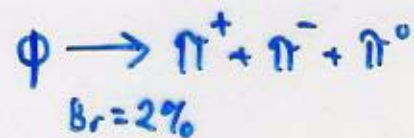
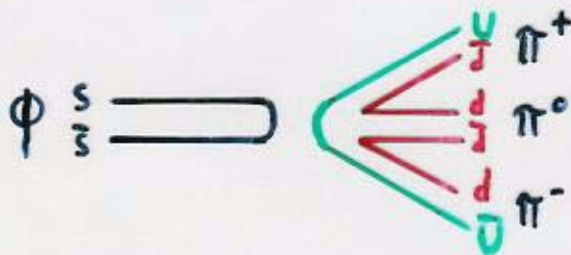
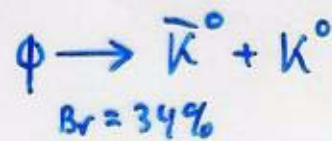
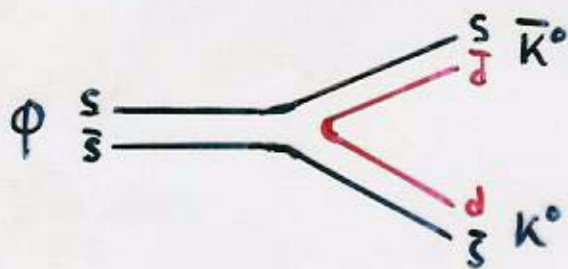
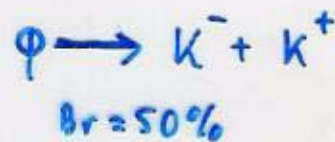
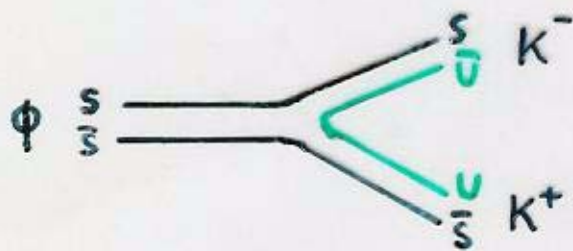
Exempel:



Breit-Wigner formelns:
$$N(W) = \frac{K}{(W - \langle W \rangle)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}$$

Kvark diagram

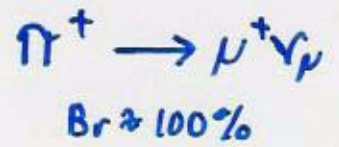
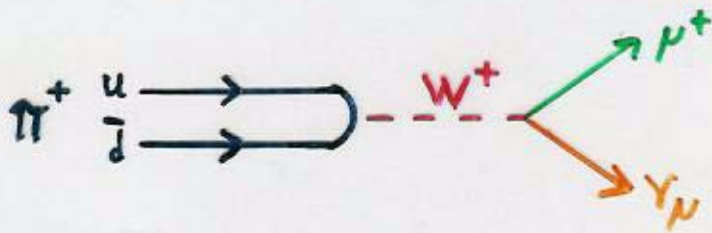
ϕ -mesonen sönderfaller i 50% av fallen till K^+K^- , i 34% av fallen till $K^0\bar{K}^0$ och i 2% av fallen till $\pi^+\pi^-\pi^0$. Dessa sönderfall kan illustreras med kvark diagram:



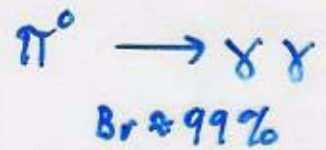
OZI (eller Zweig) regeln:

Sönderfall som beskrivs av avbrutna kvarklinjer är undertryckta.

Exempel på svagt sönderfall:



Exempel på elektromagnetiskt sönderfall:



Mesonen

- $J^P = 0^+$ "Scalar mesons"
 $J^P = 0^-$ "Pseudoscalar mesons"
 $J^P = 1^+$ "Axial vector mesons"
 $J^P = 1^-$ "Vector mesons"

- Beispiel $p \bar{p}$ vektor mesonen:

$$\begin{aligned}\phi &\approx s \bar{s} & m &\approx 1 \text{ GeV} \\ \omega/\psi &= c \bar{c} & m &\approx 3 \text{ GeV} \\ \Upsilon &= b \bar{b} & m &\approx 9,5 \text{ GeV}\end{aligned}$$

- Beispiel $p \bar{p}$ pseudoskalärmesonen:

$$\begin{aligned}K &= \bar{u}s, \bar{d}s, u\bar{s}, d\bar{s} & m &\approx 0,5 \text{ GeV} \\ D &= \bar{u}c, \bar{d}c, u\bar{c}, d\bar{c} & m &\approx 2 \text{ GeV} \\ B &= \bar{u}b, \bar{d}b, u\bar{b}, d\bar{b} & m &\approx 5 \text{ GeV}\end{aligned}$$

- $\Psi_{\text{total}} = \Psi_{\text{space}} \cdot \Psi_{\text{spin}} \cdot \Psi_{\text{flavour}} \cdot \Psi_{\text{colour}}$

Mesonens

$$\Psi_{\text{spinn}} - SU(2)$$

$$\text{Spin up} = \Psi_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \overset{S \quad S_z}{|\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\rangle} = \alpha = \uparrow = \Psi_u$$

$$\text{Spin ner} = \Psi_{\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}} = |\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}\rangle = \beta = \downarrow = \Psi_d$$

Mesoneus spinnvägfunktioner

$$\text{SU}(2) \text{ symmetrisk triplett} \left\{ \begin{array}{l} |11\rangle = \alpha_1 \alpha_2 \\ |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2) \\ |1-1\rangle = \beta_1 \beta_2 \end{array} \right\} = \Psi_{S=1}^{\text{sym.}}$$

$$\text{SU}(2) \text{ antisymmet. singlett} \left\{ |00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) \right\} = \Psi_{S=0}^{\text{anti}}$$

des mesonen har spinn $S=0$ eller $S=1$.

Mesons

$$\Psi_{\text{flavour}} - SU(3)$$

I, I_3, Y

$$\text{flavour up} = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \right\rangle = u$$

$$\text{flavour down} = \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \frac{1}{3} \right\rangle = d$$

$$\text{flavour strange} = \left| 0 \ 0 \ -\frac{2}{3} \right\rangle = s$$

Flavour kvanttal

	I	I ₃	Y
u	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
u	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
d	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
d	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
s	0	0	$-\frac{2}{3}$
s	0	0	$+\frac{2}{3}$

SU(3)
symmetrisk
oktett

$$\begin{aligned}
 |100\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}} [(d\bar{d} - u\bar{u}) + (\bar{d}d - \bar{u}u)] \\
 |110\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{d} + \bar{d}u) \\
 |1-10\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (d\bar{u} + \bar{u}d) \\
 |\frac{1}{2}\frac{1}{2}1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{s} + \bar{s}u) \\
 |\frac{1}{2}\frac{1}{2}-1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (d\bar{s} + \bar{s}d) \\
 |\frac{1}{2}-\frac{1}{2}1\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (s\bar{u} + \bar{u}s) \\
 |\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-1\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (s\bar{d} + \bar{d}s) \\
 |000\rangle &= \frac{1}{\sqrt{12}} [(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) + (\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s)]
 \end{aligned}$$

SU(3)
symmetrisk
singlett

$$|000\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} [(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) + (\bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s)]$$

SU(3)
Antisymmetrisk
oktett

$$\begin{aligned}
 |100\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}} [(d\bar{d} - u\bar{u}) - (\bar{d}d - \bar{u}u)] \\
 |110\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{d} - \bar{d}u) \\
 |1-10\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (d\bar{u} - \bar{u}d) \\
 |\frac{1}{2}\frac{1}{2}1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{s} - \bar{s}u) \\
 |\frac{1}{2}-\frac{1}{2}1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (d\bar{s} - \bar{s}d) \\
 |\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-1\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (s\bar{u} - \bar{u}s) \\
 |\frac{1}{2}\frac{1}{2}-1\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (s\bar{d} - \bar{d}s) \\
 |000\rangle &= \frac{1}{\sqrt{12}} [(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) - (\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s)]
 \end{aligned}$$

SU(3)
Antisymmetrisk
singlett

$$|000\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} [(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) - (\bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s)]$$

$\otimes \Psi_{S=0}^{Anti} \Rightarrow$

π^0
 π^+
 π^-
 K^+
 K^0
 K^-
 \bar{K}^0
 η_8
 η_1

} η^0

$\otimes \Psi_{S=1}^{Symi} \Rightarrow$

ρ^0
 ρ^+
 ρ^-
 ρ^+
 ρ^0
 ρ^-
 K^{*+}
 K^{*0}
 K^{*-}
 \bar{K}^{*0}
 ω_8
 ω_1

} ω^0

Mesons

$\Psi_{\text{colour}} - SU(3)$

$$\begin{aligned} & \quad \quad \quad I^3 \quad I^3_c \quad Y^c \\ \text{colour red} &= \left| \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \right\rangle = r \\ \text{colour green} &= \left| \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{3} \right\rangle = g \\ \text{colour blue} &= \left| 0 \quad 0 \quad -\frac{2}{3} \right\rangle = b \end{aligned}$$

"Colour"

- Kvarkar har inte bara smak ("flavour") utan också färg ("colour").

Flavour:	u - up	} SU(3)	Colour:	r - red	} SU(3)
	d - down			g - green	
	s - strangeness	} SU(4)	b - blue		
	c - charm				
	b - bottom				
	t - top				

- På samma sätt som anti-kvarkar har anti-flavour så har de också anti-colour ($\bar{r}, \bar{g}, \bar{b}$)

- SU(3)-flavour: Global inre symmetri

SU(3)-colour: "Local gauge symmetry"

⇒ Relaterad till stark Växelverkan

- Kvanttal:

	I	I ₃	Y	I ^c	I ₃ ^c	Y ^c			
SU(3) flavour	u	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	} SU(3) colour	r	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
	\bar{u}	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$		\bar{r}	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
	d	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$		g	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
	\bar{d}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$		\bar{g}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
	s	0	0	$-\frac{2}{3}$		b	0	0	$-\frac{2}{3}$
	\bar{s}	0	0	$+\frac{2}{3}$		\bar{b}	0	0	$+\frac{2}{3}$

"Colour" vågfunktioner

SU(3) octet

$$\left. \begin{array}{l}
 |1\ 0\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(g\bar{g} - r\bar{r}) \\
 |1\ 1\ 0\rangle = r\bar{g} \\
 |1\ -1\ 0\rangle = \bar{r}g \\
 |\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ 1\rangle = r\bar{b} \\
 |\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\ 1\rangle = g\bar{b} \\
 |\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\ -1\rangle = \bar{r}b \\
 |\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ -1\rangle = \bar{g}b \\
 |0\ 0\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(g\bar{g} - r\bar{r} - 2b\bar{b})
 \end{array} \right\} \text{Gluonernas vågfunktioner}$$

SU(3) singlet

$$\left\{ |0\ 0\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b}) \right\} \text{Mesonernas vågfunktioner}$$

● Alla mesoner har en "colour" vågfunktion som ges av en "SU(3) singlet" dvs $I^c=0$ $I_3^c=0$ och $Y=0$.

● $\Psi_{\text{meson}} = \Psi_{\text{space}} \cdot \Psi_{\text{spin}} \cdot \Psi_{\text{flavour}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$

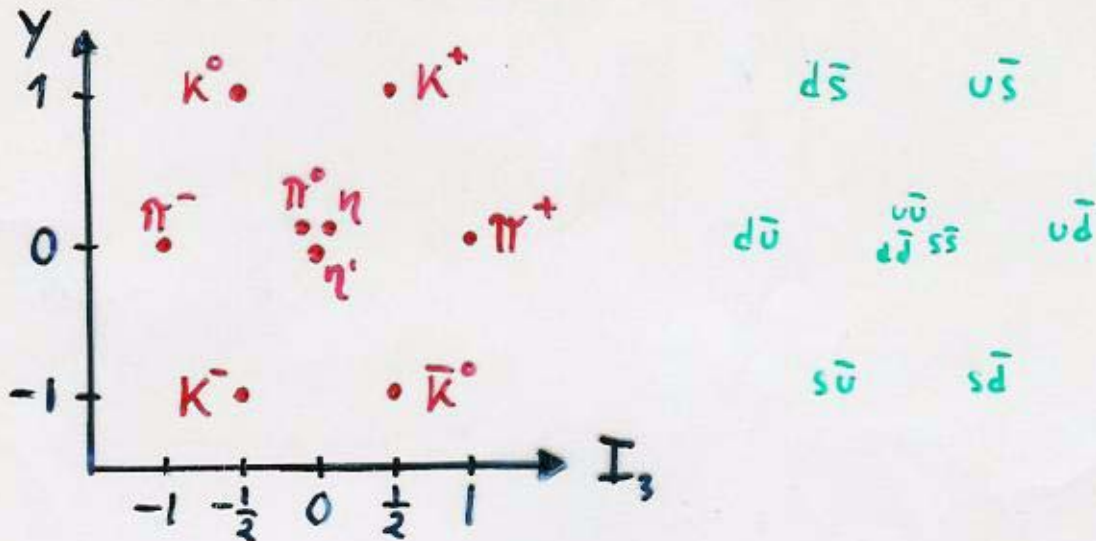
Exempel:

$$\Psi_{\pi^+} = \underbrace{|0\ 0\rangle \cdot |0\ 0\rangle}_{\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1\beta_2 + \beta_1\alpha_2)} \cdot \underbrace{|1\ 1\ 0\rangle}_{u\bar{d}} \cdot \underbrace{|0\ 0\ 0\rangle}_{\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})}$$

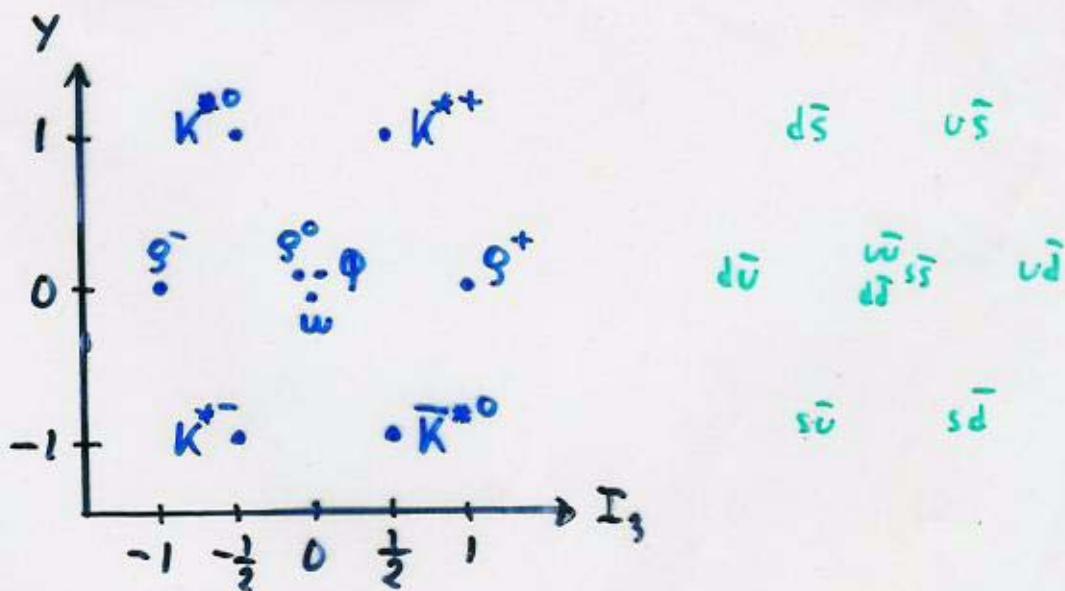
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(u_r\bar{d}_r + u_g\bar{d}_g) \quad \frac{1}{\sqrt{3}}(u_r\bar{d}_r + u_g\bar{d}_g + u_b\bar{d}_b)$$

Weight diagram

Pseudoscalar mesons $J^P = 0^-$



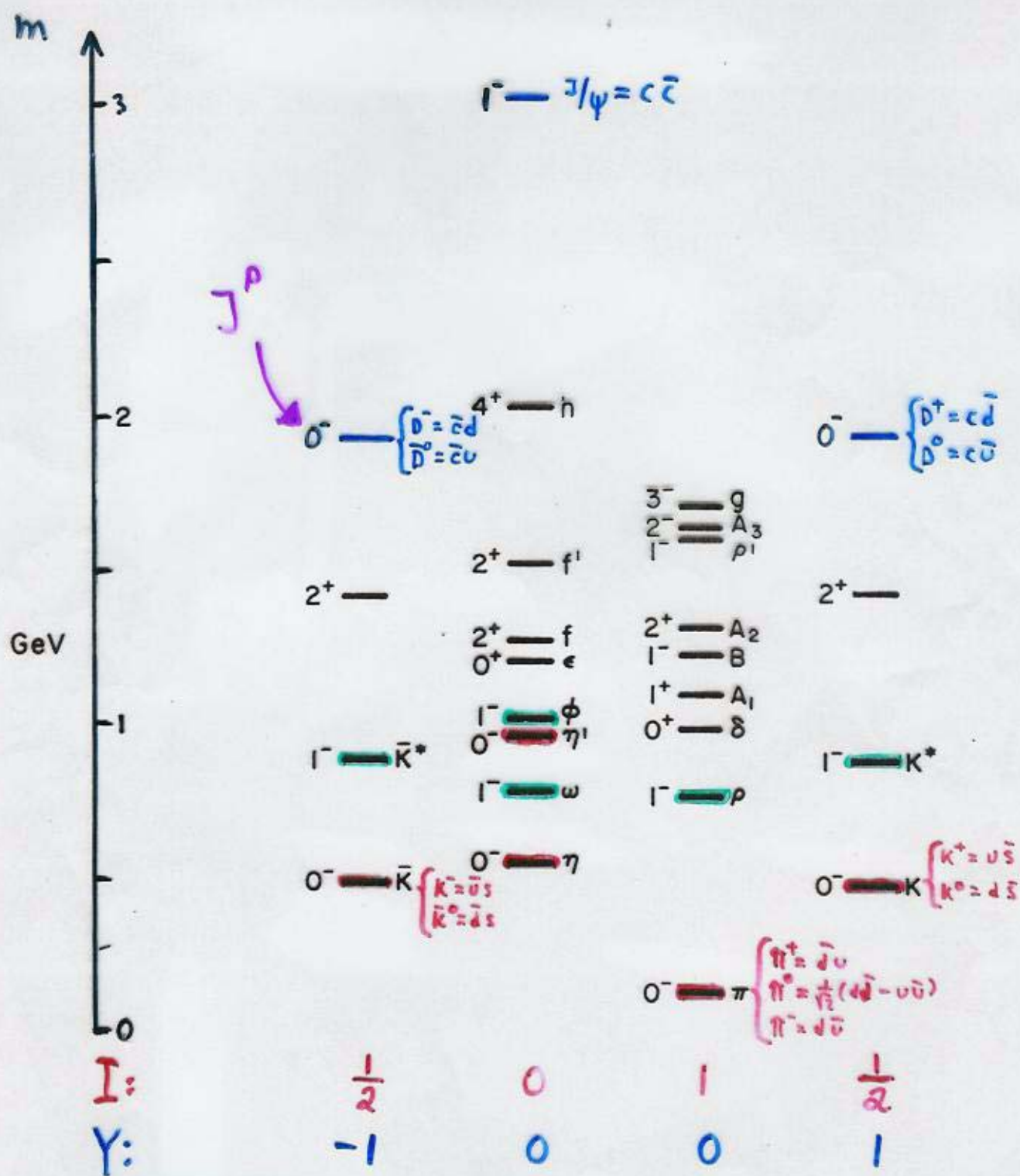
Vector mesons $J^P = 1^-$



$$Y = B + S$$

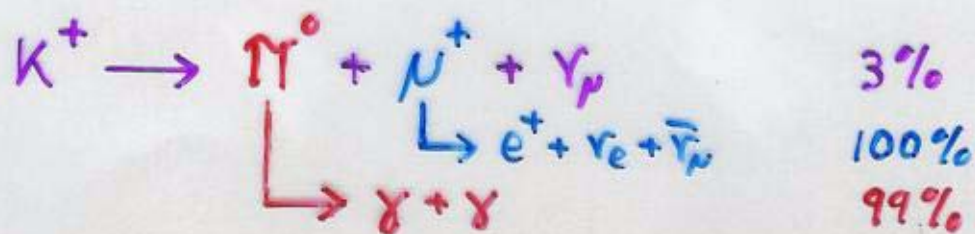
$SU(3)$ flavor

Meson spektrum



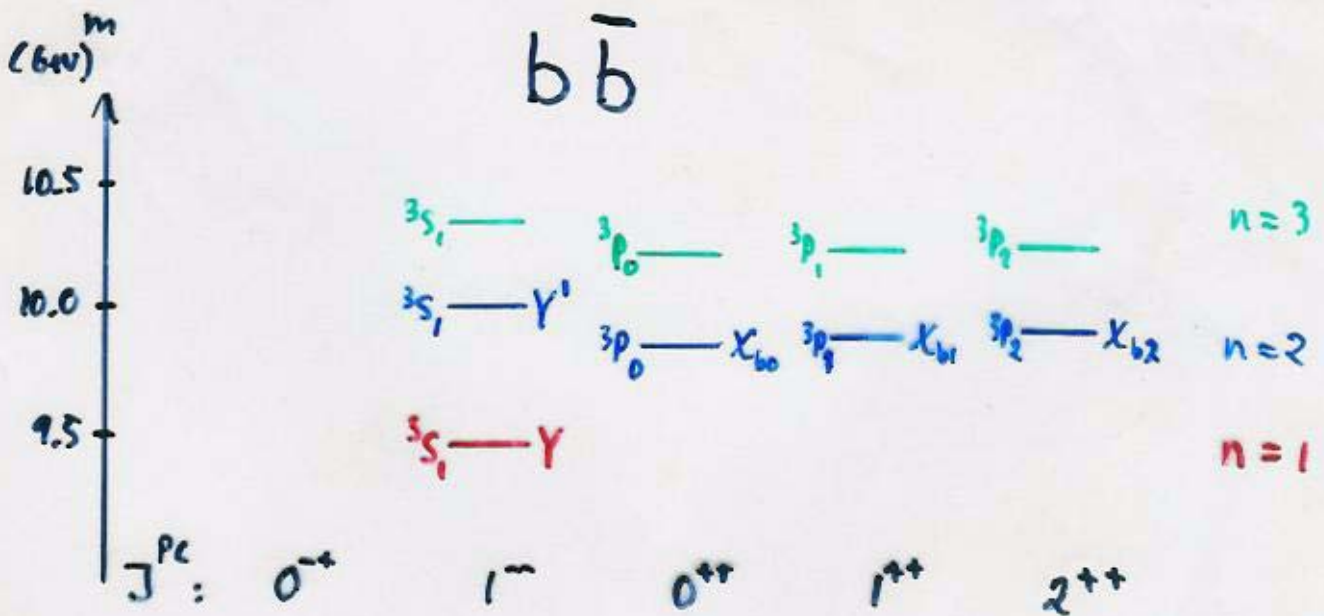
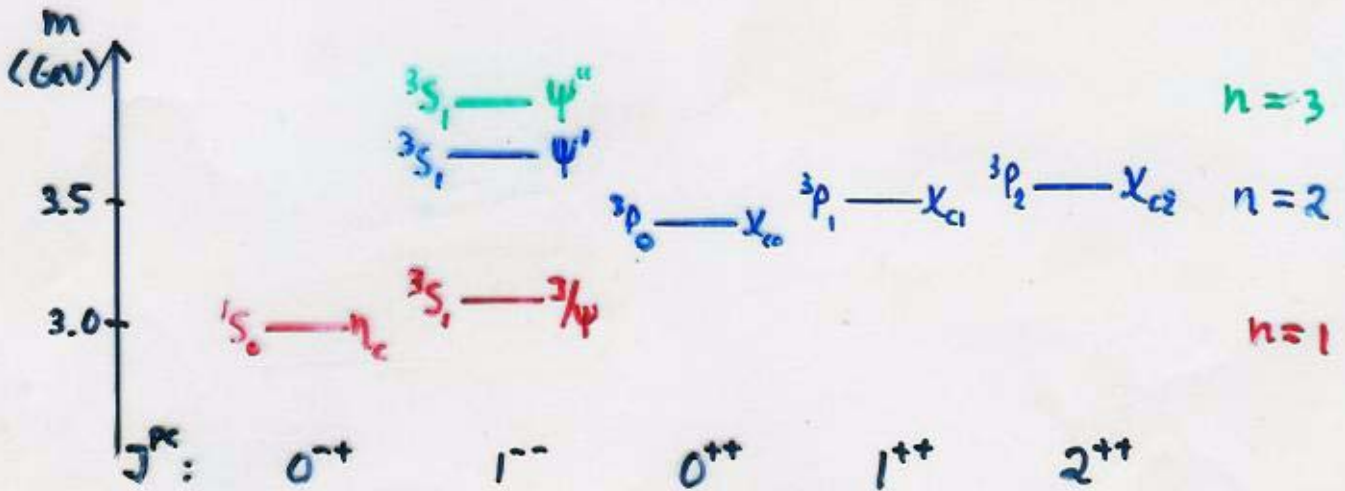
Ingen meson är fullständigt stabil utan alla mesoner sönderfaller till leptoner och fotoner.

Exempel:

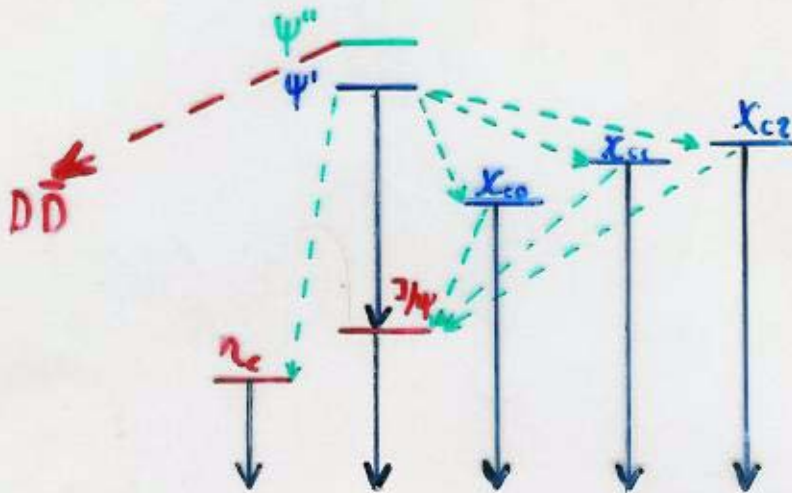


Tung-meson spektroskopi

$c\bar{c}$



Sönderfall



där ↓ = Hadroniska sönderfall

⋯ = Foton sönderfall ("radiative decays")

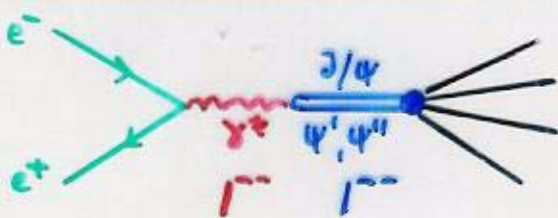
↓ = D D̄ - sönderfall

tex $\psi' \rightarrow 3/\psi + \pi^+ + \pi^-$

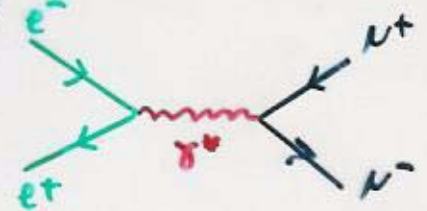
tex $\psi' \rightarrow \eta_c + \gamma$

tex $\psi'' \rightarrow D \bar{D}$

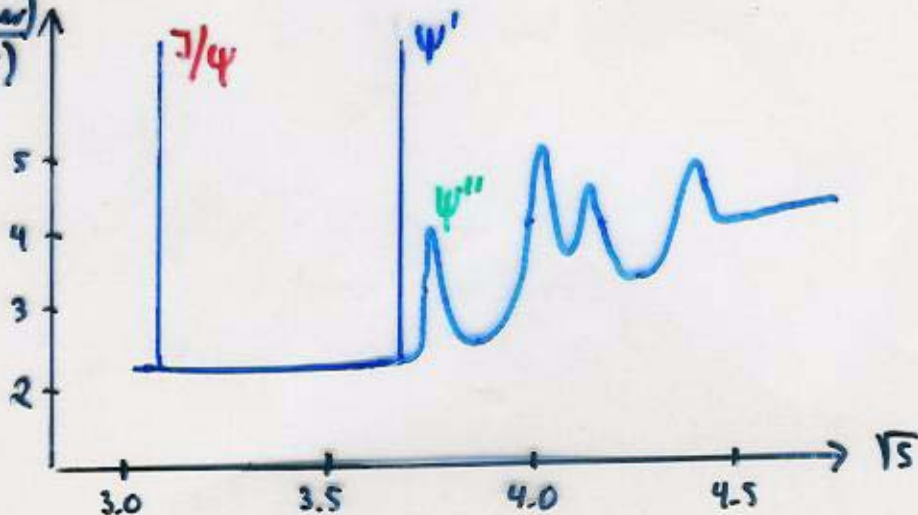
R =



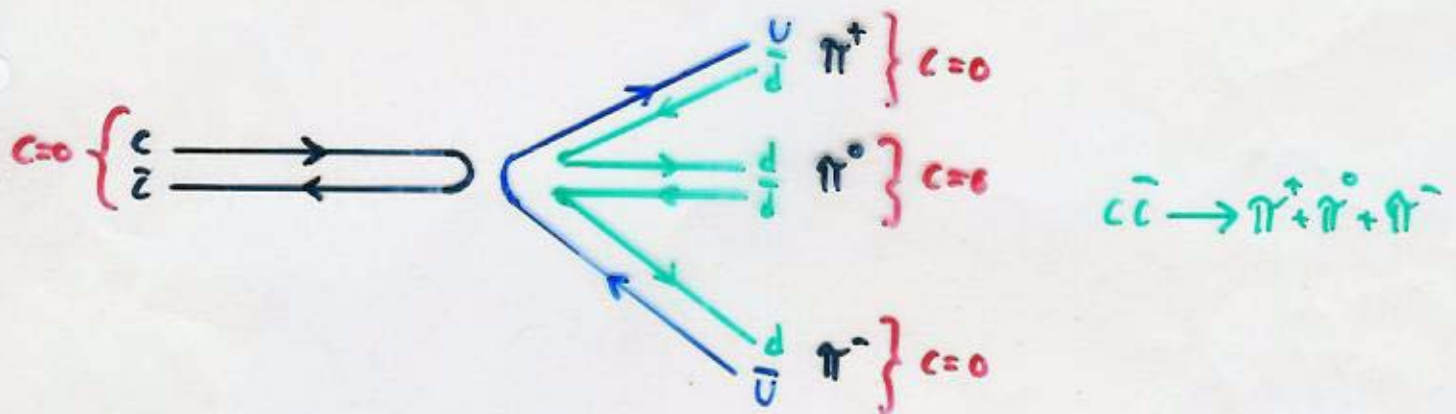
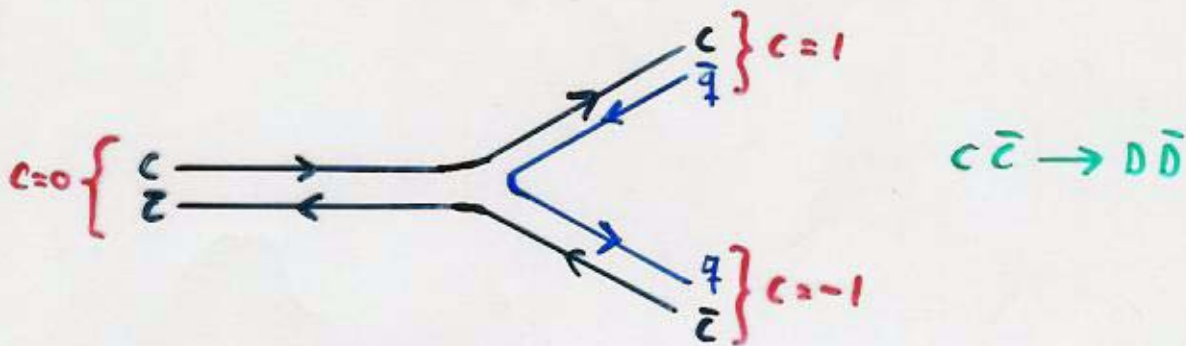
HADRONER



$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$



Kvark diagram



OZI regeln säger att sönderfallet till 3π är undertryckt jämfört med sönderfallet till $D\bar{D}$.

η/η' och ψ' har emellertid en massa $< 2m_D$ dus energikonservering förbjuder dem att sönderfalla till $D\bar{D}$.

Detta gör att η/η' och ψ' blir långlivade.

$$\Psi_{\text{total}} = \Psi_{\text{space}} \cdot \Psi_{\text{spin}} \dots \quad \text{icke-relativist.}$$



gär ej relativistiskt
då måste man använda
DIRAC spinorer

$$K^+ = u\bar{s}$$

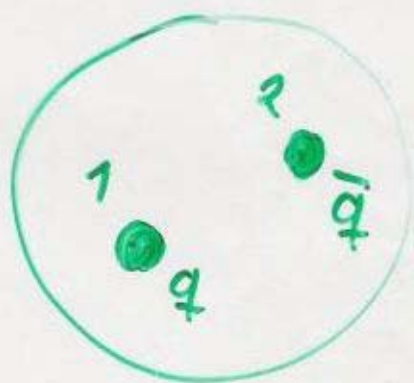
$$\Psi_{K^+} = \Psi_u \Psi_{\bar{s}}$$

$$|\overset{1}{\frac{1}{2}} \overset{1, \gamma}{\frac{1}{2}} 1\rangle = |\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{3}\rangle |0 0 \frac{2}{3}\rangle$$

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u} - d\bar{d})$$

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (u_1\bar{u}_2 - d_1\bar{d}_2)$$

$$\Psi_{\pi^0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_u^1 \Psi_{\bar{u}}^2 - \Psi_d^1 \Psi_{\bar{d}}^2)$$



$$|1 0 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{3}\rangle |\frac{1}{2} -\frac{1}{2} -\frac{1}{3}\rangle - |\frac{1}{2} -\frac{1}{2} -\frac{1}{3}\rangle |\frac{1}{2} \frac{1}{2} -\frac{1}{3}\rangle)$$