QCD

Quantum Chromodynamics

Kvantfältteorin som beskriver den starka växelverkan mellan kvarkar.

Quantum Chromodynamics - QCD

- På samma sätt som för elektronen i QED ges den kinetiska energin för en kvark av följande Lagrangian:

$$\mathcal{L}_q = i\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu\Psi - m\bar{\Psi}\Psi = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi$$

- Vi antar nu att kvarkens vågfunktion har tre "colour" komponenter

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_r \\ \Psi_g \\ \Psi_b \end{pmatrix}$$ där Ψ_r, Ψ_g och Ψ_b alla är 4-komponents Dirac spinorer.

dvs $$\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu\Psi = (\bar{\Psi}_r\ \bar{\Psi}_g\ \bar{\Psi}_b)\gamma^\mu\partial_\mu\begin{pmatrix} \Psi_r \\ \Psi_g \\ \Psi_b \end{pmatrix} = (\bar{\Psi}_r\ \bar{\Psi}_g\ \bar{\Psi}_b)\begin{pmatrix} \gamma^\mu\partial_\mu\Psi_r \\ \gamma^\mu\partial_\mu\Psi_g \\ \gamma^\mu\partial_\mu\Psi_b \end{pmatrix}$$

$$= \bar{\Psi}_r\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_r + \bar{\Psi}_g\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_g + \bar{\Psi}_b\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_b$$

$$\bar{\Psi}\Psi = (\bar{\Psi}_r\ \bar{\Psi}_g\ \bar{\Psi}_b)\begin{pmatrix} \Psi_r \\ \Psi_g \\ \Psi_b \end{pmatrix} = \bar{\Psi}_r\Psi_r + \bar{\Psi}_g\Psi_g + \bar{\Psi}_b\Psi_b$$

- Vi vill nu modifiera vår Lagrangien $\mathcal{L}_q$ så att den blir invariant under en lokal SU(3) transformation:

$$\Psi \longrightarrow \underline{U}\,\Psi \qquad \text{där } \underline{U} = \underline{U}(\vec{r}) \in SU(3)$$

- För en infinitesimal SU(3) transformation gäller att

$$\underline{U} = \underline{1} + i \sum_{j=1}^{8} \varepsilon_j \tfrac{1}{2} \underline{\lambda}_j$$

infinitesimal reell parameter

- En ändlig ("finite") SU(3) transformation fås från den infinitesimala genom att upprepa transformationen n gånger och låta $n \to \infty$ ty det gäller att

$$e^{\underline{\Delta}} = \lim_{n \to \infty} \left(\underline{1} + \tfrac{1}{n} \underline{\Delta} \right)^n$$

- Det vill säga en ändlig SU(3) transformation kan skrivas som

$$\underline{U} = e^{i g_s \sum_{j=1}^{8} \chi_j \frac{1}{2} \underline{\lambda}_j}$$

där

g_s är en reell konstant (kopplingskonstanten)

$\chi_1, \chi_2 \ldots \chi_8$ är valfria funktioner som beror av $\vec{r}$

$\underline{\lambda}_1, \underline{\lambda}_2 \ldots \underline{\lambda}_8$ är Gell-Mann matriserna

$$\underline{\lambda}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\lambda}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \ldots\ldots \quad \underline{\lambda}_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

- För att göra $\mathcal{L}_q$ SU(3) invariant gör vi följande substitution:

$$\partial_\mu \longrightarrow \partial_\mu + i g_s \sum_{j=1}^{8} \frac{1}{2} \underline{\lambda}_j G^j_\mu$$

där vi har infört 8 gluon fältpotentialer:
$G^1_\mu, G^2_\mu, G^3_\mu, G^4_\mu, G^5_\mu, G^6_\mu, G^7_\mu, G^8_\mu$

- "Gauge" transformationen av dessa potentialer blir

$$G^i_\mu \longrightarrow G^i_\mu - \partial_\mu \chi_i - g_s \sum_{j=1}^{8} \sum_{k=1}^{8} f_{ijk} \chi_j G^k_\mu \qquad i = 1 \ldots 8$$

[där f_{ijk} är reella konstanter ("the SU(3) structure constants") som ges av $[\underline{\lambda}_i, \underline{\lambda}_j] = 2i f_{ijk} \cdot \underline{\lambda}_k$
tex så är $f_{123} = 1$ och $f_{147} = f_{165} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = \frac{1}{2}$]

- På samma sätt som i QED inför vi 8 stycken fält-styrke tensorer $(G^{\mu\nu}_1, G^{\mu\nu}_2, G^{\mu\nu}_3 \ldots G^{\mu\nu}_8)$

$$G^{\mu\nu}_i = \partial^\mu G^\nu_i - \partial^\nu G^\mu_i - g_s \sum_{j=1}^{8} \sum_{k=1}^{8} f_{ijk} G^\mu_j G^\nu_k$$

- Efter att ha modifierat $\mathcal{L}_q$ så att den blir "local SU(3) gauge invariant" får vi till slut

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - g_s \sum_{i=1}^{8} \bar{\psi}\gamma^\mu \tfrac{1}{2}\underline{\lambda}_i \psi G^i_\mu - \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{8} G^i_{\mu\nu} G^{\mu\nu}_i$$

Summering

En Lagrangian för stark växelverkan kan erhållas från Lagrangian för en "fri" kvark genom följande operationer:

I) Inför G^i_μ (där $i = 1 \ldots 8$) och gör substitutionen

$$\partial_\mu \longrightarrow \partial_\mu + i g_s \sum_j \tfrac{1}{2} \lambda_j \, G^j_\mu$$

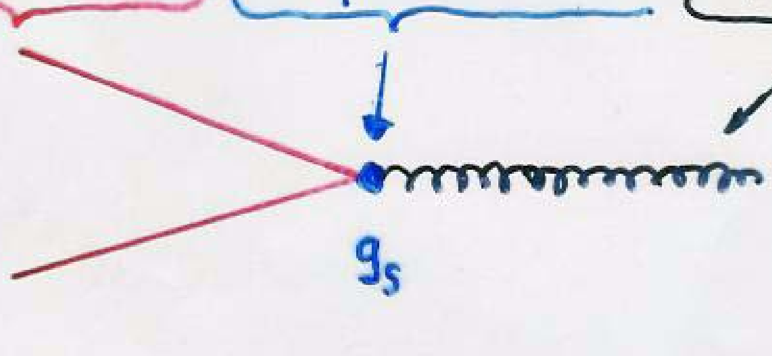
II) Inför "the gluon field-strength tensor" $G_i^{\mu\nu}$ ($i = 1 \ldots 8$)

$$G_i^{\mu\nu} = \partial^\mu G_i^\nu - \partial^\nu G_i^\mu - g_s \sum_j \sum_k f_{ijk} \, G_j^\mu G_k^\nu$$

III) Kräv att $\mathcal{L}$ är invariant under en "local SU(3) gauge transformation":

$$\begin{cases} \psi \longrightarrow e^{i g_s \sum_j \chi_j \frac{1}{2} \lambda_j} \, \psi & \text{där } \chi_j = \chi_j(\vec{r}) \\ G^i_\mu \longrightarrow G^i_\mu - \partial_\mu \chi_i - g_s \sum_j \sum_k f_{ijk} \, \chi_j \, G^k_\mu & \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \mathcal{L}_{QCD} = \bar{\psi}(i \gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - g_s \sum_i \bar{\psi} \gamma^\mu \tfrac{1}{2} \lambda_i \psi \, G^i_\mu - \tfrac{1}{4} \sum_i G^i_{\mu\nu} G_i^{\mu\nu}$$



GWS

Elektrosvag växelverkan

(Glashow-Weinberg-Salam modellen)

- Helicitet — se boken 9.1
- Kobayashi-Maskawa mixing — se boken 8.2
- GWS-modellen — se boken 8.3
- Higgs bosonen — se boken 10.3
- W^+, W^-, Z^0-bosonerna — se boken 8.1+8.2
- "Grand Unification" — se boken 10.4

Elektrosvag Växelverkan

(Glashow - Weinberg - Salam teorin)

"Helicity"

- En partikel med spinn $s = 1/2$ kan ha spinnkvantalen $s_z = +1/2$ och $-1/2$. Där z-axeln är en godtycklig riktning.

- Om vi väljer z-axeln till att vara partikelns rörelseriktning kallas s_z för helicitet:

dvs $\hat{\lambda} = \dfrac{\hat{\bar{s}} \cdot \hat{\bar{p}}}{|\hat{\bar{p}}|}$ har kvanttalen $\lambda = +\frac{1}{2}$ och $-\frac{1}{2}$

(där $\hat{\bar{s}}$ är spinnet och $\hat{\bar{p}}$ är rörelsemängden)

- En partikel med $\lambda = +\frac{1}{2}$ kallas "right handed"
  En partikel med $\lambda = -\frac{1}{2}$ kallas "left handed"

- En elektrons Dirac spinor kan delas upp i en högerhänt och en vänsterhänt del med hjälp av operatorn $\underline{\gamma}_5 = i\,\underline{\gamma}_0\,\underline{\gamma}_1\,\underline{\gamma}_2\,\underline{\gamma}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\Psi_e = \tfrac{1}{2}(\underline{1} - \underline{\gamma}_5)\Psi_e + \tfrac{1}{2}(\underline{1} + \underline{\gamma}_5)\Psi_e = \Psi_e^L + \Psi_e^R$$

- Neutrinos är bara vänsterhänta $\Psi_\nu = \Psi_\nu^L$

  Antineutrinos är bara högerhänta $\Psi_{\bar{\nu}} = \Psi_{\bar{\nu}}^R$

- Som utgångspunkt i GWS använder vi en Lagrangian för masslösa fermioner men med vågfunktionerna uppdelade i en vänsterhänt och en högerhänt del:

$$\mathcal{L}_f = i\bar{\Psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \Psi_L + i\bar{\Psi}_R \gamma^\mu \partial_\mu \Psi_R$$

där $\Psi = \Psi_L + \Psi_R$

- Uppgiften är nu att modifiera $\mathcal{L}_f$ så att den blir invariant under en "Local $SU(2)_L \otimes U(1)$ gauge transformation":

$$SU(2)_L: \begin{cases} \Psi_L \longrightarrow \underline{U}\,\Psi_L \\ \Psi_R \longrightarrow \Psi_R \end{cases} \qquad \text{där } \underline{U} \in SU(2), \quad \underline{U} = e^{ig\sum_{j=1}^{3} \chi_j \frac{1}{2}\underline{\tau}_j}$$

$$U(1): \begin{cases} \Psi_L \longrightarrow \underline{U}\,\Psi_L \\ \Psi_R \longrightarrow \underline{U}\,\Psi_R \end{cases} \qquad \text{där } \underline{U} \in U(1), \quad \underline{U} = e^{ig'\chi'\frac{1}{2}Y}$$

[där g och g' är reella konstanter (kopplingskonstanter)
χ_1, χ_2, χ_3 och χ' är valfria funktioner som beror av $\vec{r}$
$\underline{\tau}_1$, $\underline{\tau}_2$ och $\underline{\tau}_3$ är Pauli matriser
Y är den svaga hyperladdningen

$\hat{\vec{I}}^w = (\hat{I}_1^w, \hat{I}_2^w, \hat{I}_3^w) = (\frac{1}{2}\underline{\tau}_1, \frac{1}{2}\underline{\tau}_2, \frac{1}{2}\underline{\tau}_3)$ är det svaga isospinnet

$$\underline{\tau}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\tau}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
]

$$\underline{\Psi}$$

QED: Ψ är en Dirac spinor: $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}$

QCD:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_r \\ \Psi_g \\ \Psi_b \end{pmatrix} = \begin{array}{c} I^c \; I^c_3 \; Y^c \\ \begin{pmatrix} |\frac{1}{2}\;\frac{1}{2}\;\frac{1}{3}\rangle \\ |\frac{1}{2}\;-\frac{1}{2}\;\frac{1}{3}\rangle \\ |0\;0\;-\frac{2}{3}\rangle \end{pmatrix} \end{array}$$

där Ψ_r, Ψ_g och Ψ_b är Diracspinorer.

GWS:

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \Psi_u \\ \Psi_d \end{pmatrix} = \begin{array}{c} I^w \; I^w_3 \\ \begin{pmatrix} |\frac{1}{2}\;\frac{1}{2}\rangle \\ |\frac{1}{2}\;-\frac{1}{2}\rangle \end{pmatrix} \end{array} = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e^-_L \end{pmatrix}$$

där Ψ_u och Ψ_d är Dirac spinorer

$$\Psi_R = \Psi_0 = \begin{array}{c} I^w \; I^w_3 \\ |0\;0\rangle \end{array} = e^-_R$$

där Ψ_0 är en Dirac spinor

$$I^w \quad I_3^w \quad Y^w = 2(Q - I_3^w)$$

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L^- \end{pmatrix} \Bigg\} \tfrac{1}{2} \quad \begin{matrix} +\tfrac{1}{2} \\ -\tfrac{1}{2} \end{matrix} \Bigg\} -1$$

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L' \end{pmatrix} \Bigg\} \tfrac{1}{2} \quad \begin{matrix} +\tfrac{1}{2} \\ -\tfrac{1}{2} \end{matrix} \Bigg\} \tfrac{1}{3}$$

$$\Psi_R = e_R^-, \ \mu_R^-, \ \tau_R^- \qquad 0 \qquad 0 \qquad -2$$

$$\Psi_R = u_R, \ c_R, \ t_R \qquad 0 \qquad 0 \qquad \tfrac{4}{3}$$

$$\Psi_R = d_R', \ s_R', \ b_R' \qquad 0 \qquad 0 \qquad -\tfrac{2}{3}$$

Dvs de vänsterhänta fermionerna tillhör en isospinn dublett medan de högerhänta tillhör en singlett med $I = 0$.

Lagrangian för den första lepton generationen kan alltså skrivas som

$$\mathcal{L}_f = (\bar{\nu}_{eL}, \bar{e}_L)(i\gamma^\mu \partial_\mu)\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix} + \bar{e}_R i\gamma^\mu \partial_\mu e_R$$

För att göra $\mathcal{L}_f$ $SU(2)_L \otimes U(1)$ invariant gör vi följande substitution:

$$\partial_\mu \longrightarrow \partial_\mu + ig\sum_{j=1}^{3} \tfrac{1}{2}\tau_j W_\mu^j + ig' \tfrac{1}{2} Y B_\mu$$

det vill säga vi inför 4 fältpotentialer:

$$W_\mu^1 \quad W_\mu^2 \quad W_\mu^3 \quad B_\mu$$

$$\left[\sum_{j=1}^{3} \tfrac{1}{2}\tau_j W_\mu^j = \tfrac{1}{2}\begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_2^\mu \\ W_\mu^1 + iW_2^\mu & -W_3^\mu \end{pmatrix} = \tfrac{1}{2}\begin{pmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2}\, W_\mu^+ \\ \sqrt{2}\, W_\mu^- & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \right]$$

Kobayashi-Maskawas mixing matris

Vad betyder detta? $\Psi_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d'_L \end{pmatrix}$

Svar: Kvarkarnas massegentillstånd är inte de samma som kvarkarnas svaga egentillstånd. Det finns en matris (Kobayashi-Maskawa matrisen) med vars hjälp man kan bestämma de svaga egentillstånden från mass egentillstånden.

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} 0.97 & 0.22 & \sim 0 \\ -0.22 & 0.97 & 0.04 \\ 0.01 & -0.04 & 0.99 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

dvs
$$\begin{cases} d' = 0.97\,d + 0.22\,s \\ s' = -0.22\,d + 0.97\,s + 0.04\,b \\ b' = 0.01\,d - 0.04\,s + 0.99\,b \end{cases}$$

eller
$$\begin{cases} d' = \cos\theta_c \cdot d + \sin\theta_c \cdot s \\ s' = -\sin\theta_c \cdot d + \cos\theta_c \cdot s \end{cases}$$

där θ_c = Cabibbo vinkeln $\approx 12.8^\circ$

se boken kap 8.2.3

- Vi inför nu 4 fältstyrketensorer ($W_1^{\mu\nu}, W_2^{\mu\nu}, W_3^{\mu\nu}, B^{\mu\nu}$):

$$W_i^{\mu\nu} = \partial^\mu W_i^\nu - \partial^\nu W_i^\mu - g \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \varepsilon_{ijk} W_j^\mu W_k^\nu$$

$$B^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$$

- Lagrangian kan nu skrivas som

$$\mathcal{L}_0 = i \bar{\Psi}_L \gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig \sum_i \tfrac{1}{2} \tau_i W_\mu^i + ig' \tfrac{1}{2} Y B_\mu\right) \Psi_L + i \bar{\Psi}_R \gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig' \tfrac{1}{2} Y B_\mu\right) \Psi_R -$$
$$- \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{3} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

- Denna Lagrangian beskriver hur masslösa fermioner växelverkar med masslösa "gauge" bosoner. Hur kan vi beskriva växelverkan mellan massiva partiklar?

Svar: Det finns ytterligare ett fält (Higgsfältet) som ger upphov till en process som kallas "Spontaneous Symmetry breaking".

Higgsfältet ges av en isospinn dublett:

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} I_3^w = +\frac{1}{2} & Y^w = 1 \\ I_3^w = -\frac{1}{2} & Y^w = 1 \end{matrix}$$

Summering

En Lagrangian för elektrosvag växelverkan mellan masslösa fermioner och masslösa gaugebosoner kan fås från Lagrangian för en "fri" masslös fermion genom följande operationer:

I) Inför $B_\mu, W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$ och gör substitutionen

$$\partial_\mu \longrightarrow \partial_\mu + ig\sum_j \tfrac{1}{2}\underline{\tau}_j W_\mu^j + ig'\tfrac{1}{2}YB_\mu$$

II) Inför fältstyrke tensorerna $B^{\mu\nu}, W_1^{\mu\nu}, W_2^{\mu\nu}, W_3^{\mu\nu}$:

$$B^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$$

$$W_i^{\mu\nu} = \partial^\mu W_i^\nu - \partial^\nu W_i^\mu - g\sum_j\sum_k \epsilon_{ijk} W_j^\mu W_k^\nu$$

III) Kräv att $\mathcal{L}$ är invariant under en "local $U(1)\otimes SU(2)_L$ gauge transformation":

$$\begin{cases} \Psi \longrightarrow \underline{U}\,\Psi & \text{där } \underline{U} \in U(1)\otimes SU(2)_L \\ B_\mu \longrightarrow B_\mu - \partial_\mu \chi' \\ W_\mu^i \longrightarrow W_\mu^i - \partial_\mu \chi_i - g\sum_j\sum_k \epsilon_{ijk}\chi_j W_\mu^k \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\mathcal{L}_0^L = i\bar{\Psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_L - \bar{\Psi}_L\gamma^\mu\left(g\sum_j\tfrac{1}{2}\underline{\tau}_j W_\mu^j + g'\tfrac{1}{2}YB_\mu\right)\Psi_L - \tfrac{1}{4}\left[B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + \sum_i W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu}\right]$$

$$\mathcal{L}_0^R = \underbrace{i\bar{\Psi}_R\gamma^\mu\partial_\mu\Psi_R}\;\underbrace{-\bar{\Psi}_R\gamma^\mu\left(g'\tfrac{1}{2}YB_\mu\right)\Psi_R}\;\underbrace{-\tfrac{1}{4}\left[B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + \sum_i W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu}\right]}$$

- "Local $SU(2)_L$ gauge transformation":

$SU(2)_L$

$$\boxed{\begin{aligned} &\Psi_L \to \underline{U}\,\Psi_L \\ &\Psi_R \to \Psi_R \\ &\phi \to \underline{U}\,\phi \\ &W_\mu^i \to W_\mu^i - \partial_\mu \chi_i - g\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\varepsilon_{ijk}\,\chi_j\,W_\mu^k \\ &B_\mu \to B_\mu \end{aligned}}$$

där $\boxed{\underline{U} = e^{ig\sum_j \chi_j \frac{1}{2}\underline{\tau}_j}}$

och χ_1, χ_2, χ_3 är tre valfria reella funktioner som beror av $\vec{r}$

- "Local $U(1)$ gauge transformation":

$U(1)$

$$\boxed{\begin{aligned} &\Psi_L \to \underline{U}\,\Psi_L \\ &\Psi_R \to \underline{U}\,\Psi_R \\ &\phi \to \underline{U}\,\phi \\ &W_\mu^i \to W_\mu^i \\ &B_\mu \to B_\mu - \partial_\mu \chi' \end{aligned}}$$

där $\boxed{\underline{U} = e^{ig'\chi'\frac{1}{2}Y}}$

och χ' är en valfri reell funktion som beror av $\vec{r}$

Den nya Lagrangian man får om man förutom Ψ_L och Ψ_R dessutom har ett Higgsfält är

$$\mathcal{L}_{GSW} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3$$

där $\mathcal{L}_0$ är den Lagrangian vi fått fram förut för masslösa fermioner och gaugebosoner.

$\mathcal{L}_1$ beskriver växelverkan mellan Higgsfältet och fermionerna dvs ger massa åt fermionerna

$\mathcal{L}_2$ beskriver växelverkan mellan Higgsfältet och gauge bosonerna dvs ger massa åt dessa.

$\mathcal{L}_3$ beskriver Higgsfältets växelverkan med sig själv dvs ger massa åt Higgsbosonen.

$$\mathcal{L}_1 = -G_Y\left(\bar{\Psi}_L \varphi \Psi_R + \bar{\Psi}_R \varphi^\dagger \Psi_L\right)$$

$$\mathcal{L}_2 = \left(\partial_\mu + ig\sum_j \tfrac{1}{2}\tau_j W_\mu^j + ig'\tfrac{1}{2}Y B_\mu\right)\varphi \left(\partial^\mu + ig\sum_j \tfrac{1}{2}\tau_j W^\mu_j + ig'\tfrac{1}{2}Y B^\mu\right)\varphi^\dagger$$

$$\underbrace{\mathcal{L}_3 = -\mu^2 \varphi^\dagger\varphi + \lambda\left(\varphi^\dagger\varphi\right)^2}_{\displaystyle\Big\downarrow \atop \displaystyle H^0}$$

Higgs bosonen

där μ och λ är två konstanter som ges av Higgs partikelns massa

$$m_H = \mu\sqrt{\frac{2}{\lambda}}$$

- Med hjälp av $\mathcal{L}_2$ kan man visa att mass-egentillstånden för de massiva gaugebosonerna ges av:

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \longrightarrow W^+$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) \longrightarrow W^-$$

$$Z_\mu = \cos\theta_W \cdot W_\mu^3 - \sin\theta_W B_\mu \longrightarrow Z^0$$

Och att egentillståndet för den masslösa gaugebosonen ges av

$$A^\mu = \sin\theta_W W_\mu^3 + \cos\theta_W B_\mu \longrightarrow \gamma$$

där $\begin{cases} \sin\theta_W = \dfrac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}} \\ \\ \cos\theta_W = \dfrac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}} \end{cases}$ är två konstanter.

$\theta_W \approx 28^\circ$ kallas för "the weak mixing angle"

Standardmodellen

Den starka, svaga och elektromagnetiska kraften kan alla förklaras med hjälp av antagandet att "gauge" gruppen

$$U(1)_Y \otimes SU(2)_L \otimes SU(3)_c$$

är den fundamentela symmetrigruppen i naturen.

Grand Unification

Kanske är $U(1) \otimes SU(2) \otimes SU(3)$ gruppen bara en del av en större grupp $SU(n)$ som bara blir synlig vid mycket höga energier.