



Tentamen



VÅGRÖRELSELÄRA, FYSA01

Onsdag 15 januari 2019

Hjälpmedel: Tefyma och/eller skoltabell, medföljande formelsamling samt räknedosa.
Totalpoäng: 20. Minst 10 p för godkänt.

Harmonisk oscillator:	Kapitel 14.1 - 14.4
Mekaniska vågor:	Kapitel 15.1 - 15.8
Ljud:	Kapitel 16.1 - 16.9
Elektromagnetiska vågor:	Kapitel 32.1 & 32.3 & 32.4
Interferens:	Kapitel 35.1 - 35.5
Diffraction:	Kapitel 36.1 - 36.5 & 36.

Optik, FYSA01

Onsdagen 15 januari 2020

Hjälpmedel: Tefyma och/eller skoltabell, medföljande formelsamling samt räknedosa.
Totalpoäng: 20. Minst 10 p för godkänt.

Ljusets natur:	Kapitel 33.1 - 33.4 & 33.7
Stråloptik:	Kapitel 34.1 - 34.8

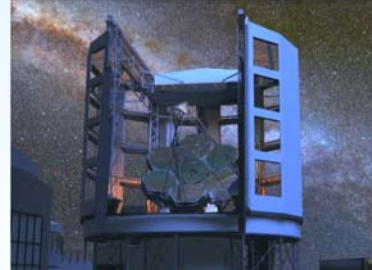
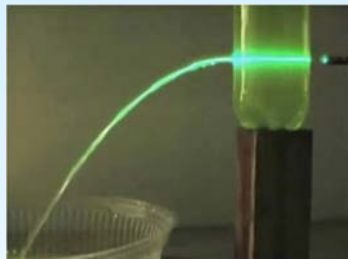
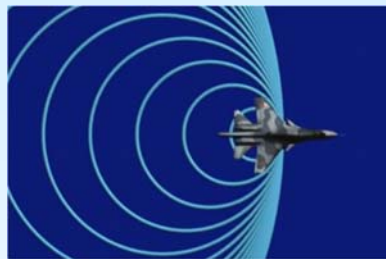
<http://hedberg.home.cern.ch/hedberg/home/optics/optik2019.html>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

1



Vågrörelselära och optik



Kapitel 14 - Harmonisk oscillator

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

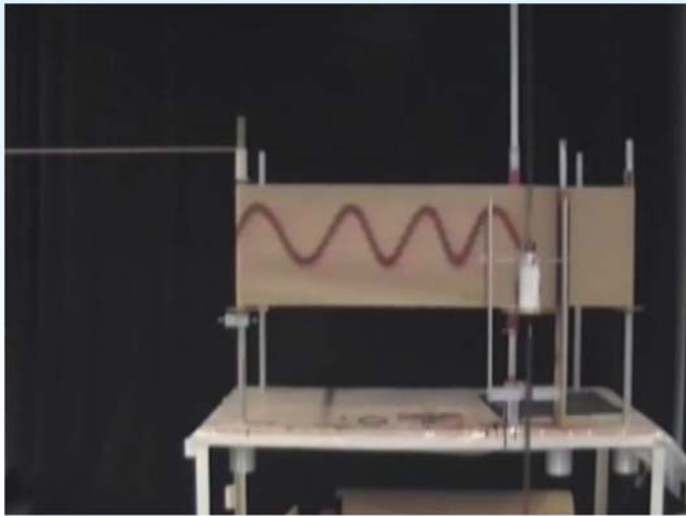
2



Harmonisk Svängning Experiment



Ett experiment som hjälper oss att hitta en matematisk beskrivning av harmonisk svängning:



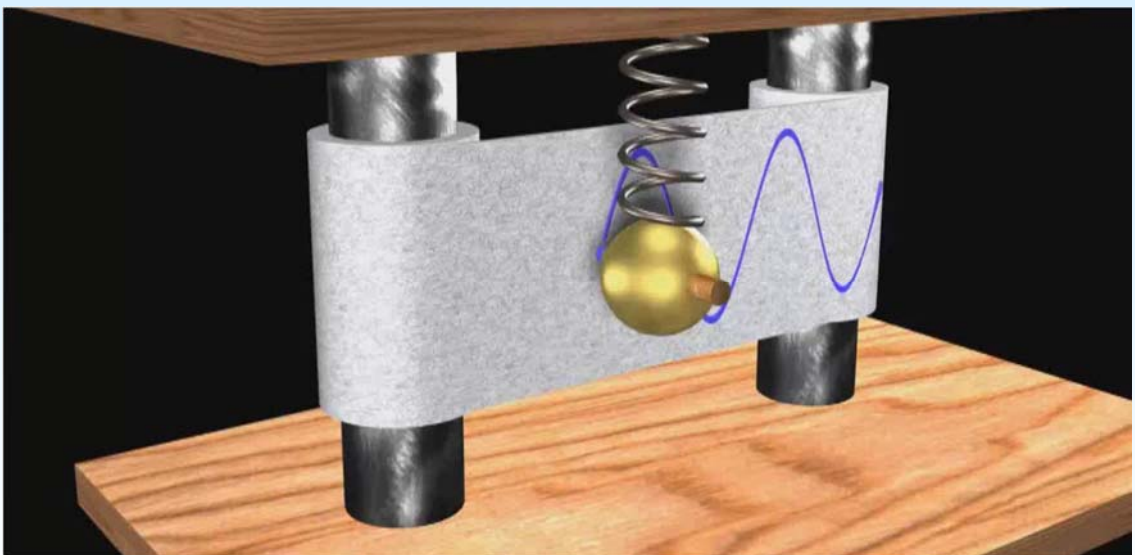
<https://www.youtube.com/watch?v=p9uhmjbZn-c>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

3



Harmonisk Svängning Experiment



Slutsats: Harmonisk svängning kan beskrivas av funktionen

$$x = A \sin(Bt + C)$$

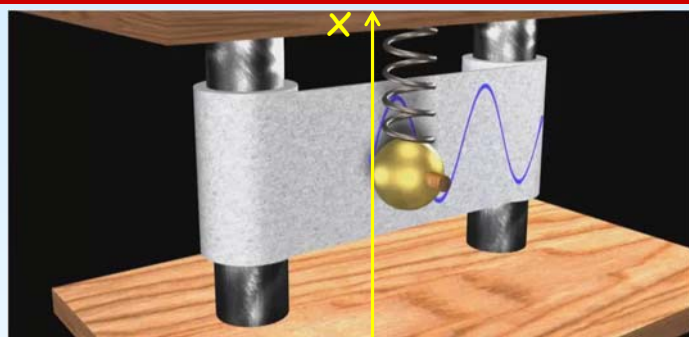
om t är tiden och A , B och C är konstanter som beskriver rörelsen.

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

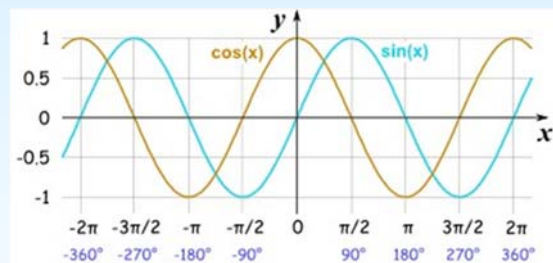
4



Harmonisk Svängning Funktioner



$X = A \sin(Bt + C)$ eller
 $X = A \cos(Bt + C - \pi/2)$



x : Vertikal förflyttning. Enhet: meter

t : Tid. Enhet: sekund

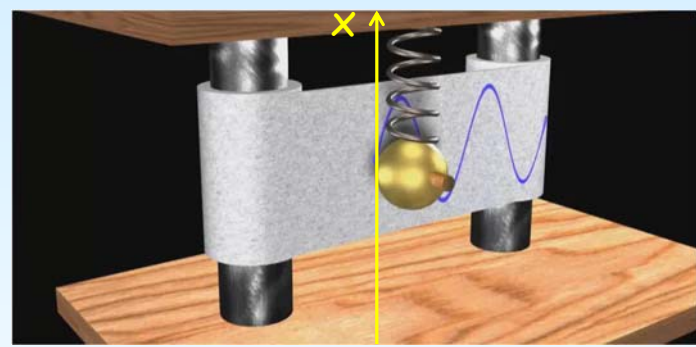
A : Amplitud (maximal förflyttning). Enhet: meter

$B = \omega$: Vinkel frekvens (antal svängningar per sekund gånger 2π).
 Enhet: Radianer per sekund

$C = \phi$: Fas vinkel (bestämmer läget vid tiden = 0). Enhet: radianer



Harmonisk Svängning f och T



$X = A \sin(\omega t + \phi')$
 eller

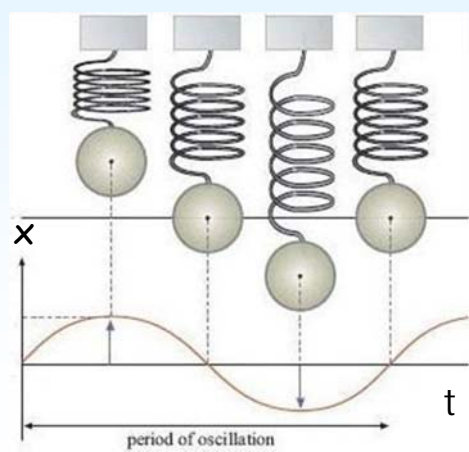
$X = A \cos(\omega t + \phi)$

T : Period = tiden det tar för massan att åka upp och ner. Enhet: sekund

f : Frekvens = Antalet perioder per sekund.
 Enhet: 1/sekund = Hz

$f = 1 / T$ $\omega = 2\pi f$

Formelsamling



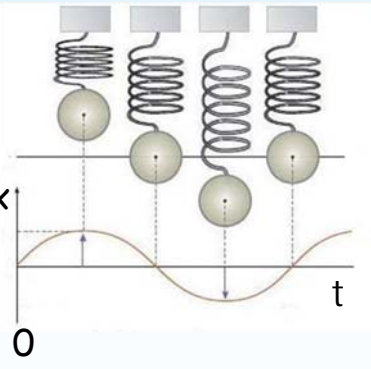
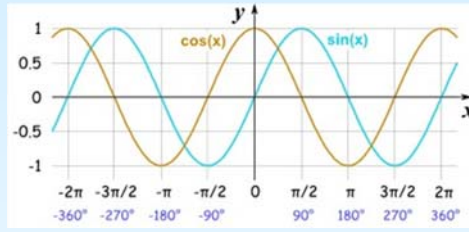


Harmonisk Svängning fas vinkel

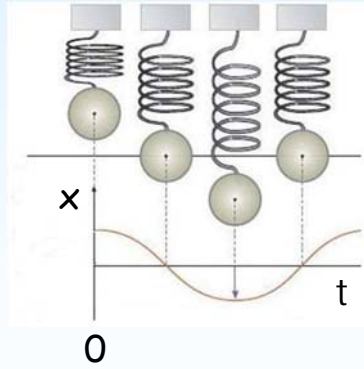


$x = A \sin(\omega t + \phi')$ eller $x = A \cos(\omega t + \phi)$

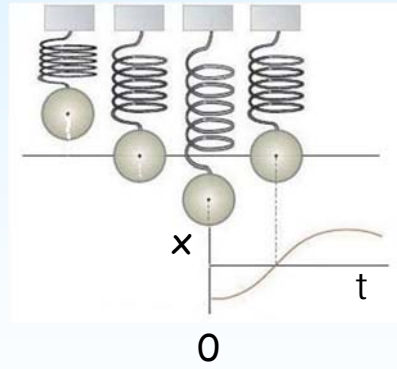
Fas vinkeln (ϕ) bestämmer läget vid tiden = 0.
För då gäller: $x = A \sin(\phi')$ eller $x = A \cos(\phi)$



$X = A \sin(\omega t)$
 $X = A \cos(\omega t - \pi/2)$



$X = A \cos(\omega t)$
 $X = A \sin(\omega t + \pi/2)$



$X = A \cos(\omega t + \pi)$
 $X = A \sin(\omega t - \pi/2)$



Harmonisk Svängning v och a



Vi har nu en matematisk beskrivning av läget
(den vertikala förflyttningen).

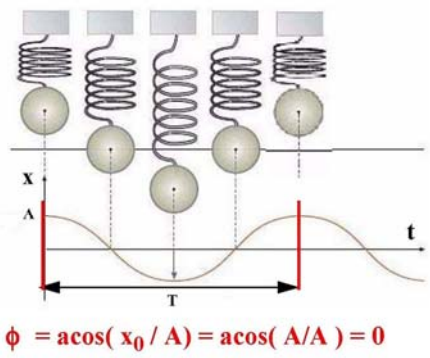
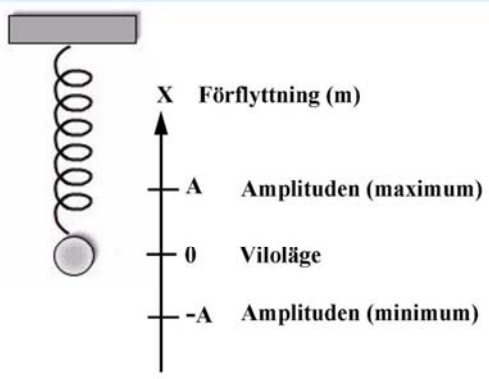
Vad är hastigheten och accelerationen ?

$$v(t) = \frac{d\mathbf{x}}{dt}$$

$$a(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$



Harmonisk Svängning Sammanfattning



- x** Förflyttning (m)
- A** Amplitud (m)
- t** Tid (s)
- T** Period (s)
- f** Frekvens (Hz) = $1 / T$
- ω** Vinkelfrekvens (rad/s) = $2\pi / T = 2\pi f$
- ϕ** Fasvinkel (rad) = $\text{acos}(x_0 / A)$

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \rightarrow x_{\max} = A$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \rightarrow v_{\max} = \omega A$$

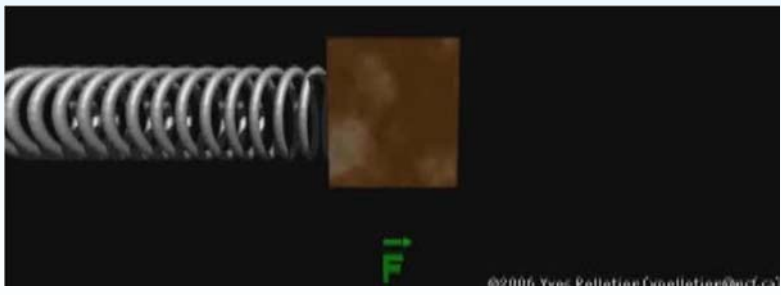
$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \rightarrow a_{\max} = \omega^2 A$$



Harmonisk Svängning Fjädern & Krafter



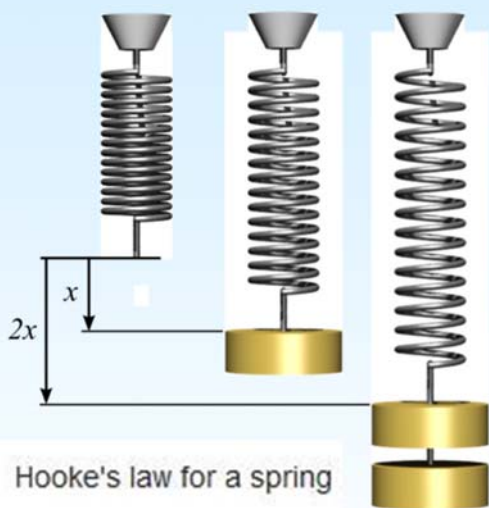
Fjädrar, Hookes lag & Krafter



https://www.youtube.com/watch?v=_ca770YbeZw



Harmonisk Svängning Fjädersn

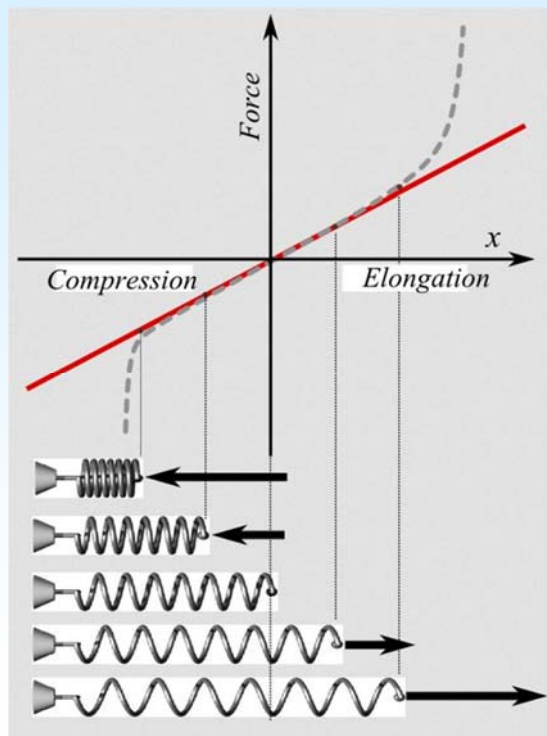


Hooke's law for a spring

$$F = -kX$$

Formelsamling

k = fjäderkonstanten
beskriver hur styv fjädern är



Harmonisk Svängning Krafter



Newton's first law of motion: A body acted on by no net force moves with constant velocity (which may be zero) and zero acceleration.

Newton's second law of motion: If a net external force acts on a body, the body accelerates. The direction of acceleration is the same as the direction of the net force. The mass of the body times the acceleration of the body equals the net force vector.

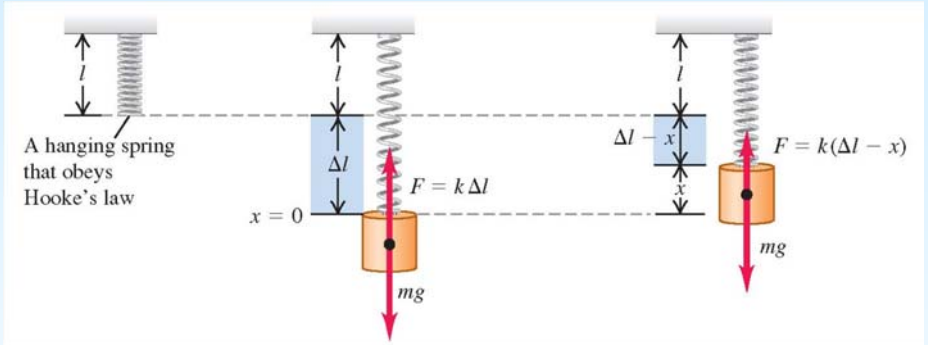
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{Newton's second law of motion})$$





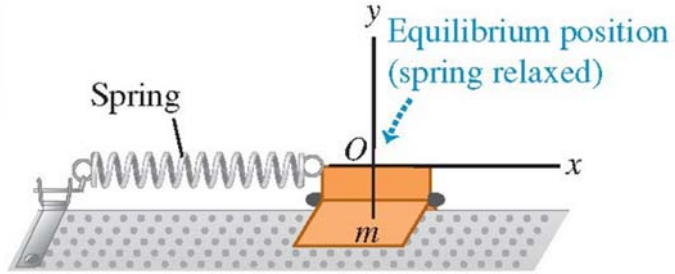
Vertikal svängning

Gravitationen drar ut fjädern till ett nytt jämviktsläge.



Horisontell svängning

Detta är inte fallet om fjädern är horisontell.



Svängningarna blir emellertid de samma !

Harmonisk Svängning Krafter



Horisontell svängning på en luftkudde



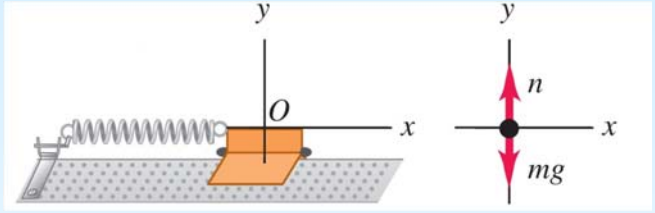
<https://www.youtube.com/watch?v=9nLedU7qvww>



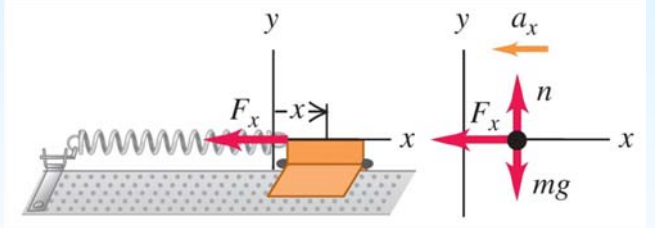
Harmonisk Svängning Krafter



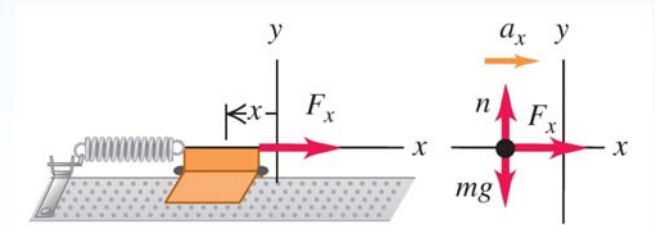
$$x = 0 \quad F_{\text{total}} = 0 \quad a_x = 0$$



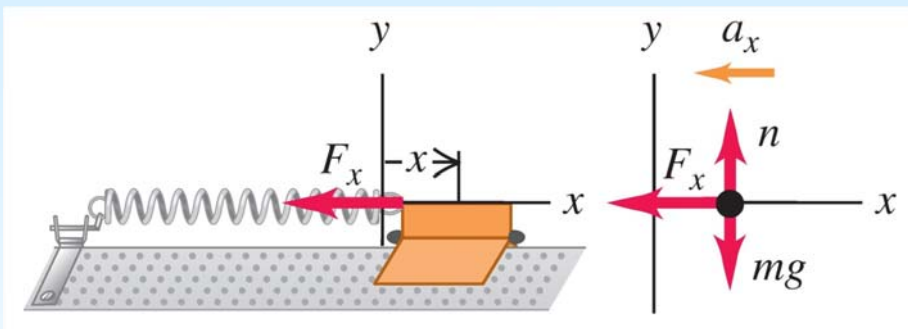
$$x > 0 \quad F_{\text{total}} < 0 \quad a_x < 0$$



$$x < 0 \quad F_{\text{total}} > 0 \quad a_x > 0$$



Harmonisk Svängning Krafter



$$F_x = -kx \quad (\text{restoring force exerted by an ideal spring})$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{Newton's second law of motion})$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (\text{simple harmonic motion})$$

Harmonisk Svängning Krafter

Gamla
formler:

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$a = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

$$a_x = -\omega^2 x$$

Ny formel:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (\text{simple harmonic motion})$$

Kombinera:

$$-\omega^2 x = -\frac{k}{m}x$$

Formelsamling

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Frekvensen beror
av två saker:

1. Fjäderkonstanten
2. Massan

Harmonisk Svängning Krafter

Man kan se på svängningarna på ett annat sätt:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (\text{simple harmonic motion})$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

Detta är en differential
ekvation som har lösningen:

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$-\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) + \frac{k}{m} A \cos(\omega t + \phi) = 0$$

$$-\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) + \omega^2 A \cos(\omega t + \phi) = 0$$



Harmonisk Svängning Krafter



Öka massan

Öka fjäderkonstanten



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Frekvensen minskar

Frekvensen ökar



Harmonisk Svängning Vertikal svängning



Vertikal svängning



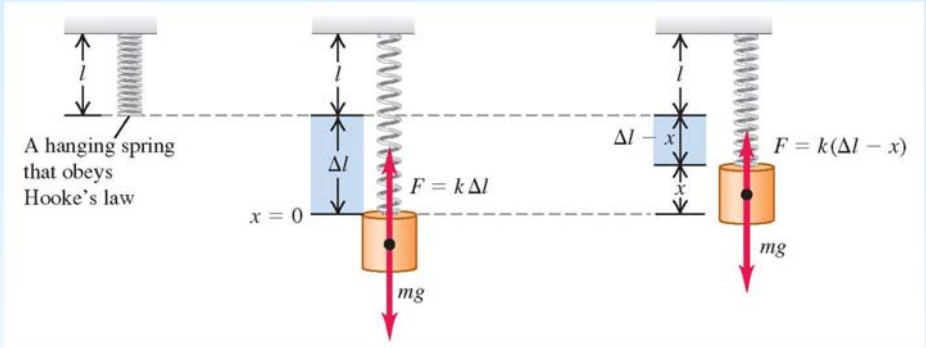


Harmonisk Svängning

Vertikal svängning



Vertikal svängning
Gravitationen drar ut fjädern till ett nytt jämviktsläge.

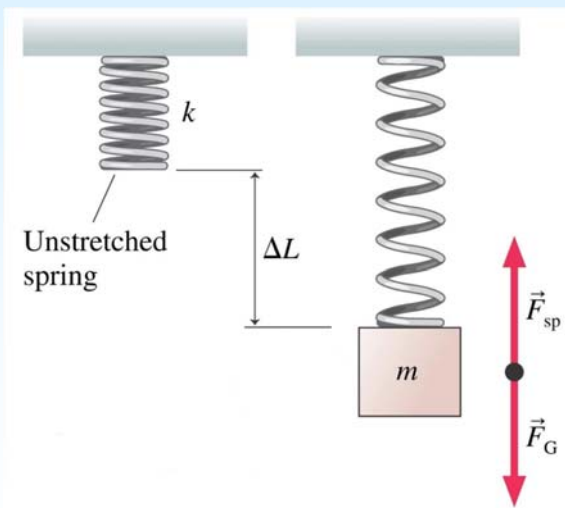


Harmonisk Svängning

Vertikal svängning



Utan svängningar: Hur mycket drages fjädern ut ?



$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{sp} - \vec{F}_G = k\Delta L - mg$$

$$\vec{F}_{total} = m\vec{a} = 0$$

$$\Delta L = \frac{mg}{k}$$



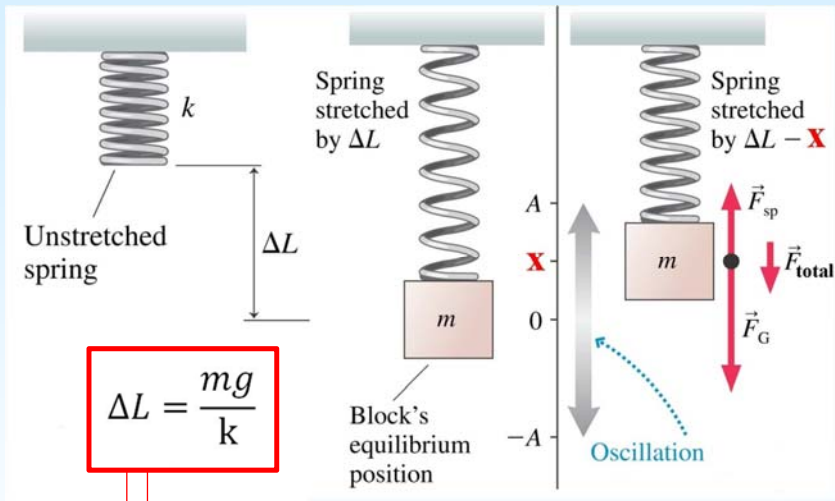
Harmonisk Svängning

Vertikal svängning



Med svängningar:

Summera krafterna!



$$\Delta L = \frac{mg}{k}$$

$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{sp} - \vec{F}_G = k(\Delta L - x) - mg = -kx$$



Harmonisk Svängning

Vertikal svängning



Hookes lag:

$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{sp} - \vec{F}_G = -kx$$

Newtons lag:

$$\vec{F}_{total} = m\vec{a} \neq 0$$

$$-kx = m\vec{a} = m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

Denna differential ekvation har följande lösning:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Formelsamling



Harmonisk Svängning



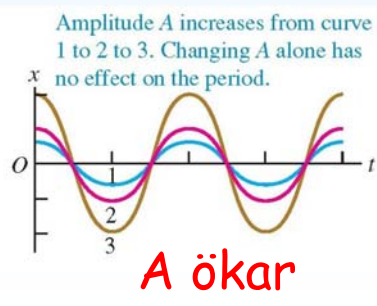
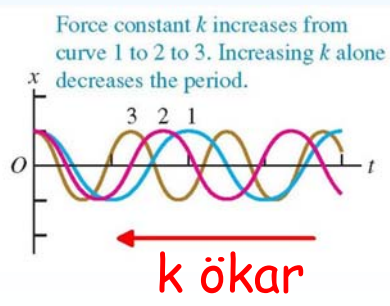
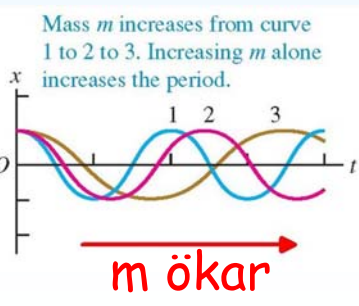
Formelsamling

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{simple harmonic motion})$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\text{simple harmonic motion})$$

Observera: f och T beror enbart på k och m .
Inte på amplituden!



Harmonisk Svängning Energi



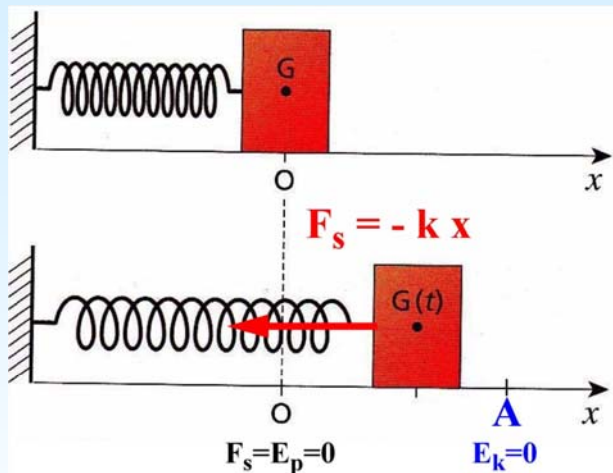
Energi och harmoniska svängningar



https://www.youtube.com/watch?v=PL5g_IwrC5U

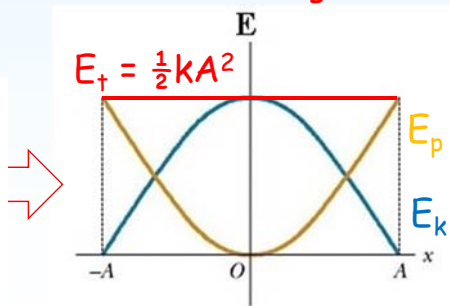


Harmonisk Svängning Energi



Total mekaniska energin är konstant

Kinetisk energi: $E_k = \frac{mv^2}{2}$ där $v = -\omega A \sin(\omega t)$
 Potentiell energi: $E_p = \frac{kx^2}{2}$ där $x = A \cos(\omega t)$
 Total energi: $E_t = E_k + E_p = \frac{kA^2}{2}$ (ty $E_k = 0$ för $x = A$)



Harmonisk Svängning Energi



$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$E_t = E_p + E_k = \frac{1}{2} k A^2 [\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)] = \frac{1}{2} k A^2$$

Formelsamling

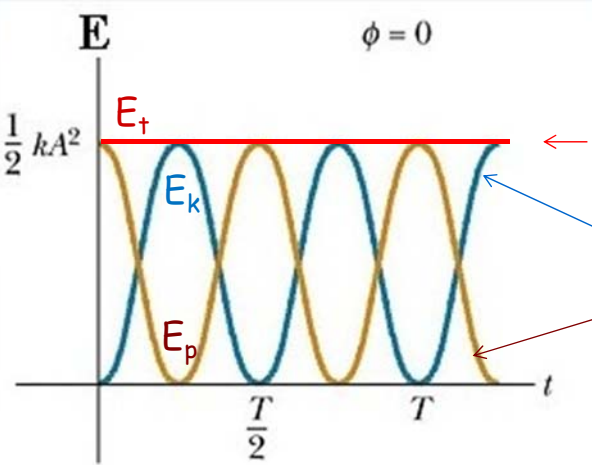
$$E = \frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 = \text{konst.}$$



Harmonisk Svängning Energi



Energins tidsberoende beskrivs av kvadraten av sinus funktioner



$$E_t = E_p + E_k = \frac{1}{2}kA^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t)$$



Harmonisk Svängning: Sammanfattning



Harmoniska svängningarna i en fjäder beskrivs av ekvationen

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

om $F = -kx$

som har lösningen

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Formelsamling

Hastighet och acceleration

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \rightarrow x_{\max} = A$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \phi) \rightarrow v_{\max} = \omega A$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi) \rightarrow a_{\max} = \omega^2 A$$

Kinetisk energi:

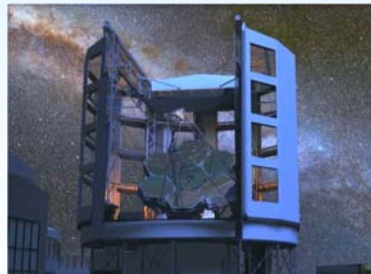
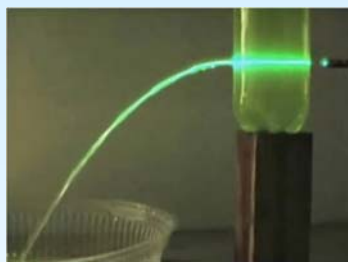
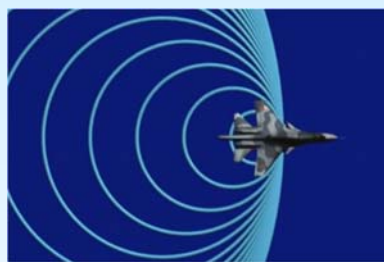
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t)$$

Potentiell energi:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t)$$

Total energi:

$$E_t = E_p + E_k = \frac{1}{2}kA^2$$



Kapitel 15 - Mekaniska vågor

Vincent Hedberg - Lunds Universitet



Mekaniska vågor: Transversella vågor



Transversella vågor





Mekaniska vågor: Transversella vågor



Transversell våg: Mediumet rör sig i transversell riktning mot vågens färdriktning.

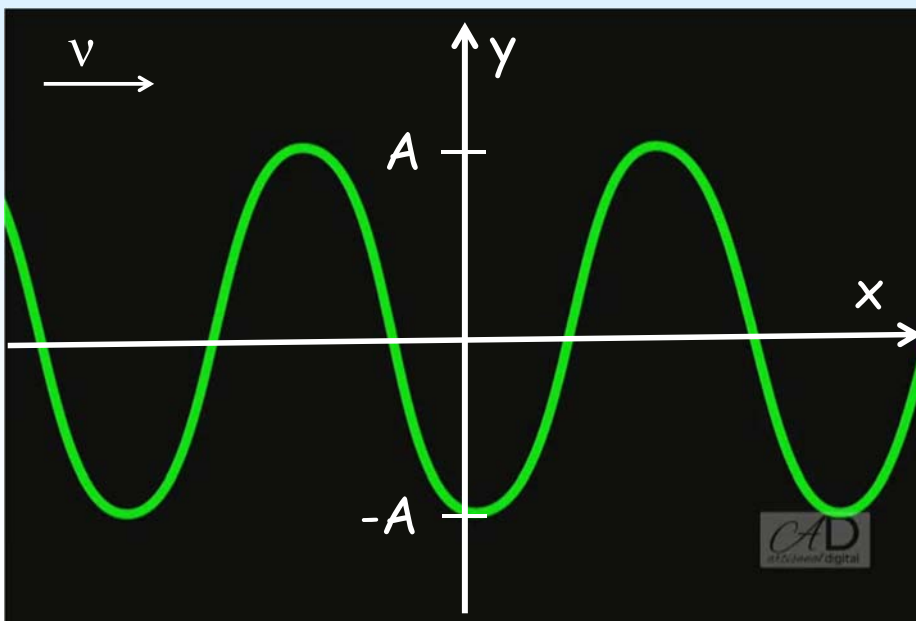
<https://www.youtube.com/watch?v=FUBGrH-PbsU>



Mekaniska vågor: Transversella vågor

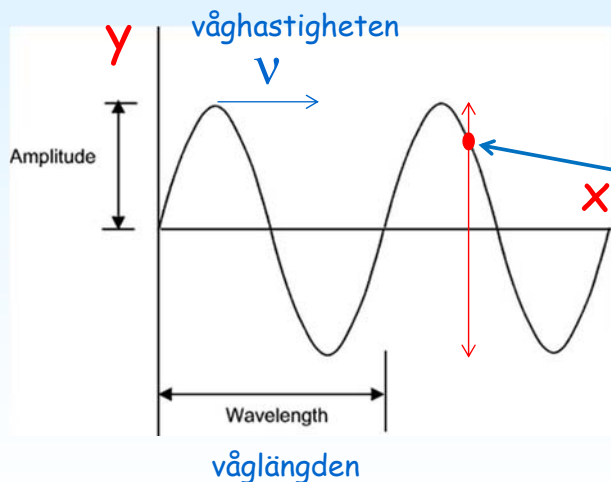


En speciell transversell våg är den sinusformade vågen:

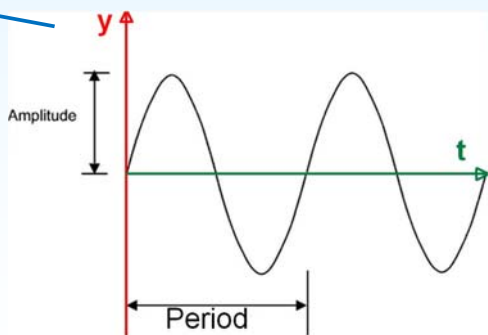




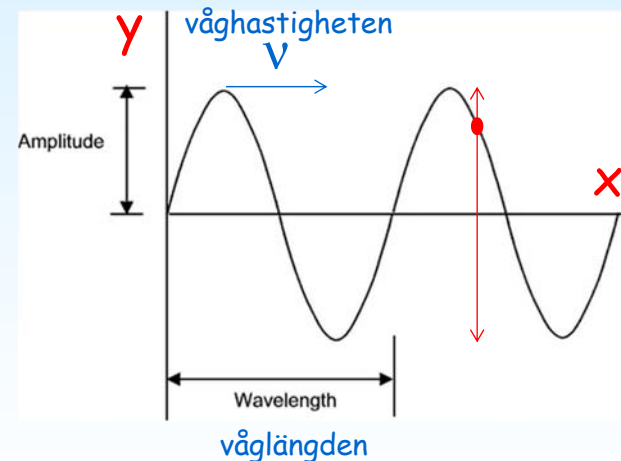
Transversella sinus vågor



Varje punkt på vågen rör sig upp och ner som en harmonisk svängning med perioden T .



Definitioner:



A: Amplitud (m)

T: Period (s)

λ : Våglängd (m)

v: Vågshastighet (m/s) = λ / T

f: Frekvens (Hz) = $1 / T$

ω : Vinkelfrekvens (radianer /s) = $2 \pi f$

k: Vågtal (radianer /m) = $2 \pi / \lambda$



Mekaniska vågor: Longitudinella vågor



Longitudinella vågor



Japansk jordbävning



Japansk jordbävningssimulering



Mekaniska vågor: Longitudinella vågor



Longitudinella vågor:
Mediumet rör sig i vågens rörelseriktning.

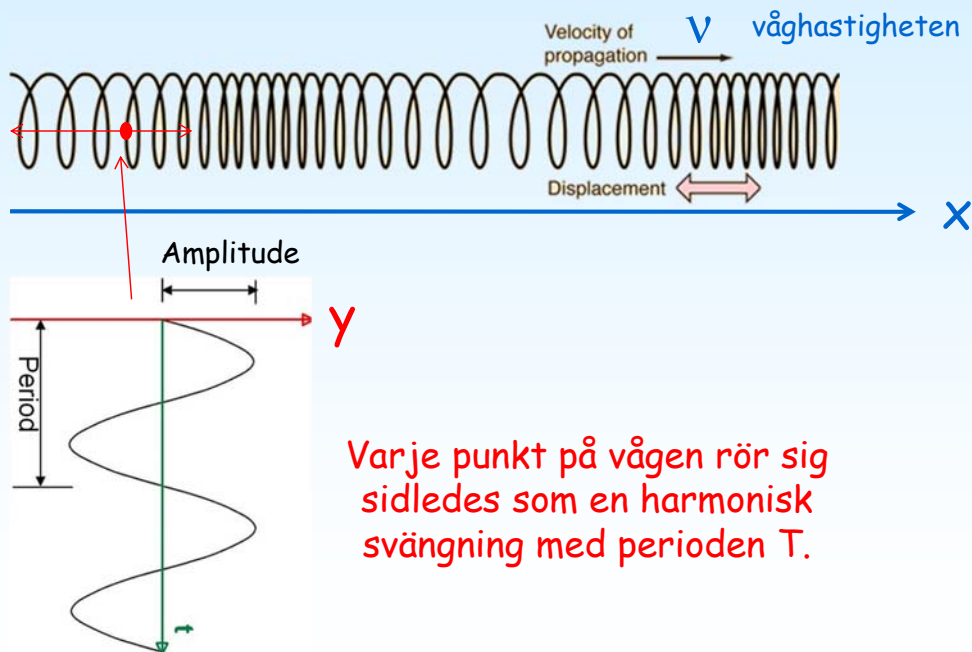




Mekaniska vågor: Longitudinella vågor



Longitudinella sinus vågor



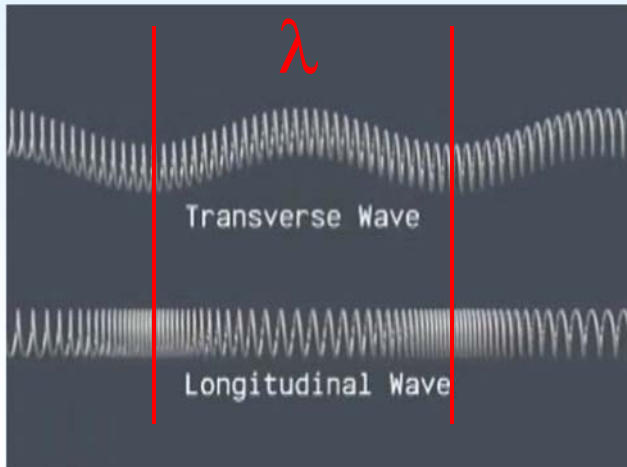
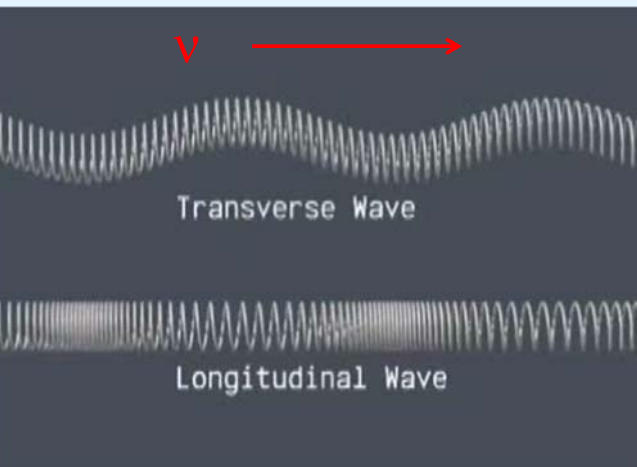
Mekaniska vågor: Longitudinella vågor



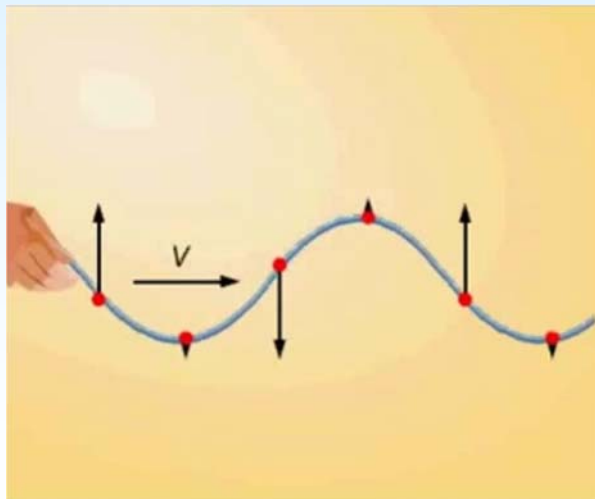
Vad är våglängden (λ) för en sinus våg ?

Vad är våghastigheten (v) ?

$$v = \lambda / T$$



Vågfunktionen

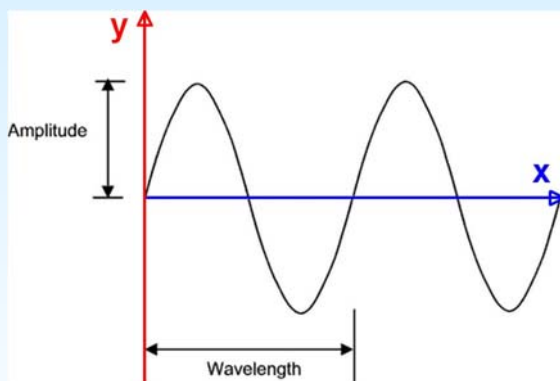


Vincent Hedberg - Lunds Universitet

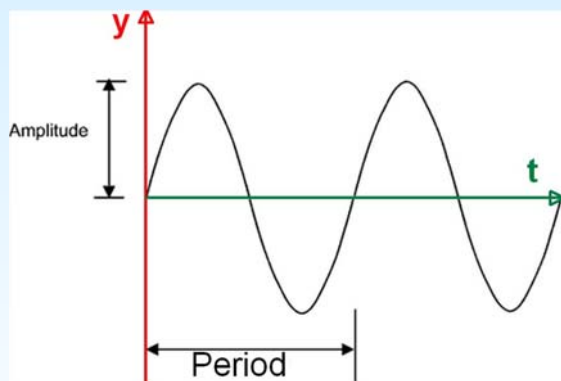
41

Mekaniska vågor: Vågfunktionen

Höjden av vågen som funktion av
avståndet x :



Höjden av vågen som funktion av
tiden t :

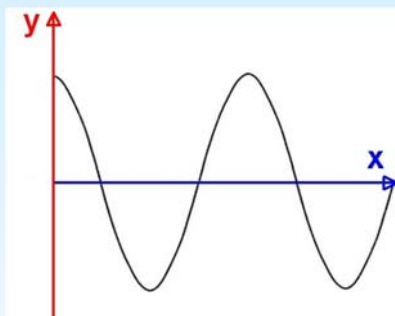


Vågfunktionen $y(x,t)$:

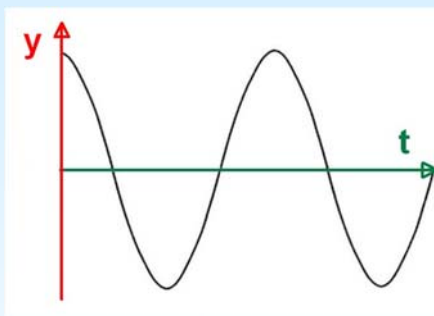
Vågfunktionen beskriver höjden av vågen som funktion av både
avstånd och tid.



Mekaniska vågor: Vågfunktionen



$$y(x, t = 0) = A \cos kx$$



$$y(x = 0, t) = A \cos \omega t$$

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

(sinusoidal wave moving in +x-direction)

+ om vågen rör sig i den negativa x riktningen



Mekaniska vågor: Vågfunktionen



$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

(sinusoidal wave moving in +x-direction)

Amplitud: A

Vågtalet:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Vinkelfrekvens:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \lambda / T$$

$$f = 1 / T$$

Formelsamling

$$v = \lambda / T = (2\pi/k) / (2\pi/\omega) = \omega / k$$



Mekaniska vågor: Sammanfattning



Vågfunktionen:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Hastighet och acceleration:

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$

$$a_y(x, t) = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = -\omega^2 A \cos(kx - \omega t) = -\omega^2 y(x, t)$$

Vågekvationen:

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$

Våghastighet:

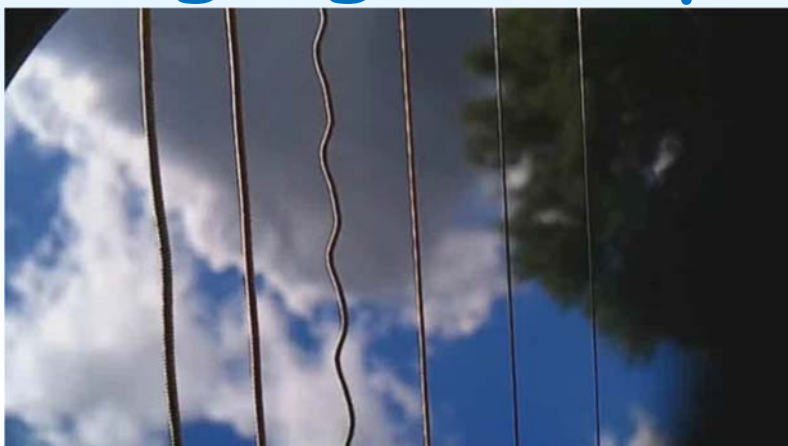
$$v = \lambda / T = \omega / k$$



Mekaniska vågor Våg hastighet



Våg hastighet och sträng egenskaper



<https://www.youtube.com/watch?v=ttgLyWFINJI>

Våghastigheten beror på två saker:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Formelsamling

Spännkraften

Strängens massa per längdenhet



Mer generellt:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Restoring force returning the system to equilibrium}}{\text{Inertia resisting the return to equilibrium}}}$$

Mekaniska vågor: Effekt

Effekt



Hur mycket arbete utför man varje sekund?



Mekaniska vågor: Effekt



Vågens effekt (P): Den momentana hastigheten med vilken energi transporteras av vågen. (P = energi per tidsenhet)

Unit: W or J/s

Allmänt för effekt:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (\text{instantaneous rate at which force } \vec{F} \text{ does work on a particle})$$

Vågens effekt (P):

$$P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t)$$

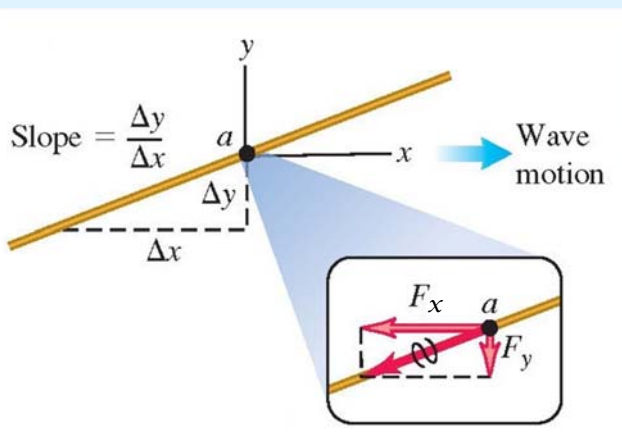
y är den enda riktningen där hastigheten inte är noll



Mekaniska vågor: Effekt



Våg på en sträng



Förhållandet mellan kraften i y-riktningen till kraften i x-riktningen ges av strängens lutning som ges a derivatan:

$$\text{Slope} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{F_y}{F_x} = \frac{dy}{dx}$$

$$F_y(x, t) = -F_x \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$

F_y är i negativ y-riktning

F_x är spännkraften

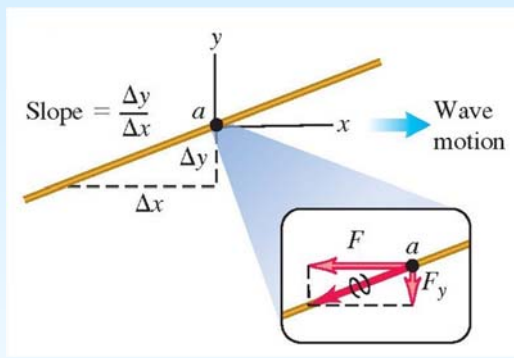


Mekaniska vågor: Effekt



$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \rightarrow P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t)$$

$$F_y(x, t) = -F \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$$



$$P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t) = -F \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$$

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} = -kA \sin(kx - \omega t)$$

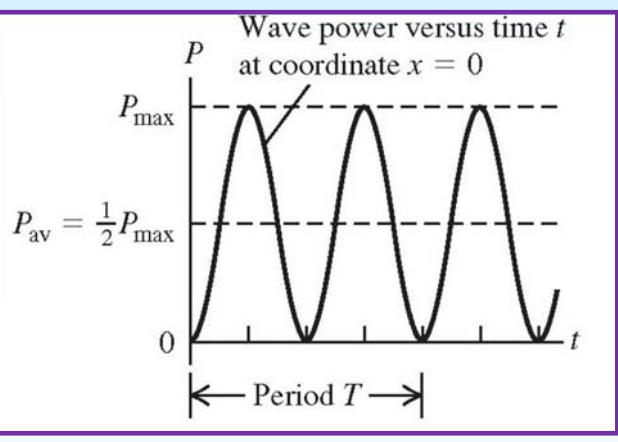
$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$

Vågens effekt:

$$P(x, t) = Fk\omega A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$



Mekaniska vågor: Effekt



Vågens effekt:

$$P(x, t) = Fk\omega A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$P_{max} = Fk\omega A^2 = \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

&

$$P_{av} = \frac{1}{2} Fk\omega A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$v = \frac{\omega}{k} \rightarrow k = \frac{\omega}{\sqrt{F/\mu}}$$

Formelsamling

Reflektion av vågor



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

53

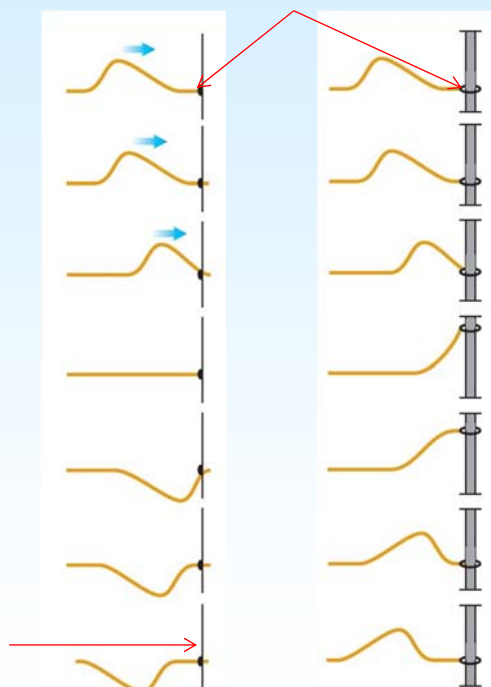
Mekaniska vågor Reflektioner

Reflektion av en våg



Ställningen orsakar en motriktad kraft som inverterar vågen.

Randvillkor



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

54



Mekaniska vågor Reflektioner



Vågfunktionen av två vågor ges typiskt av summan av de två individuella vågfunktionerna.

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

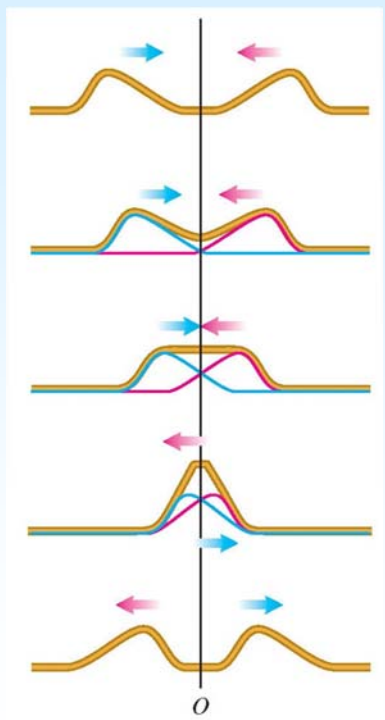
Detta kallas för **superpositions principen** !



Denna princip gäller när **vågekvationen** för vågorna **är linjär** dvs den innehåller bara funktionen $y(x,t)$ till första ordningen.

Sinusvågor t.ex. följer superpositions principen för deras vågekvation är linjär:

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$



Mekaniska vågor: Stående vågor



Stående vågor



<https://www.youtube.com/watch?v=NpEevfOU4Z8>

Mekaniska vågor: Stående vågor



<https://www.youtube.com/watch?v=-gr7KmTOrx0>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

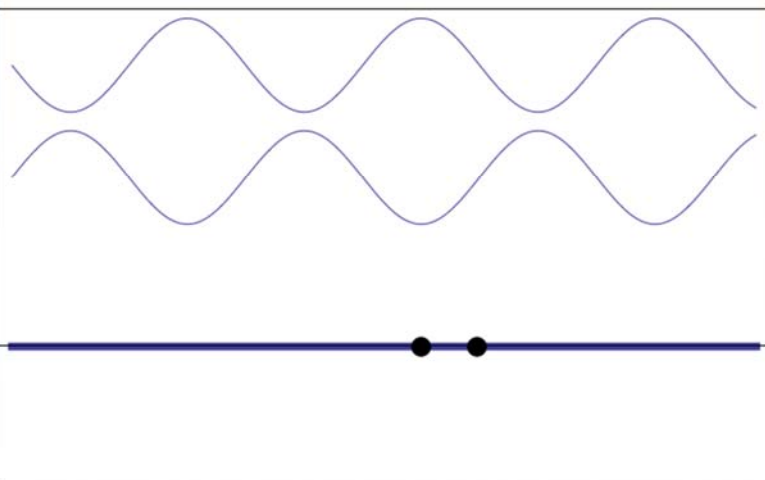
57

Mekaniska vågor: Stående vågor



Two waves with the same frequency and wavelength pass each other:

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/superposition/superposition.html>



→ $y_2(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$

← $y_1(x, t) = -A \cos(kx + \omega t)$



$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A[-\cos(kx + \omega t) + \cos(kx - \omega t)]$$

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

58



Mekaniska vågor: Stående vågor



Superposition av två vågor:

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = A[-\cos(kx + \omega t) + \cos(kx - \omega t)]$$

+

Trigonometri: $\cos(a \mp b) = \cos a \cos b \pm \sin a \sin b$

=

~~$$Y(x, t) = A[-\cos(kx)\cos(\omega t) + \sin(kx)\sin(\omega t) + \cos(kx)\cos(\omega t) + \sin(kx)\sin(\omega t)]$$~~

=

Vågfunktionen för en stående våg

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = 2A \sin kx \sin \omega t$$



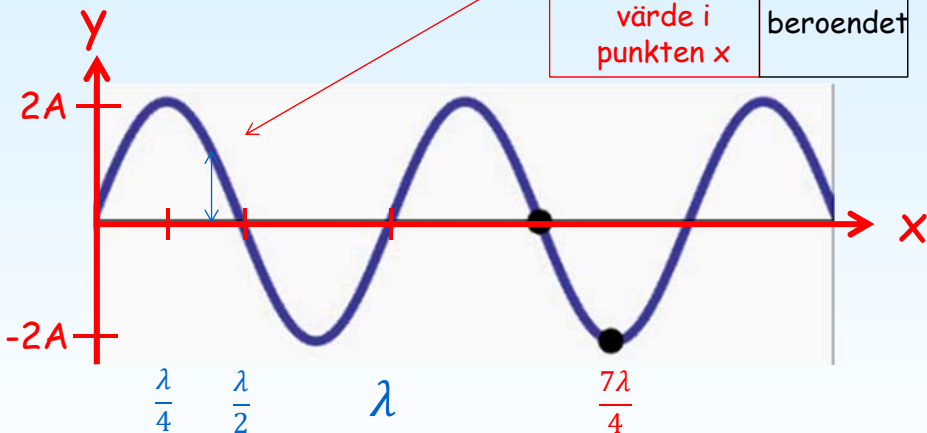
Mekaniska vågor: Stående vågor



$$y(x, t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t) = 2A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \sin(\omega t)$$

Ger max-min
värde i
punkten x

Ger tids-
beroendet



$$y\left(\frac{7\lambda}{4}, t\right) = 2A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{7\lambda}{4}\right) \sin(\omega t) = 2A \sin\left(\frac{7\pi}{2}\right) \sin(\omega t) = -2A \sin(\omega t)$$



Mekaniska vågor: Stående vågor



Noder:

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = 2A \sin kx \sin \omega t$$

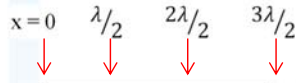
Noderna ges av $\sin(kx) = 0$

$$kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi,$$

$$x = 0, \frac{\pi}{k}, \frac{2\pi}{k}, \frac{3\pi}{k}, \frac{4\pi}{k},$$

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{4\lambda}{2}, \quad \text{eftersom } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$x = 0, \frac{v}{2f}, \frac{2v}{2f}, \frac{3v}{2f}, \frac{4v}{2f}, \quad \text{eftersom } \lambda = \frac{v}{f}$$



Mekaniska vågor: Stående vågor



Vad är hastigheten och accelerationen ?

Läget:

$$y(x, t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t)$$

Vågfunktionen

Hastighet:

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$$



$$v_y(x, t) = 2A\omega \sin(kx) \cos(\omega t)$$

Acceleration:

$$a_y(x, t) = \frac{\partial v_y(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \implies a_y(x, t) = -2A\omega^2 \sin(kx) \sin(\omega t)$$



Sträng instrument

Octobas
fiol



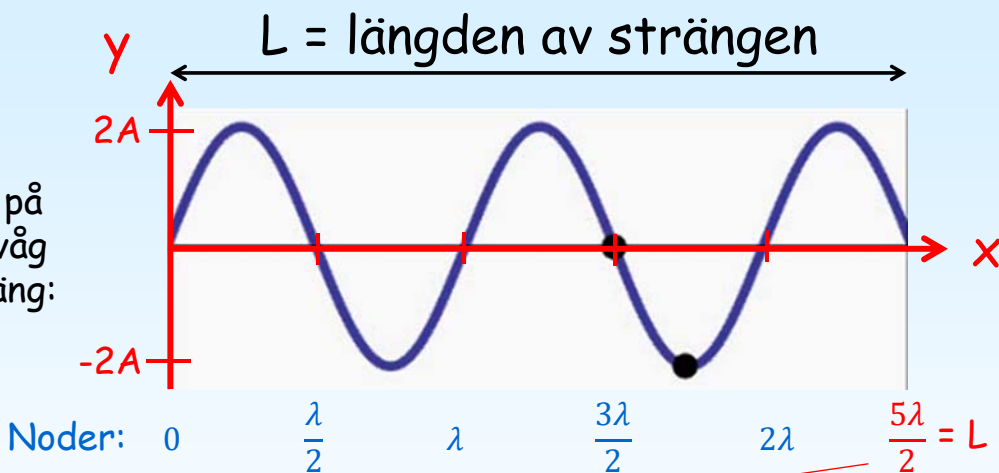
<https://www.youtube.com/watch?v=12X-i9YHzmE>



Mekaniska vågor: Stående vågor



Exempel på
stående våg
på en sträng:



$$\lambda = \frac{2L}{5}$$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$f = \frac{5v}{2L}$$

Hastigheten av de
vågor som bygger
upp den stående
vågen.



Mekaniska vågor: Sträng instrument



Strängar med längden L
som har noder i båda ändar:

Nodes when $\sin(kx) = 0$
 $x = 0, \frac{\pi}{k}, \frac{2\pi}{k}, \frac{3\pi}{k}, \dots$
 $= 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \dots$

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

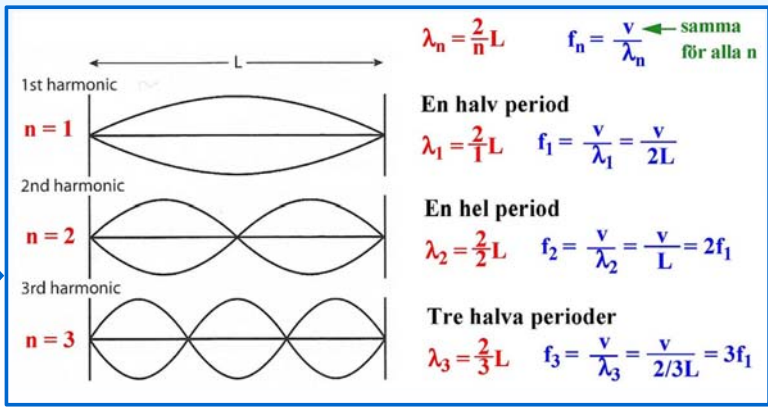
$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Formelsamling

$$\lambda = v / f = 2L / n$$

$$f_n = n \frac{v}{2L} = n f_1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

f_1, f_2, f_3, \dots Harmoniska frekvenser
 f_1 : Grundfrekvensen
 f_2, f_3, f_4, \dots Övertoner



Mekaniska vågor: Sträng instrument



$$f_1 = v/2L$$

Formelsamling

$$v = \sqrt{F/\mu}$$

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Lång sträng: Låg frekvens
 Tjock sträng: Låg frekvens
 Stor spännkraft: Hög frekvens





Mekaniska vågor: Sammanfattning



Sinus svängningarna på en sträng beskrivs av vågekvationen

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$

som har vågfunktionen som lösning

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad v = \lambda / T = \omega / k$$

Hastighet och acceleration

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$
$$a_y(x, t) = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = -\omega^2 A \cos(kx - \omega t) = -\omega^2 y(x, t)$$

Medeleffekt

$$P_{av} = \frac{1}{2} \mu (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} (\omega A)^2$$

Effektfunktionen

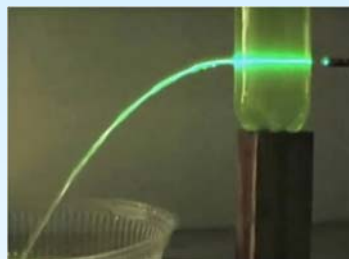
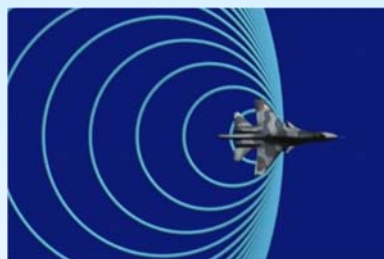
$$P(x, t) = 2P_{av} \sin^2(kx - \omega t) \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Vågfunktionen för stående våg

$$y(x, t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t) \quad f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad f_n = n f_1$$



Vågrörelselära och optik



Kapitel 16 - Ljud



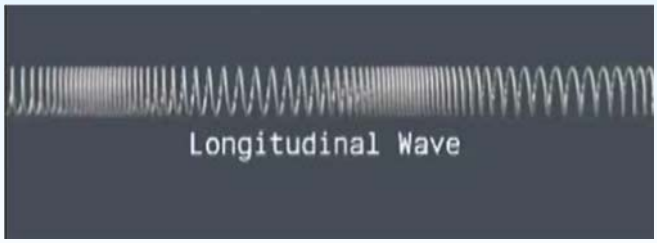
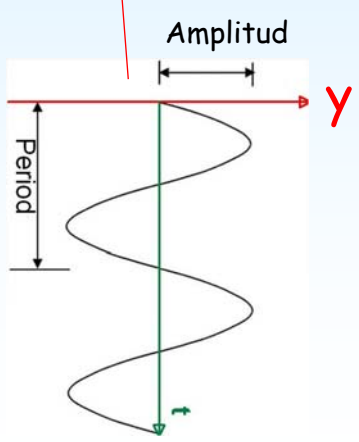
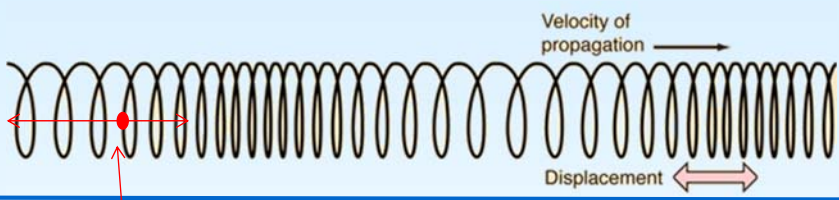
Ljud = Tryckvågor



Longitudinell sinus våg

Formelsamling

$$v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k}$$



$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$



Ljud & Tryckvågor



Vågens hastighet $\rightarrow V$

$$v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k}$$

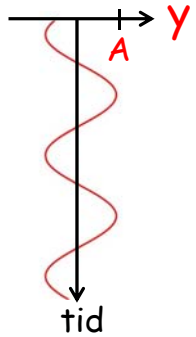
En kolv rör sig in och ut så att en longitudinell sinus våg skapas:



©2011. Dan Russell

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves/wavemotion.htm>

Y: Luft molekylernas rörelse



$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Formelsamling

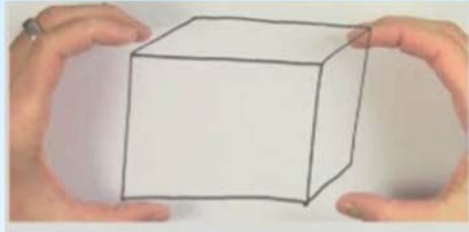


Ljud & Tryckvågor

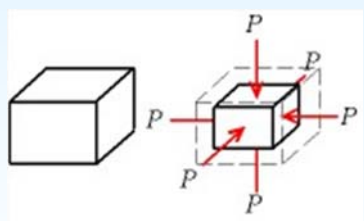


Bulk modulen

Mått på hur svårt det är att pressa ihop ett material



Trycket som behövs för att pressa ihop materialet



Definition av bulk modulen:

$$B = -V \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

← Tryck ändring
← Volym ändring

Enhet: N/m²

Tryckändringen som orsakas av en volymändring:

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V}$$

$\Delta p > 0$ tryck ökning
 $\Delta V < 0$ volym minskning

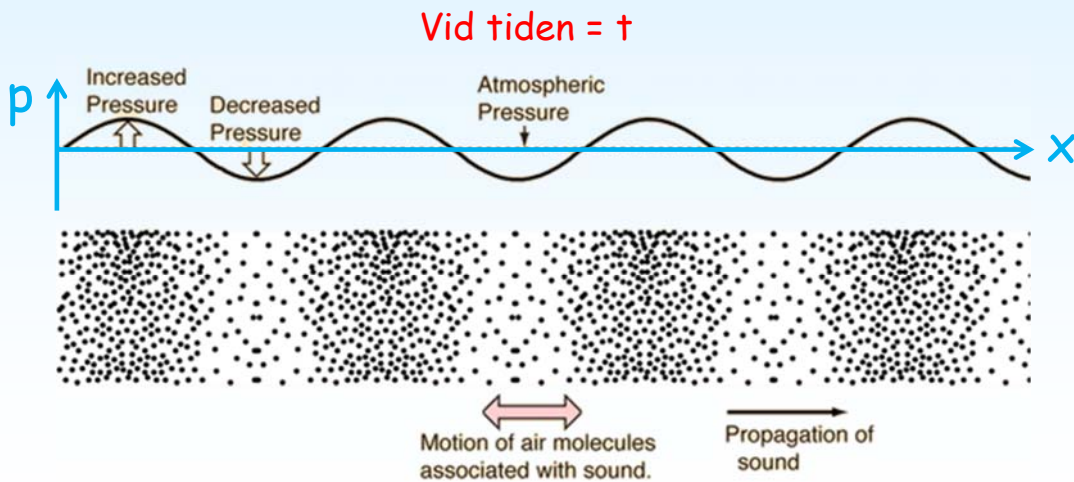


Ljud & Tryckvågor



Tryckfunktionen: $p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$

Amplituden: $p_{max} = BkA$ Den maximala tryck variationen



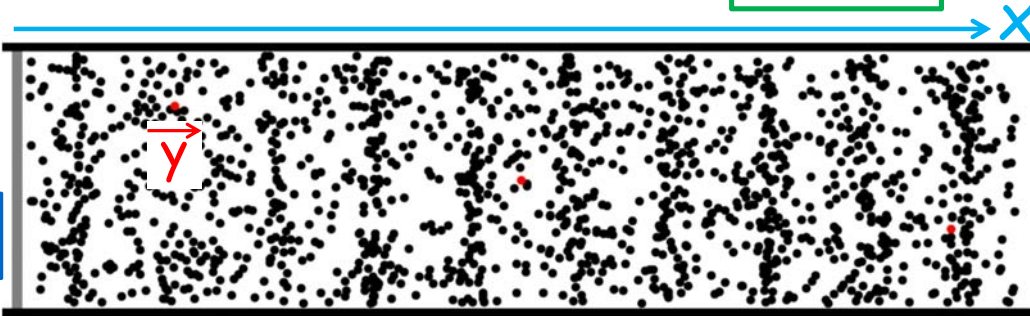
Ljud & Tryckvågor



Vågens hastighet \xrightarrow{v} $v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k}$

En kolv rör sig in och ut:

$\Delta p = -B \Delta V/V$

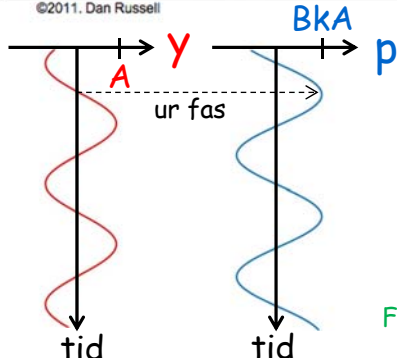


©2011. Dan Russell

<http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/waves/wavemotion.htm>

y: Luft molekylernas rörelse

p: Trycket vid läget x



Formelsamling

Vågfunktionen: $y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$

Tryckfunktionen: $p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$

$p_{max} = BkA = \rho \omega v A$



Ljud hastigheten



Ljud Hastighet



Allmänt:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Restoring force returning the system to equilibrium}}{\text{Inertia resisting the return to equilibrium}}}$$

Sträng:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

F: Spänn kraft
 μ : Massa per längdenhet

Vätska:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B: Bulk modulen
 ρ : Densiteten

Fasta
material:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Y: Young modulen
 ρ : Densiteten

Gas:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B: Bulk modulen
 ρ : Densiteten

Formelsamling



Mekaniska vågor

Effekt allmänt



Vågens effekt (P): Den momentana hastigheten med vilken energi transporteras av vågen. (P = energi per tidsenhet)

Unit: W or J/s

Allmänt för effekt:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

(instantaneous rate at which force \vec{F} does work on a particle)

Vågens effekt (P):

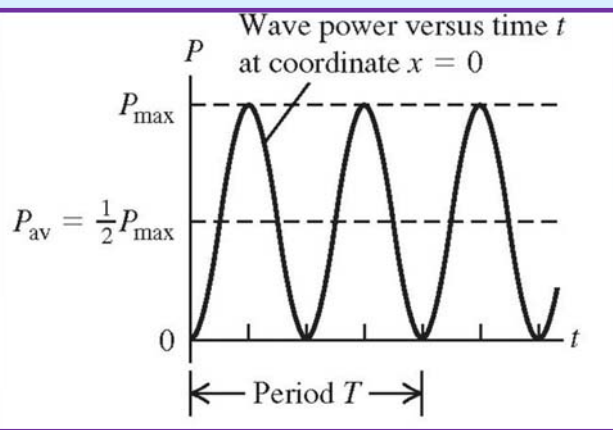
$$P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t)$$

y är den enda riktningen där hastigheten inte är noll



Mekaniska vågor

Effekt på sträng



Vågens effekt för sträng:

$$P(x, t) = Fk\omega A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$P_{max} = Fk\omega A^2 = \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

&

$$P_{av} = \frac{1}{2} Fk\omega A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

Formelsamling

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$k = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$

Ljudvågens effekt



Ljud Effekt

Vågens effekt (P):

$$P(x, t) = F_y(x, t)v_y(x, t)$$

Tryckfunktionen (p):

$$p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$$

Tryck = kraft per ytenhet

Vågfunktionen (y):

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$v_y(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t)$$

Vågeffekt per ytenhet:

$$P(x, t) = p(x, t)v_y(x, t) = [BkA \sin(kx - \omega t)][\omega A \sin(kx - \omega t)]$$

Effekt Tryck
per m²

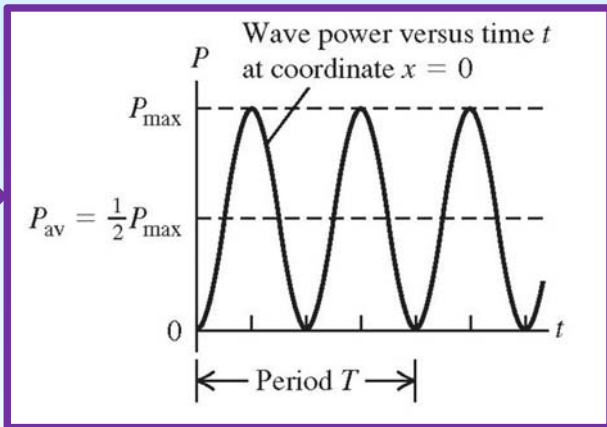
$$= B\omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

Ljud Effekt



Vågeffekt per ytenhet:

$$P(x, t)/\text{Area} = B\omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$



Maximal effekt: $\frac{P_{\text{max}}}{\text{Area}} = B\omega k A^2$

Medeleffekt: $\frac{P_{\text{av}}}{\text{Area}} = \frac{1}{2}B\omega k A^2$

Ljud Effekt



Lite övning i algebra:

$$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{v}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \Rightarrow \sqrt{B} = v\sqrt{\rho}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \Rightarrow \sqrt{B} = v\sqrt{\rho}$$

$$\frac{P_{\text{av}}}{\text{Area}} = \frac{1}{2}B\omega k A^2 = \frac{1}{2}B\omega \frac{\omega}{v} A^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\rho B}(\omega A)^2 = \frac{1}{2}\rho(\omega A)^2 v$$

$$\frac{P_{\text{av}}}{\text{Area}} = \frac{1}{2}B\omega k A^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\rho B}(\omega A)^2 = \frac{1}{2}\rho(\omega A)^2 v$$



Ljud Effekt



Effekt allmänt: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (instantaneous rate at which force \vec{F} does work on a particle)

Våg effekt - sträng:

$$P(x, t) = Fk\omega A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$P_{max} = Fk\omega A^2 = \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

$$P_{av} = \frac{1}{2} Fk\omega A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} \omega^2 A^2$$

Formelsamling

$$P_{av} = \frac{1}{2} \mu (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} (\omega A)^2$$

Våg effekt - ljud:

$$P(x, t)/Area = B\omega k A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$P_{max}/Area = B\omega k A^2 = \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2$$

$$P_{av}/Area = \frac{1}{2} B\omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} \omega^2 A^2$$

Formelsamling

$$P_{av}/Area = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2$$



Mekaniska vågor Intensitet



Ljudvågens intensitet



När fisken Gulf Corvina leker skickar den ut ljudsignaler som kan nå en intensitetsnivå på 177 dB (202 dB = 10^8 W/m^2 för ett helt stim).

Detta är ett av de högsta ljuden i djurvärlden och kan ge hörselskador på delfiner, sälar och sjölejon.



Ljud Intensitet



Medeleffekten av en ljudvåg (P_{av}):

Unit: W or J/s

$$\frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v$$

Våg intensitet (I): Medeleffekten som passerar en yta vinkelrät mot vågens riktning. (I = effekt per ytenhet).

Unit: W/m²

$$I = \frac{Effekt}{Area}$$

Formelsamling

$$I = \frac{P_{av}}{Area} = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v$$



Ljud Intensitet



Tryck funktionen:

$$p(x, t) = BkA \sin(kx - \omega t)$$

Tryck amplituden:

$$p_{max} = BkA$$



$$A^2 = \frac{p_{max}^2}{B^2 k^2}$$

$$I = \frac{1}{2} B \omega k A^2 = \frac{1}{2} B \omega k \frac{p_{max}^2}{B^2 k^2} = \frac{1}{2B} \frac{\omega}{k} p_{max}^2 = \frac{1}{2B} \sqrt{\frac{B}{\rho}} p_{max}^2 = \frac{p_{max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

$$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

$$p_{max} = BkA = \rho \omega v A$$

$$I = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{p_{max}^2}{2\rho v} = \frac{p_{max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

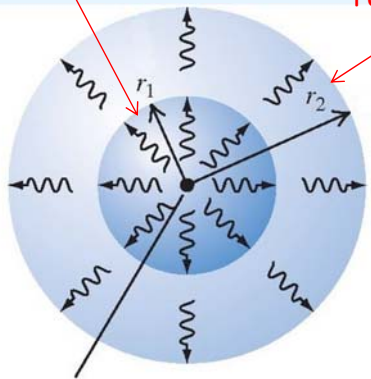
$I = \frac{p_{max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$ Intensiteten är proportionell mot kvadraten på tryck amplituden.

Intensiteten genom en sfär med radien r_1

$$I_1 = \frac{P_{av}}{4\pi r_1^2}$$

Sfär med radien r_1

Sfär med radien r_2



Källa med medeleffekten P_{av}

Om man bortser från effektförluster

$$4\pi r_1^2 I_1 = 4\pi r_2^2 I_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (\text{inverse-square law for intensity})$$

Decibel skalan

Smärtgränsen:
120 dB = 1 W/m²

Gulf Corvina:
200 dB = 10⁸ W/m²

Saturn V raket:
220 dB = 10¹⁰ W/m²

Krakatoa:
310 dB = 10¹⁹ W/m²





Intensitetsnivån (β) med decibel (dB) som enhet:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \longleftrightarrow I = I_0 \cdot 10^{\beta/10}$$

Formelsamling

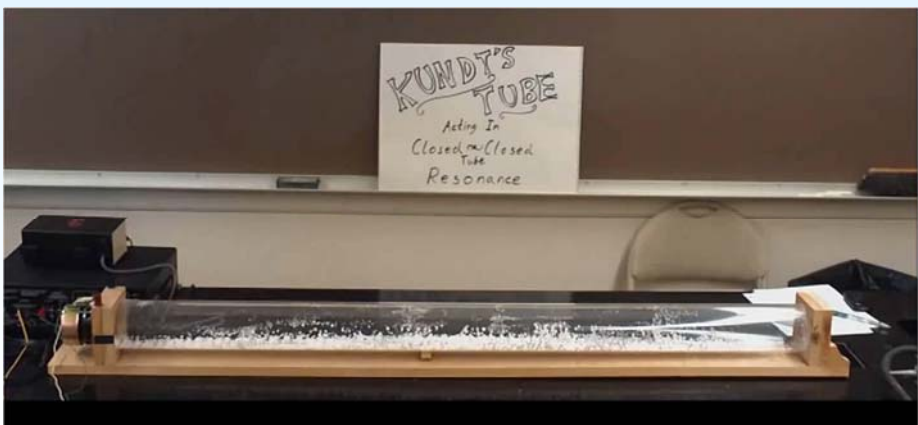
$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ är en referensnivå.

I_0 = gränsen för mänskligt hörande (approximativt).

$\beta = 0 \text{ dB}$ för $I = I_0$
 $\beta = 120 \text{ dB}$ för $I = 1 \text{ W/m}^2$



Ljud och stående våg

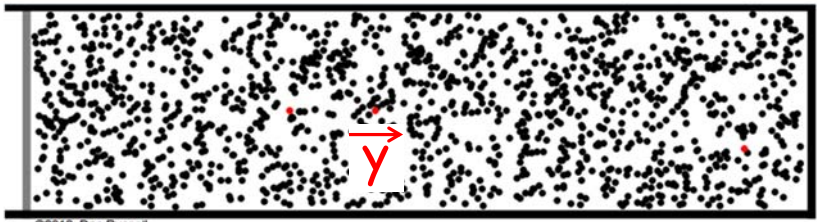




Ljud Stående våg



En kolv rör sig in och ut:



©2012, Dan Russell

Luft
molekylernas
rörelse:

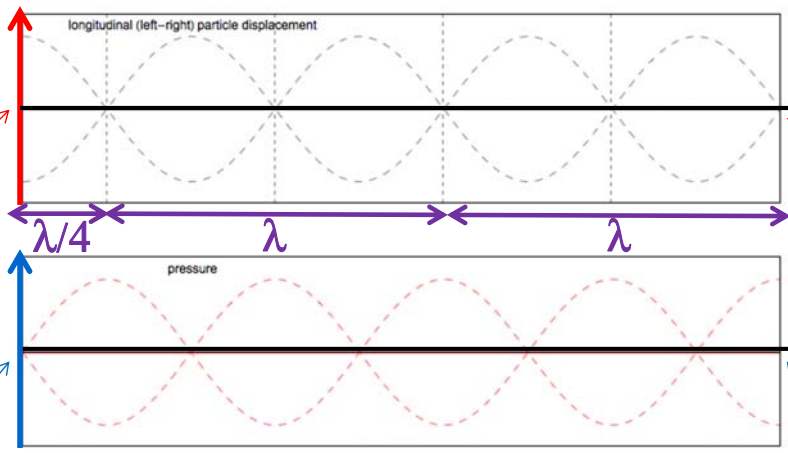
y

Förflyttnings
anti-nod

Trycket:

p

Tryck nod



Förflyttnings
nod

Tryck
anti-nod

$$L = n \lambda/4 = \lambda 9/4$$



Ljud Stående våg



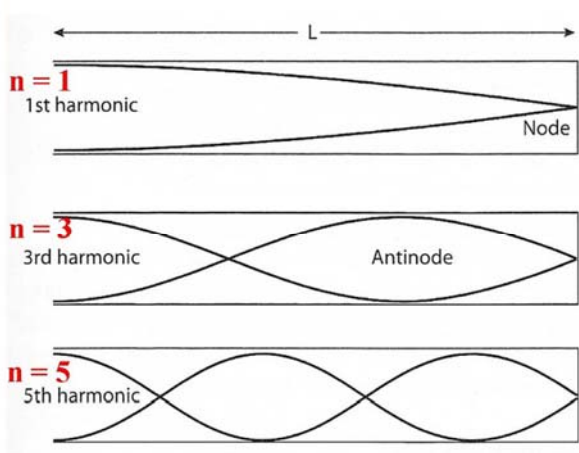
Stående våg i en stängd pipa:

$\lambda_n = \frac{4}{n}L$ $f_n = \frac{v}{\lambda_n}$ där hastigheten (v) är samma för alla n

Atmosfärstryck

Förflyttnings
anti-nod

Tryck-nod



En kvarts våg

$$\lambda_1 = \frac{4}{1}L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{1v}{4L}$$

Tree kvarts vågor

$$\lambda_3 = \frac{4}{3}L \quad f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{4L} = 3f_1$$

Fem kvarts vågor

$$\lambda_5 = \frac{4}{5}L \quad f_5 = \frac{v}{\lambda_5} = \frac{5v}{4L} = 5f_1$$

NOTERA: $n = 2, 4, 6$ kan inte hända i en stängd pipa

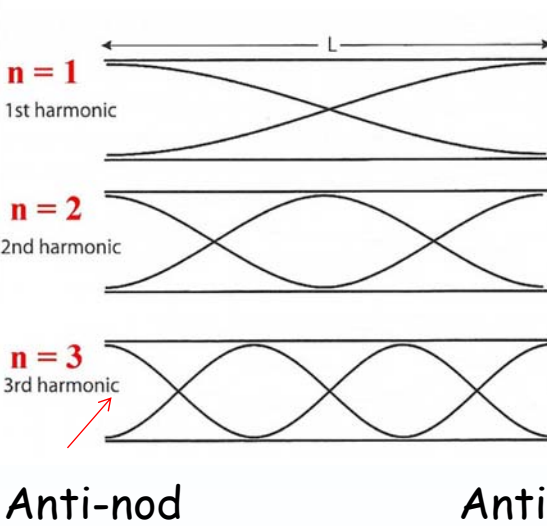


Ljud Stående våg



Stående våg i en öppen pipa:

$$\lambda_n = \frac{2}{n}L \quad f_n = \frac{v}{\lambda_n} \quad \text{där hastigheten (v) är samma för alla n}$$



En halv våg

$$\lambda_1 = \frac{2}{1}L \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{1v}{2L}$$

Två halva vågor

$$\lambda_2 = \frac{2}{2}L \quad f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{2v}{2L} = 2f_1$$

Tre halva vågor

$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L \quad f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{2L} = 3f_1$$

Atmosfärstryck
Förflyttnings
anti-nod
Tryck-nod



Ljud Stående våg



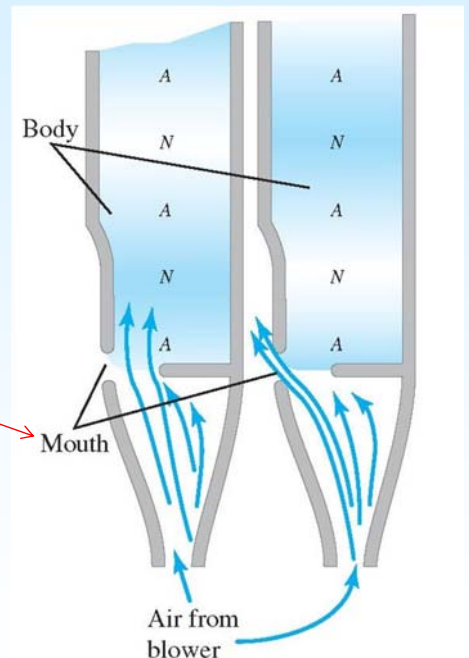
Orgelpipa: Luftström underifrån.

Stående våg: Uppstår om luft-hastighet och pipans längd är valda korrekt.

Mynning: Pipan är öppen i botten och detta ger en tryck-nod (förflyttnings anti-nod).

Luftström: Går varierande in i pipan och ut genom mynningen.

tid = 0 tid = T/2



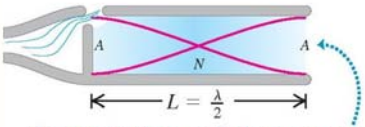


Ljud Stående våg



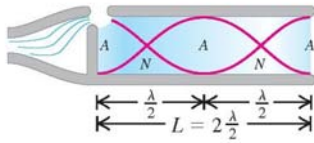
Jämför öppen-öppen med öppen-stängd pipa:

Fundamental: $f_1 = \frac{v}{2L}$

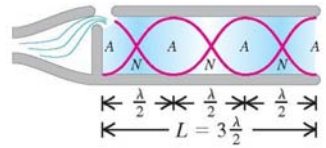


Open end is always a displacement antinode.

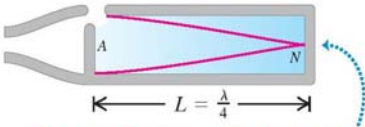
Second harmonic: $f_2 = 2\frac{v}{2L} = 2f_1$



Third harmonic: $f_3 = 3\frac{v}{2L} = 3f_1$

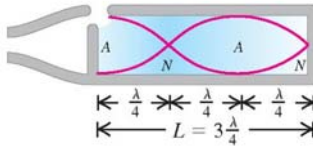


Fundamental: $f_1 = \frac{v}{4L}$

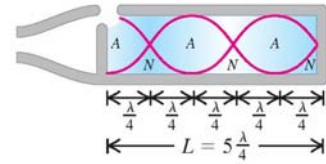


Closed end is always a displacement node.

Third harmonic: $f_3 = 3\frac{v}{4L} = 3f_1$



Fifth harmonic: $f_5 = 5\frac{v}{4L} = 5f_1$



Avståndet mellan två noder är $\lambda/2$!

$$f_n = \frac{nv}{2L} \qquad f_n = \frac{nv}{4L} \quad (n \text{ udda})$$

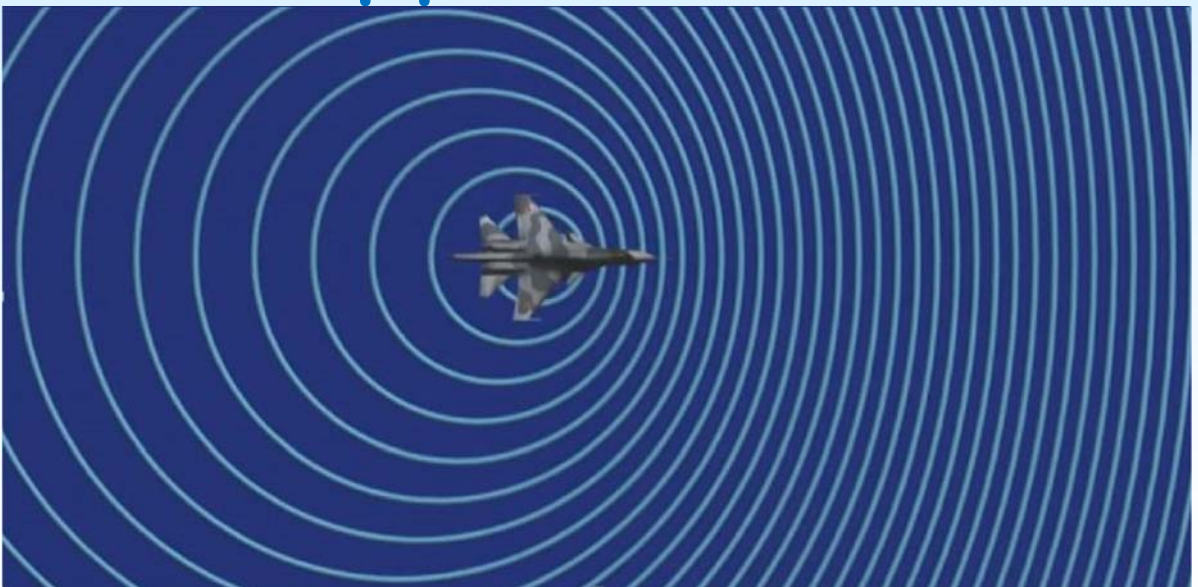
Formelsamling



Ljud Doppler effekt



Doppler effekt



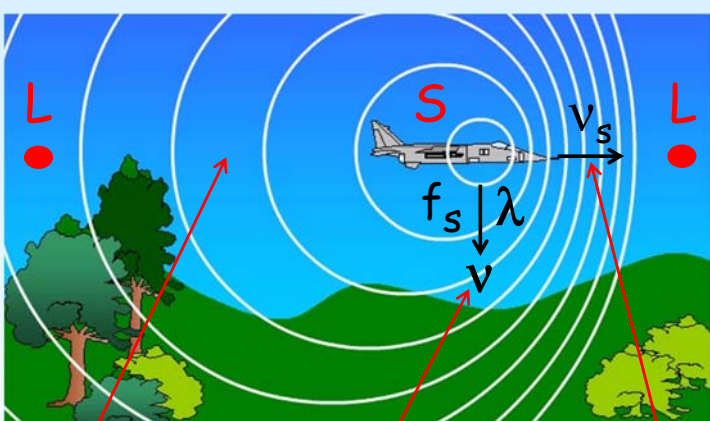
<https://www.youtube.com/watch?v=-Zu5SGllmwc>



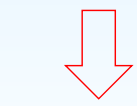
Ljud Doppler effekt



Tiden det tar för en ljudvåg att nå lyssnaren (L) blir längre om källan (S) rör sig bort.

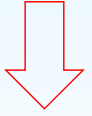


Om källan (S) rör sig mot lyssnaren (L) tar det kortare tid för ljudvågen att nå lyssnaren.



λ_{behind} längre

$$\lambda = \frac{v}{f_s}$$



$\lambda_{\text{in front}}$ kortare

$$\lambda_{\text{behind}} = \frac{v + v_s}{f_s}$$

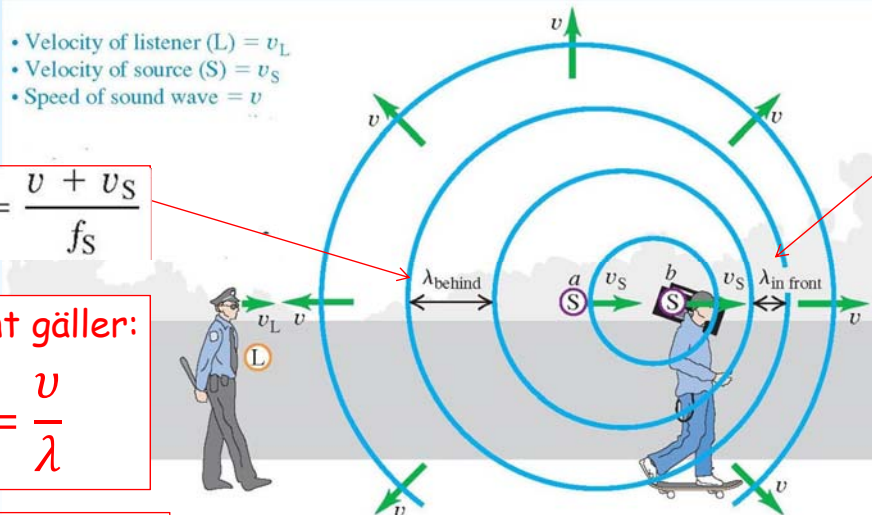
$$\lambda_{\text{in front}} = \frac{v - v_s}{f_s}$$



Ljud Doppler effekt



Komplikation: Lyssnaren rör på sig också



- Velocity of listener (L) = v_L
- Velocity of source (S) = v_s
- Speed of sound wave = v

$$\lambda_{\text{behind}} = \frac{v + v_s}{f_s}$$

$$\lambda_{\text{in front}} = \frac{v - v_s}{f_s}$$

Allmänt gäller:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Vågen närmar sig L med $v + v_L$

$$f_L = \frac{v + v_L}{\lambda_{\text{behind}}} = \frac{v + v_L}{(v + v_s)/f_s} = \frac{v + v_L}{v + v_s} f_s$$

ändring av frekvensen



Ljud Doppler effekt



$$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S$$

Denna formel fungerar alltid om positiv riktning av hastigheten är definierad från lyssnaren mot källan !

Formelsamling

positiv riktning →	← positiv riktning	
		$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S$
		$f_L = \frac{v-v_L}{v+v_S} f_S$
		$f_L = \frac{v-v_L}{v-v_S} f_S$
		$f_L = \frac{v+v_L}{v-v_S} f_S$

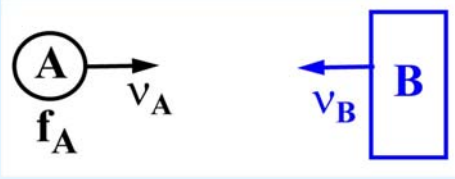


Ljud Doppler effekt

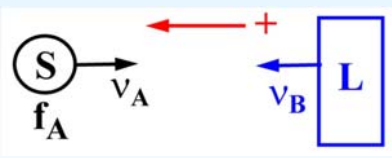


Komplikation: Ljudet reflekteras

Ljud sänds ut av A och reflekteras mot B. Vilken frekvens hör A ?



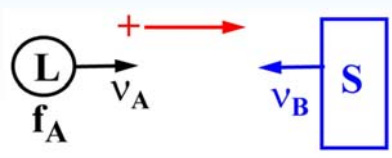
Steg 1.



$$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S = \frac{v+v_B}{v-v_A} f_A$$

Betrakta B som lyssnare.

Steg 2.

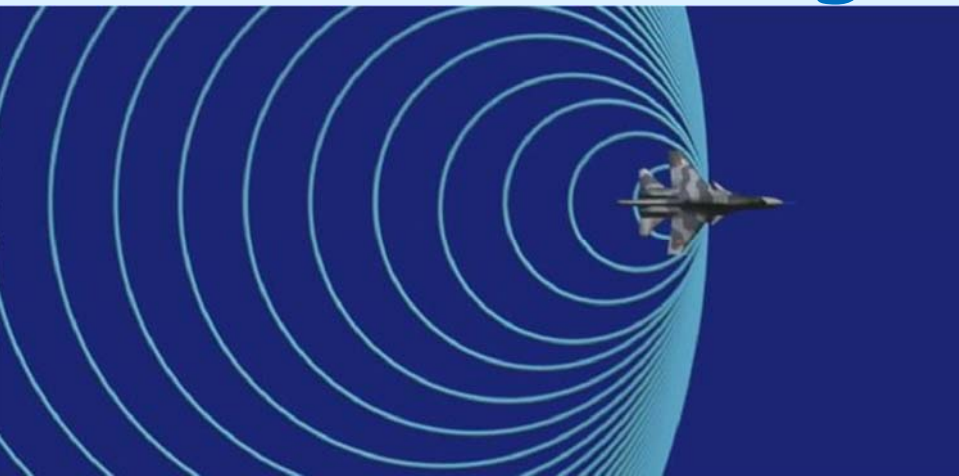


$$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S = \frac{v+v_A}{v-v_B} \frac{v+v_B}{v-v_A} f_A$$

Betrakta B som ljudkälla.



Chockvåg



$$\lambda_{\text{in front}} = \frac{v - v_s}{f}$$

v: Ljudhastigheten
v_s: Planets hastighet

v_s > v Chockvåg bildas (inte bara när v_s = v)

v_s > v Ingen ljudvåg framför planet

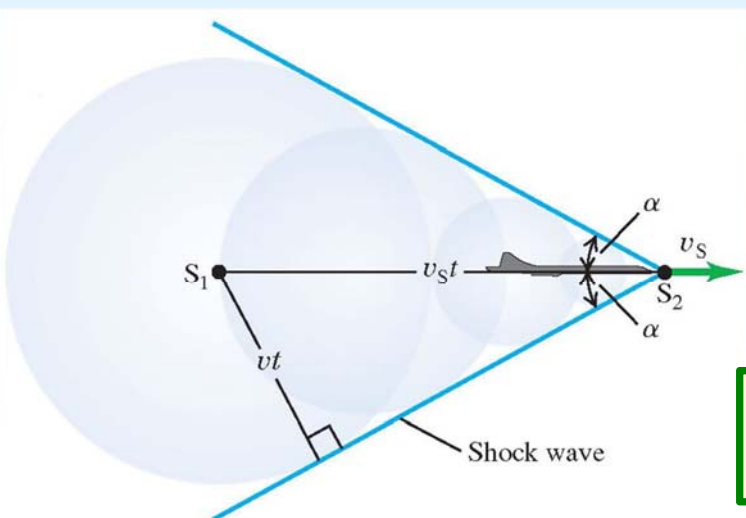


Ljud chockvåg



En konisk chockvåg bildas när planet flyger fortare än ljudhastigheten.

En serie av sfäriska vågtoppar från planet interfererar konstruktivt längs en kon som ges av vinkeln α.



v: Ljudhastigheten
v_s: Planets hastighet

Planets hastighet i Machtal:

$$N_M = \frac{v_s}{v}$$

$$\sin \alpha = \frac{vt}{v_s t} = \frac{v}{v_s} = \frac{1}{N_M}$$

Formelsamling



Ljud: Sammanfattning



Vågfunktionen:

$$y(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Tryckfunktionen:

$$p(x,t) = p_{\max} \sin(kx - \omega t)$$

$$p_{\max} = BkA = \rho \omega v A$$

Ljudhastigheten:

$$v = f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

Intensitet =
medeleffekt per ytenhet:

$$I = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{p_{\max}^2}{2\rho v} = \frac{p_{\max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

Intensitet & avstånd från punktkälla:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (\text{inverse-square law for intensity})$$

Intensitetsnivå (decibel):

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Vågeffekt per ytenhet:

$$P(x,t) = 2I \sin^2(kx - \omega t)$$



Ljud: Sammanfattning



Stående ljudvåg:

öppen-öppen pipa

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

öppen-stängd pipa

$$f_n = \frac{nv}{4L} \quad (n \text{ udda})$$

Svävningsfrekvens:

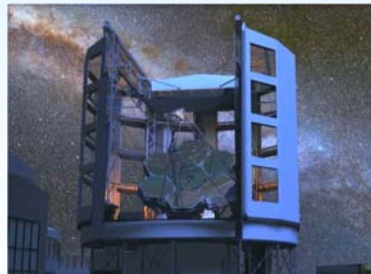
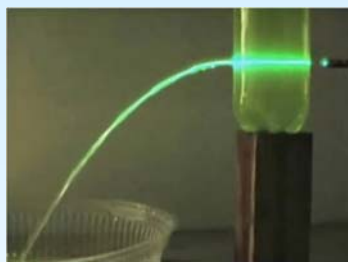
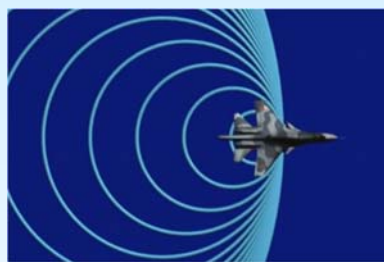
$$f_{\text{beat}} = f_a - f_b$$

Doppler effekt:

$$f_L = \frac{v+v_L}{v+v_S} f_S$$

Chockvåg:

$$\sin \alpha = \frac{v}{v_S}$$



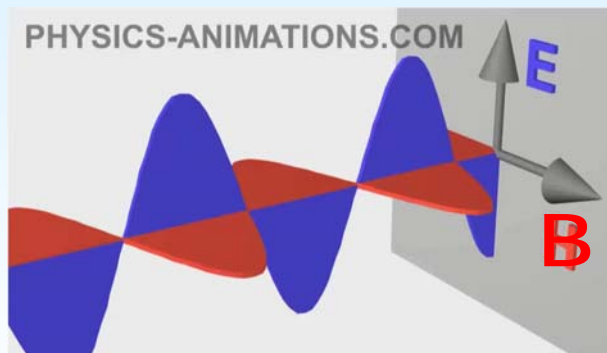
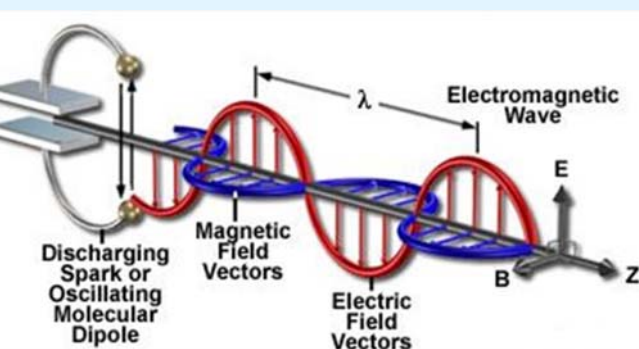
Kapitel 32 - Elektromagnetiska vågor



Elektromagnetiska vågor Maxwells ekvationer



Den elektromagnetiska vågen består av ett elektriskt och ett magnetiskt fält.





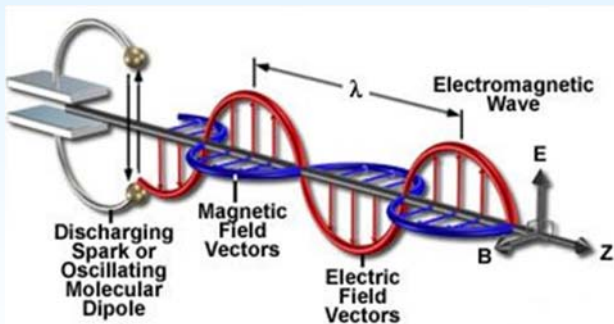
Elektromagnetiska vågor Maxwells ekvationer



Elektromagnetiska vågor skapas av **laddade partiklar** som är i **rörelse**.

En elektromagnetisk våg kan **transportera energi i vakuum** (men inte en mekanisk våg).

En elektromagnetisk våg kan skapas av en **urladdningskondensator**:



Fältet är starkast 90 grader mot laddningarnas rörelse och noll i samma riktning som laddningarnas rörelse.

När **laddningarna** åker upp och ner i gnistgapet skapas ett **magnetiskt fält** i horisontal planet.

Det varierande magnet fältet generar ett vertikalt **elektriskt fält**.

Det magnetiska och elektriska fälten utbreder sig i rymden som en **elektromagnetisk våg**.

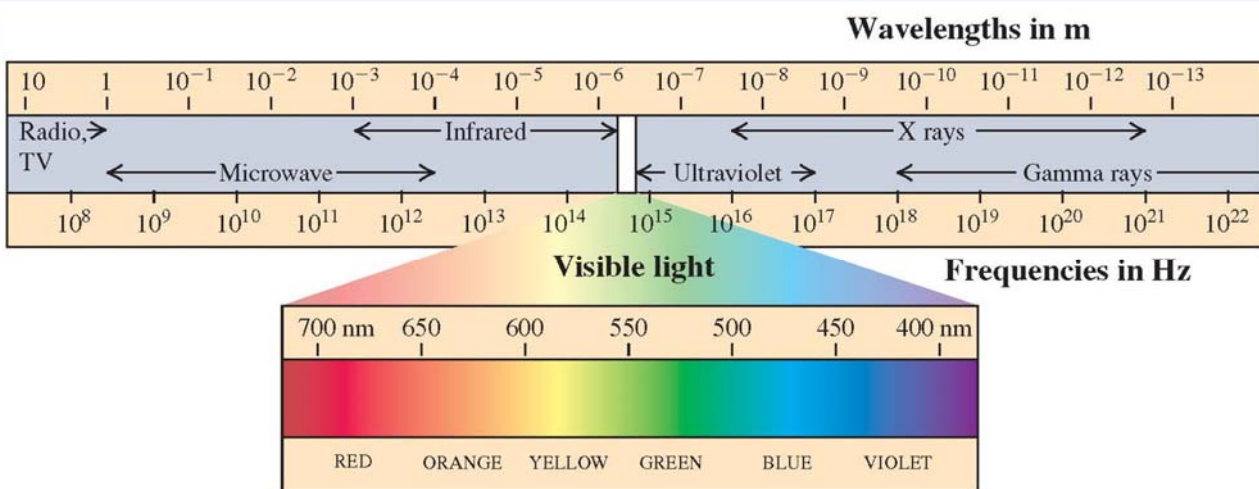


Elektromagnetiska vågor

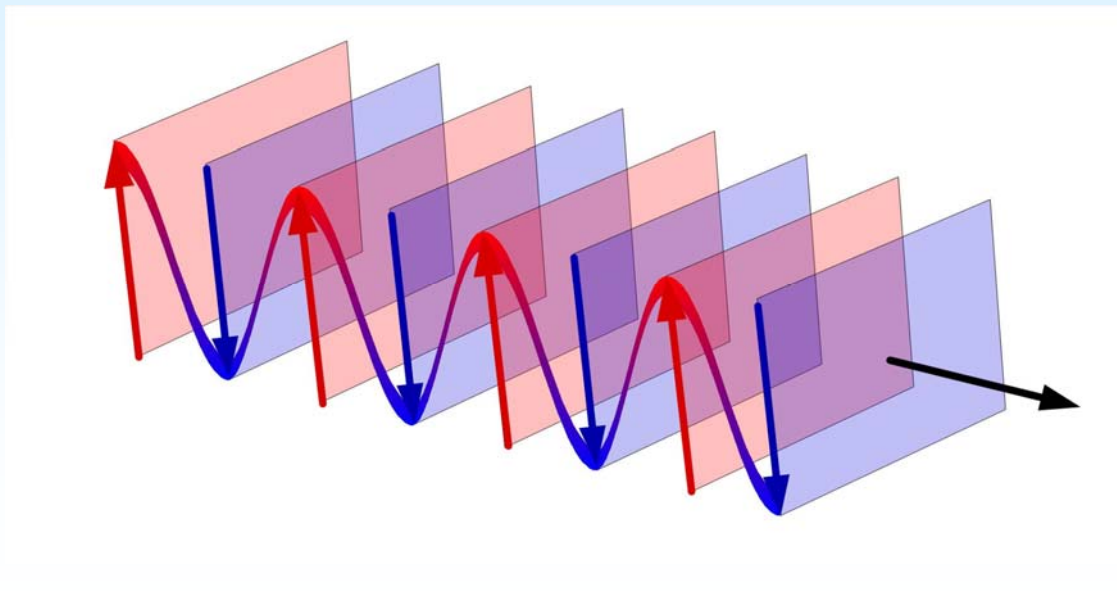


Det elektromagnetiska spektrumet

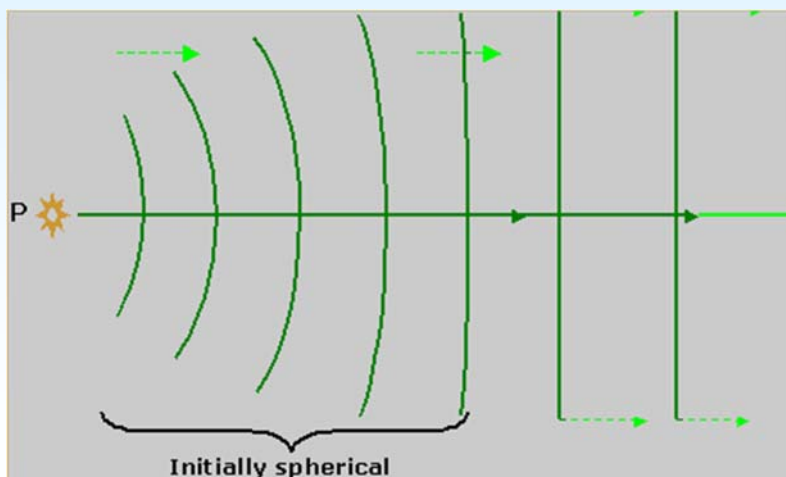
$$\lambda = c / f$$



Vågfronter: ytor med konstant fas



Vågfronter beror på avståndet till källan

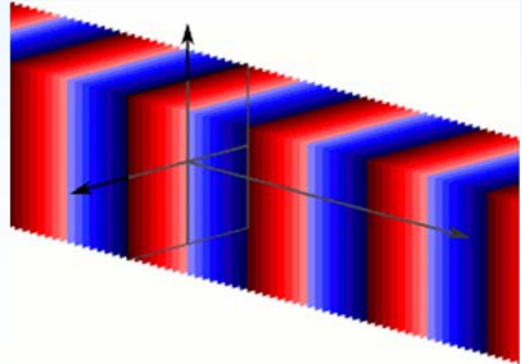
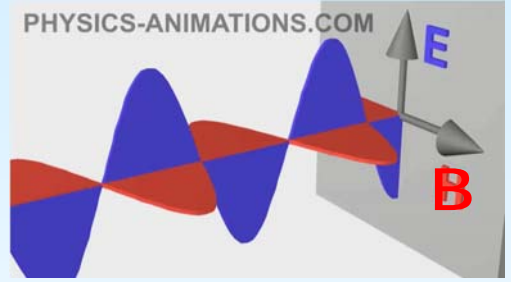




Elektromagnetiska vågor



- Elektromagnetiska vågor är **transversella** eftersom E- och B-fälten är vinkelräta mot utbredningsriktningen.
- En **plan våg** är en våg med konstant frekvens vars vågfronter är **oändliga parallella plan** med konstant topp-till-topp-amplitud.
- Vid en viss punkt och tid har **alla E och B-vektorerna** i planet **samma storlek**.
- **Fullständiga plana vågor** **existerar inte** eftersom endast en våg med oändlig utsträckning kan vara plan. Men många vågor är approximativt plana vågor i ett lokaliserat område i rymden.



Elektromagnetiska vågor



För **plana elektromagnetiska vågor** kan man hitta relationer mellan storleken på det magnetiska och elektriska fältet från två av Maxwells ekvationer:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Faraday's law})$$

plan våg →

$$E = cB$$

Formelsamling

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{encl}} \quad (\text{Ampere's law})$$

plan våg →

$$E = \frac{B}{\epsilon_0 \mu_0 c}$$

- ϵ = Permittiviteten = Ett mediums förmåga att ha ett elektriskt fält i sig.
- μ = Permeabilitet = Ett mediums förmåga att ha ett magnetiskt fält i sig.



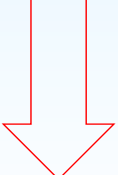
Ljushastigheten från Maxwells ekvationer:

$$E = c B \quad \text{from Faraday's law}$$

$$E = B / (\epsilon_0 \mu_0 c) \quad \text{from Ampere's law}$$

ϵ_0 is the permittivity in vacuum = 8.85×10^{-12} F/m

μ_0 is the permeability in vacuum = 1.26×10^{-6} N/A²



Formelsamling

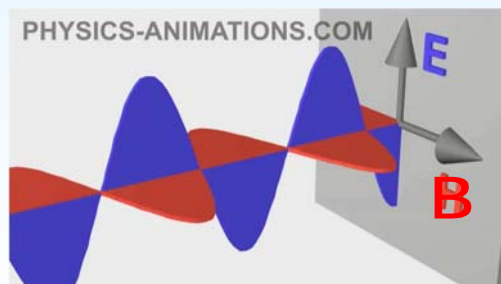
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$



Elektromagnetiska vågor Vågfunktionen



Vågfunktionen



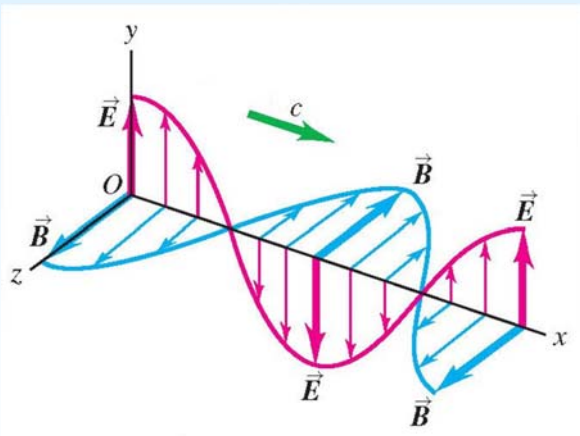


Elektromagnetiska vågor

Vågfunktionen



Den elektromagnetiska vågfunktionen
för sinusformade vågor



$$\vec{E}(x, t) = \hat{j}E_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x, t) = \hat{k}B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

inte samma k
(det ena är en riktningvektor och den andra vågtalet)



Elektromagnetiska vågor

Vågfunktionen



$$\vec{E}(x, t) = \hat{j}E_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x, t) = \hat{k}B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

Amplituden: $E_{\max} = c B_{\max}$

Vågtalet: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$c = \lambda / T$$

$$f = 1 / T$$

Vinkelfrekvensen: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$c = \lambda / T = (2\pi/k) / (2\pi/\omega) = \omega / k$$



Jämför vågfunktioner



Mekaniska vågor Formelsamling

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

Amplitud: A

Vågtalet: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Vinkelfrekvens: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$v = \lambda / T = \omega / k$$

Elektromagnetiska vågor

$$\vec{E}(x, t) = \hat{j} E_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x, t) = \hat{k} B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

Amplitud: $E_{\max} = c B_{\max}$

Vågtalet: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Vinkelfrekvens: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$c = \lambda / T = \omega / k$$



Elektromagnetiska vågor Vågfunktionen



I ett dielektrisk material är ljushastigheten mindre än c !

Elektromagnetiska vågor i materia:

$$\begin{matrix} c \rightarrow v \\ \mu_0 \rightarrow \mu \\ \epsilon_0 \rightarrow \epsilon \end{matrix}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

Dielektrisk konstant

$$K = \epsilon / \epsilon_0$$

Relative permeabilitet

$$K_m = \mu / \mu_0$$



Elektromagnetiska vågor Vågfunktionen



Elektromagnetiska vågor i vakuum

$$E = c B \quad \text{from Faraday's law}$$

$$E = B / (\epsilon_0 \mu_0 c) \quad \text{from Ampere's law}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Elektromagnetiska vågor i materia

$$E = v B \quad \text{from Faraday's law}$$

$$E = B / (\epsilon \mu v) \quad \text{from Ampere's law}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

← Permbilitet
← Permittivitet

$$\frac{c}{v} = n = \frac{\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}}{\frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}} = \sqrt{K K_m} \cong \sqrt{K}$$



$$v = \frac{c}{\sqrt{K K_m}}$$

Brytnings index Dielektrisk konstant Relativ permeabilitet

$$K = \epsilon / \epsilon_0$$

$$K_m = \mu / \mu_0$$



Elektromagnetiska vågor Effekt och intensitet



Effekt och intensitet



Blå Laser

Effekt = 1 W



Elektromagnetiska vågor

Effekt och intensitet



Energitäthet (u):

Energi per volymenhet p.g.a. ett elektriskt och magnetiskt fält

Enhet: J/m^3

Effekt (P):

Den momentana hastighet med vilken energi överförs längs en våg.

Enhet: W or J/s

Poynting vektorn (\bar{S}):

Energi som överförs per tidsenhet per ytenhet = Effekt per ytenhet.

Enhet: W/m^2

Intensitet (I):

Genomsnittlig effekt per ytenhet genom en yta som är vinkelrät mot vågriktning = medelvärdet av S .

Enhet: W/m^2



Elektromagnetiska vågor

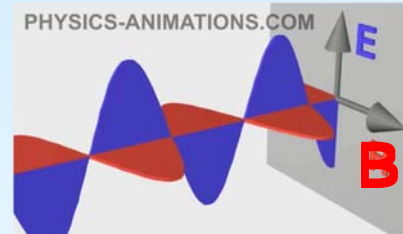
Effekt och intensitet



Formelsamling

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$



Energitäthet
(energi per volymenhet)
från elektromagnetiskt fält:

Faradays lag: $E = cB \implies B^2 = \epsilon_0 \mu_0 E^2$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} (\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E)^2 = \epsilon_0 E^2$$

där $E(x, t) = E_{\max} \cos(kx - \omega t)$

Energi E-fält Energi B-fält

Slutsats: De elektriska och magnetiska fälten bär på samma mängd energi. Energitätheten varierar med position och tid.

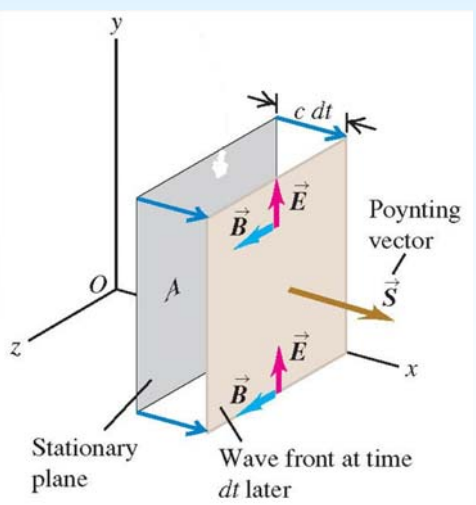


Elektromagnetiska vågor Effekt och intensitet



Energi överföring = energi som överförs per tidsenhet per ytenhet.

S = Effekt per ytenhet = Energi överföring = Energi flöde



$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (\text{Poynting vector in vacuum})$$

Sinusformade vågor:

Formelsamling

$$\begin{aligned} \vec{S}(x, t) &= \frac{1}{\mu_0} \vec{E}(x, t) \times \vec{B}(x, t) \\ &= \frac{1}{\mu_0} [\hat{j} E_{\max} \cos(kx - \omega t)] \times [\hat{k} B_{\max} \cos(kx - \omega t)] \end{aligned}$$

$$S_x(x, t) = \frac{E_{\max} B_{\max}}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t)$$

Amplituden = maximal energi överföring



Elektromagnetiska vågor Effekt och intensitet



Intensitet = medelvärdet av S

$$S_x(x, t) = \frac{E_{\max} B_{\max}}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t)$$

medelvärdet av $\cos^2(x) = 1/2$

$$E = c B$$

$$I = S_{av} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}^2}{2\mu_0 c}$$

Formelsamling

$$S_{av} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$

Elektromagnetiska vågor i materia:

$$\mu_0 \rightarrow \mu$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \longrightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$



Elektromagnetiska vågor

Sammanfattning



Vågfunktionen:

$$\vec{E}(x, t) = \hat{j}E_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x, t) = \hat{k}B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$E = cB$$

Ljushastigheten:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$c = \lambda/T = \omega/k$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Energitätheten:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Intensitet =
medeleffekt per ytenhet:

$$S_{av} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$

Effekt per ytenhet:

$$S_x(x, t) = 2S_{av} \cos^2(kx - \omega t)$$



Sammanfattning



Vågfunktionen:

Vågor sträng: $y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$

$$y(x, t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t)$$

Ljudvågor: $y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$

$$p(x, t) = p_{\max} \sin(kx - \omega t)$$

EM vågor: $E(x, t) = E_{\max} \cos(kx - \omega t)$

$$B(x, t) = B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

Effektfunktionen:

Vågor sträng: $P(x, t) = 2P_{av} \sin^2(kx - \omega t)$

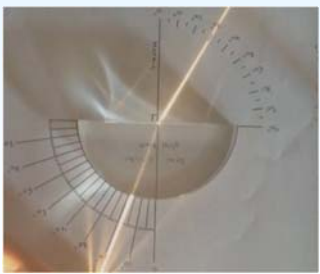
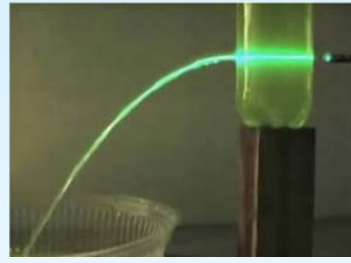
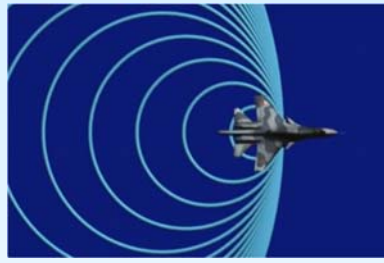
$$P_{av} = \frac{1}{2} \mu (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} (\omega A)^2$$

Ljudvågor: $P(x, t) = 2I \sin^2(kx - \omega t)$

$$I = \frac{1}{2} \rho (\omega A)^2 v = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega A)^2 = \frac{p_{\max}^2}{2\rho v} = \frac{p_{\max}^2}{2\sqrt{\rho B}}$$

EM vågor: $S_x(x, t) = 2S_{av} \cos^2(kx - \omega t)$

$$S_{av} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\max}^2$$



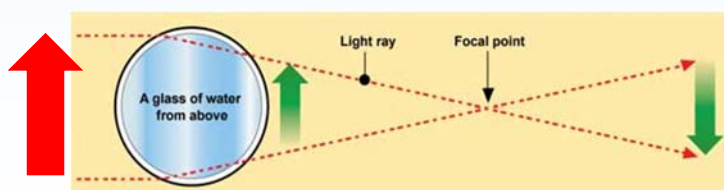
Kapitel 33 - Ljus

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

127



Ljusets natur



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

128



Källa för elektromagnetisk strålning är elektriska laddningar i accelererad rörelse

Termisk strålning:

Termiska rörelser av molekyler skapar elektromagnetisk strålning.

Lampa:

En ström värmer glödtråden som sedan sänder ut värmestrålning med många våglängder.

Laser:

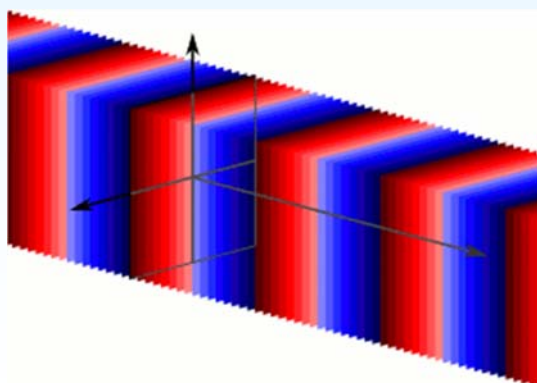
Atomer emitterar ljus koherent vilket ger (nästan) monokromatisk strålning.



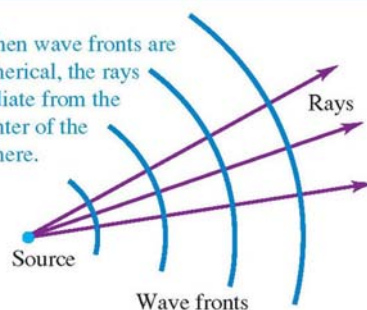
Våg front: yta med konstant fas.

Plan våg: en våg vars vågfronter är oändliga parallella plan.

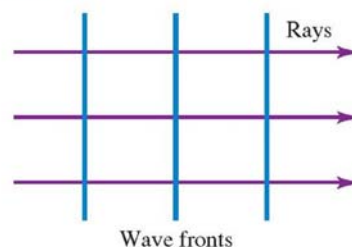
Stråle: tänkt linje längs riktningen för vågutbredningen.



When wave fronts are spherical, the rays radiate from the center of the sphere.

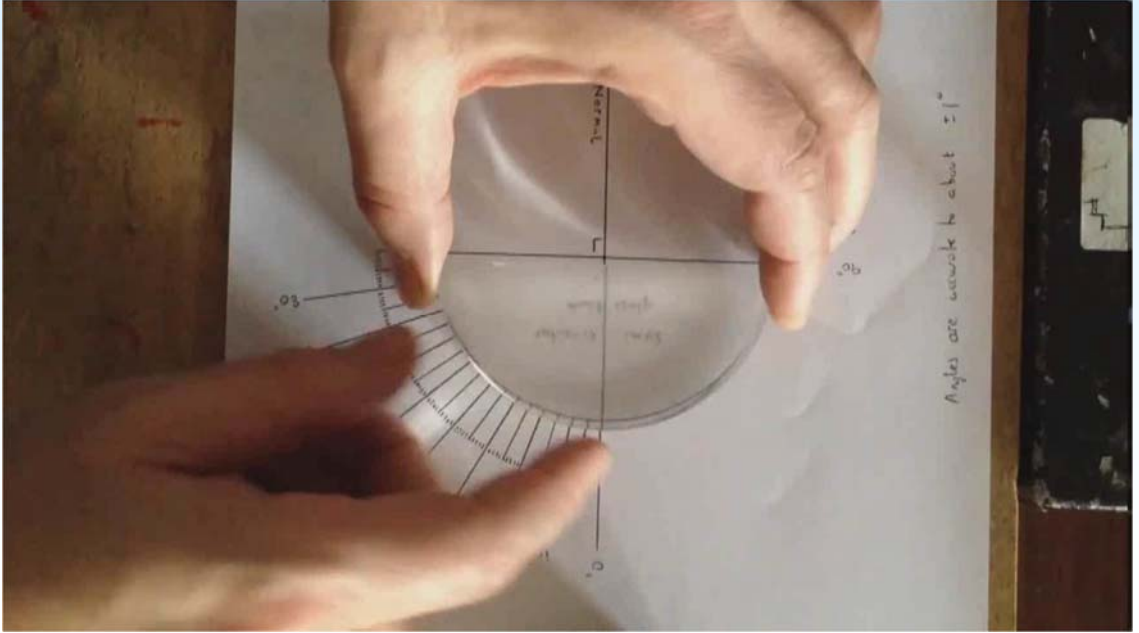


When wave fronts are planar, the rays are perpendicular to the wave fronts and parallel to each other.





Reflektion och refraktion



Observationer:

Vid ytan mellan glas och luft både reflekteras och refrakteras ljuset.

Reflektionsvinkeln är densamma som den infallande vinkeln.

Brytningsvinkeln är större än den infallande vinkeln.

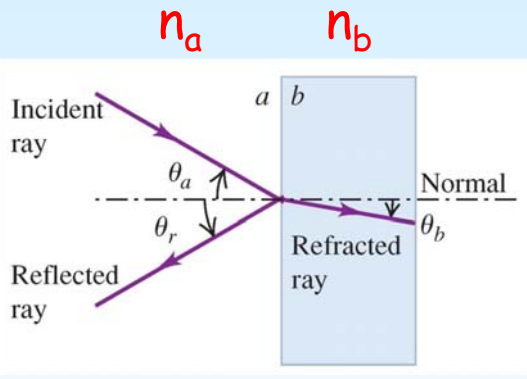
Vid ytan mellan luft och glas är vinkeln 90 grader och då reflekteras och bryts ljuset också med 90 grader.





Ljusets natur

Reflektion & Refraktion



Planet för infallande ljus:
Planet för den infallande strålen och normalen till ytan.

Den reflekterade och refrakterade strålen är i planet för det infallande ljuset.

Reflektionslagen:

$$\theta_r = \theta_a \quad (\text{law of reflection})$$

Snells lag:

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b \quad (\text{law of refraction})$$

Formelsamling

$$n = \frac{c}{v} \quad (\text{index of refraction})$$

$n = 1$ i vakuum
 $n > 1$ i ett material



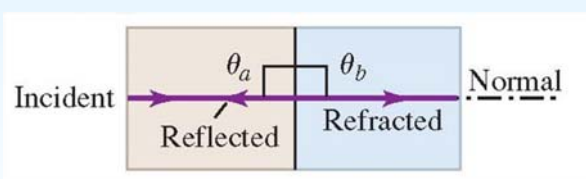
Ljusets natur

Reflektion & Refraktion

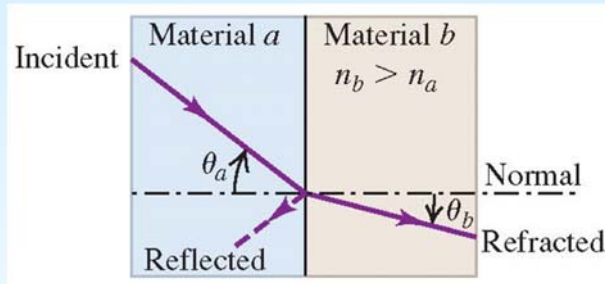


Snells law:

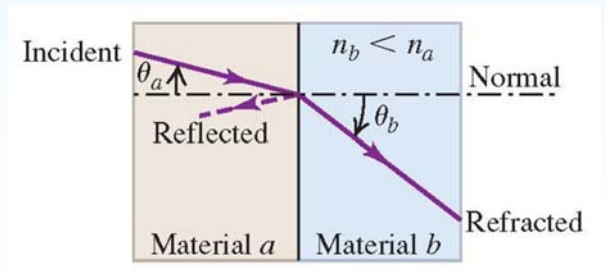
$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b \quad (\text{law of refraction})$$



$n_a < n_b$



$n_a > n_b$



Regel:

Stort $n \rightarrow$ Liten vinkel

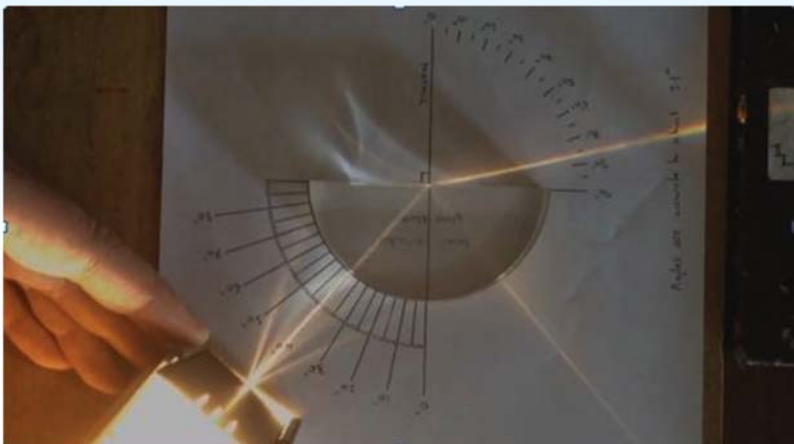


Ljus intensitet

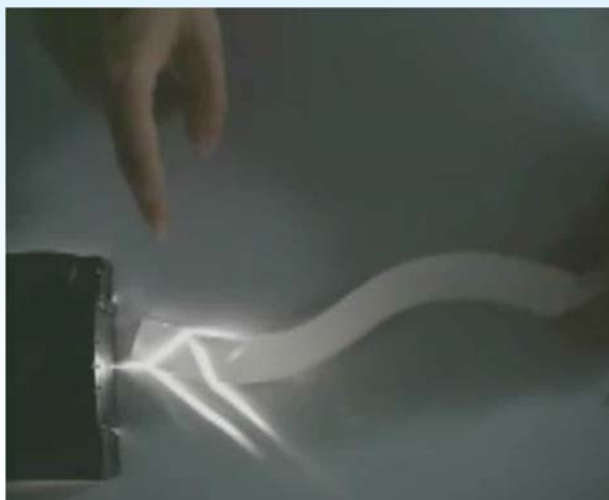
Intensiteten hos det reflekterade ljuset ökar från nästan 0% vid $\theta = 0^\circ$ till 100% för $\theta = 90^\circ$.

Intensiteten hos det reflekterade ljuset beror också på n och på polariseringen av det inkommande ljuset.

Summan av intensiteten av det reflekterade och refrakterad ljuset är lika med intensiteten hos det inkommande ljuset.



Totalreflektion



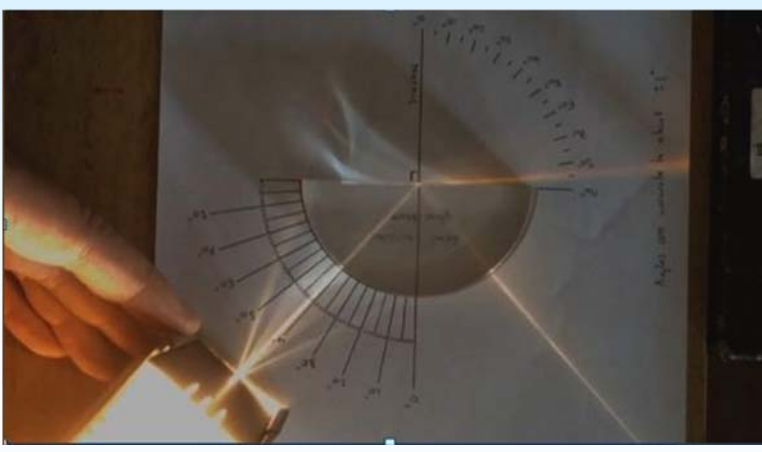
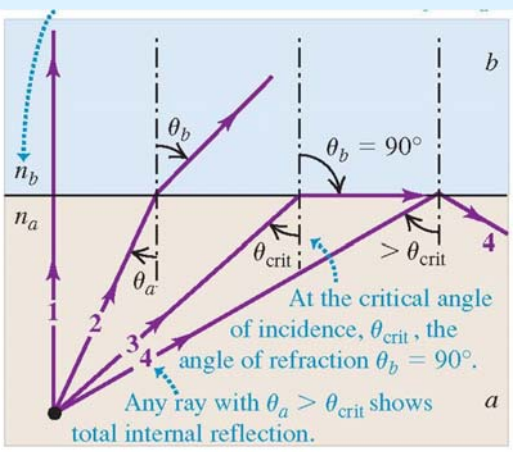
<https://www.youtube.com/watch?v=7aU8sX8cFNs>



Ljusets natur Totalreflektion



Totalreflektion när ljuset går till ett medium med mindre n



90°

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

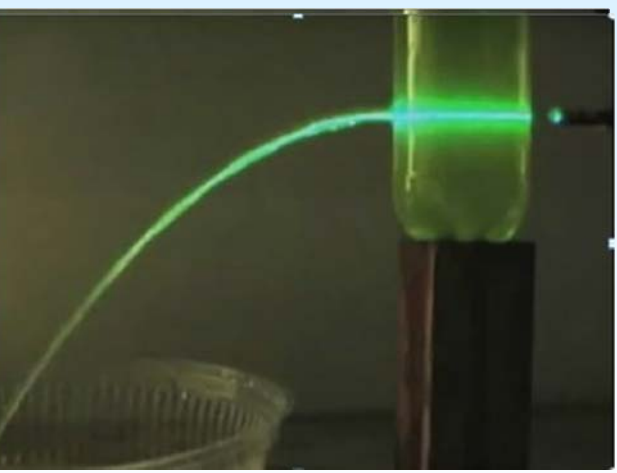
$$\sin \theta_{crit} = \frac{n_b}{n_a} \quad (\text{critical angle for total internal reflection})$$



Ljusets natur Totalreflektion

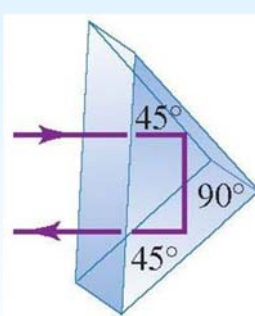
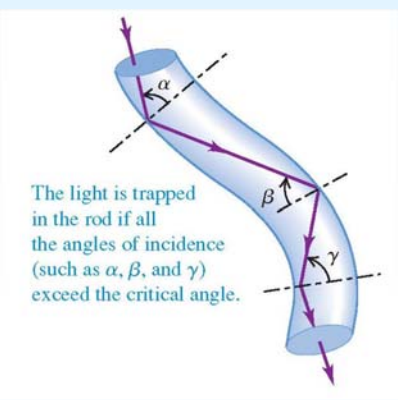


Totalreflektion



optisk fiber

Porro prisma



$$\theta_{crit} = 41.1^\circ$$

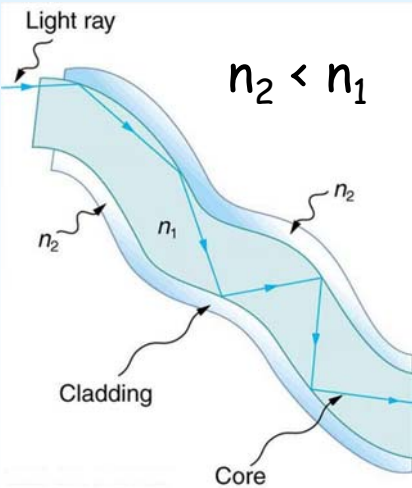
https://www.youtube.com/watch?v=hBQ8fh_Fp04

$$\sin \theta_{crit} = \frac{n_b}{n_a} \quad (\text{critical angle for total internal reflection})$$

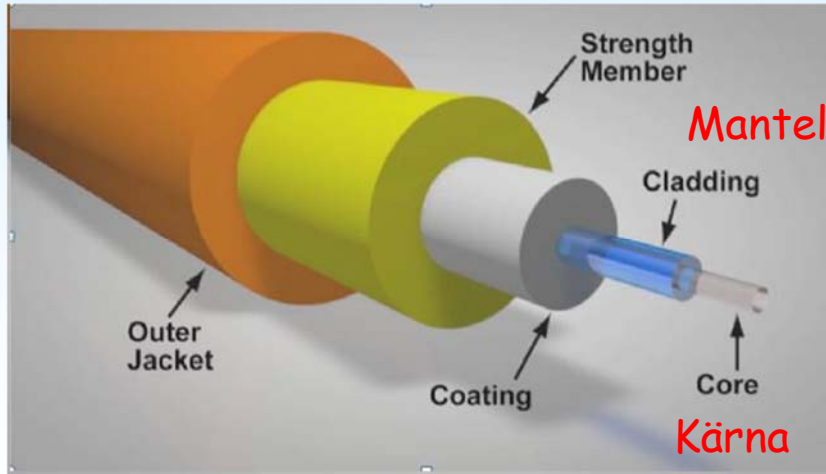


Optiska fiber

Princip



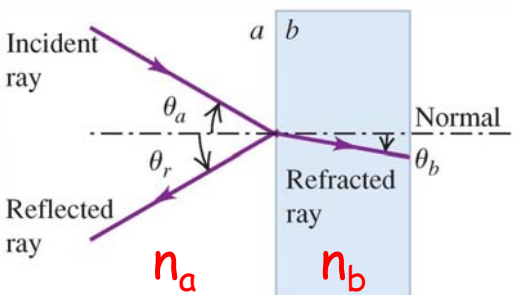
Struktur



<https://www.youtube.com/watch?v=p9aC575BJcw>



Frekvens- och våglängdsberoende



Frekvens och våglängd

$v = c/n$ Större n → Hastigheten lägre

$f_a = f_b$ Större n → Frekvensen oförändrad

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf}$ Större n → Våglängden kortare

$$n = \frac{c}{v} \quad (\text{index of refraction})$$

$n = 1$ i vakuum

$n > 1$ i ett material

$$\lambda_0 = c / f \quad n = 1$$

$$\lambda = v / f \quad n > 1$$



$$\lambda_0 / \lambda = c / v = n$$

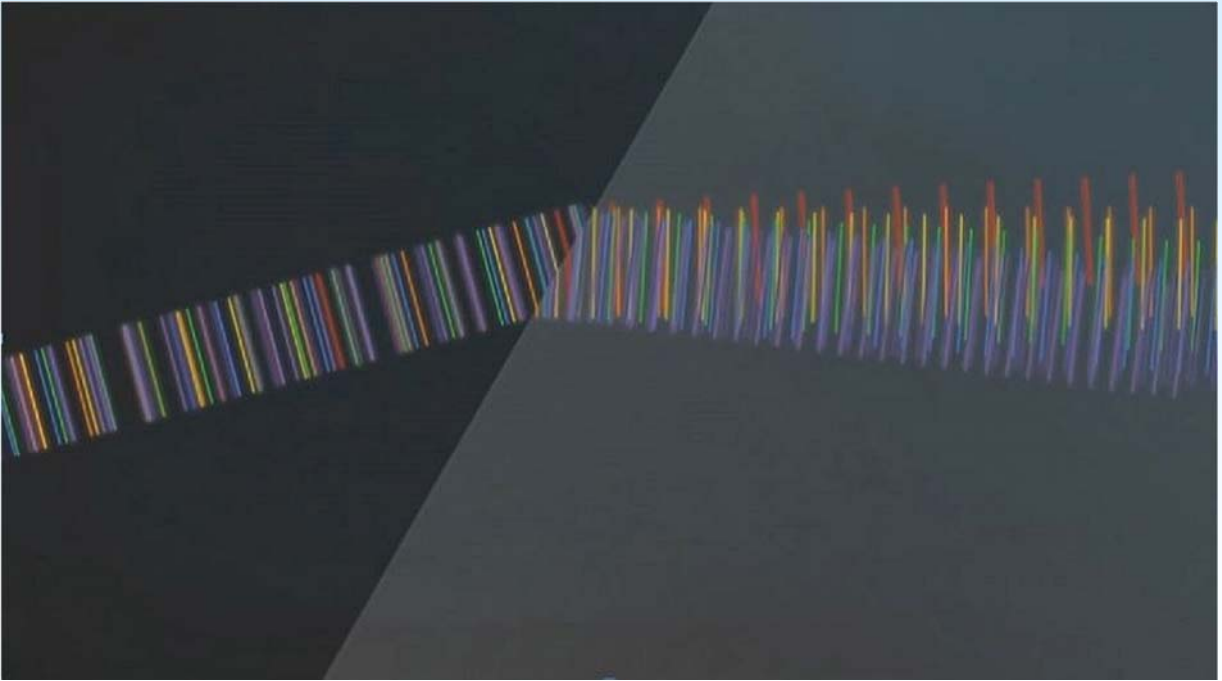
Ljus dispersion



<https://www.youtube.com/watch?v=GNMqoInLc9Q>



Ljusets natur Dispersion



<https://www.youtube.com/watch?v=AggiOg67uXM>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

143



Ljusets natur Dispersion



Dispersion

Hur är det möjligt ?



$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b \quad (\text{law of refraction})$$

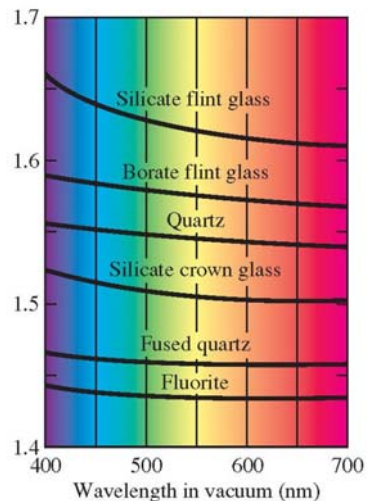
Svar: n måste bero på λ !

men

$$n = c / v$$

så hastigheten i materialet måste
beror på λ

Index of refraction (n)

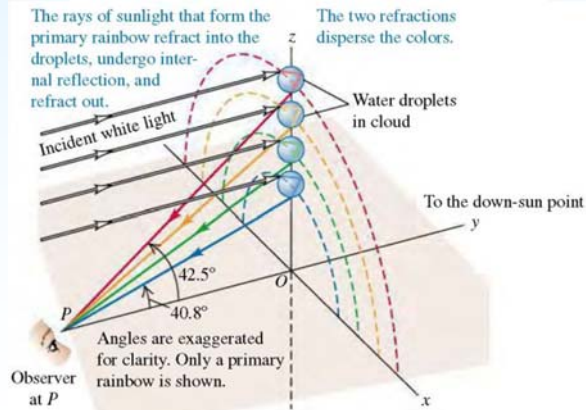
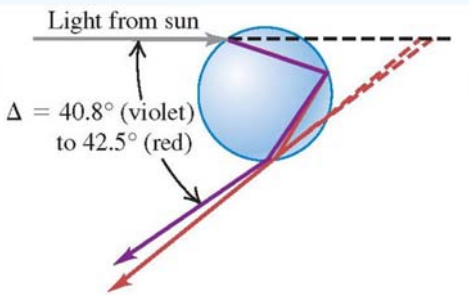
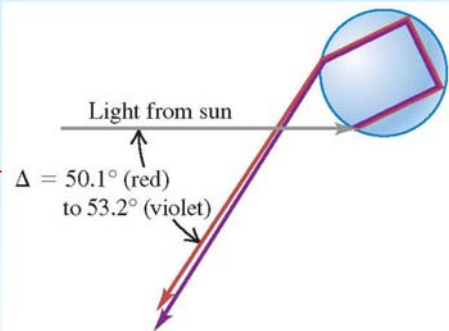


Vincent Hedberg - Lunds Universitet

144



Ljusets natur Dispersion

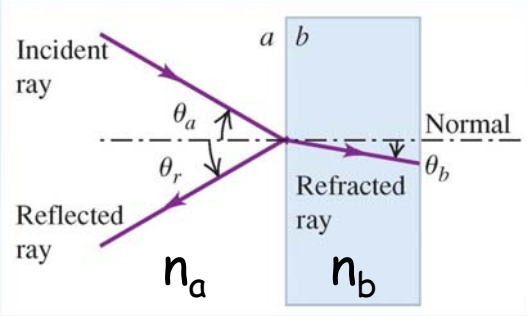


Ljusets natur Sammanfattning



Ljusets frekvens:

$$f_a = f_b$$



Brytningsindex:

$$n = \frac{c}{v} \quad (\text{index of refraction})$$

Reflektionslagen:

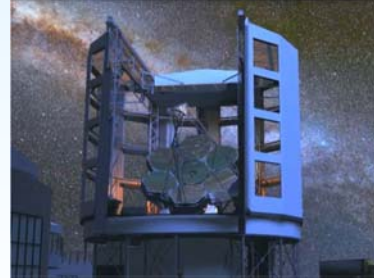
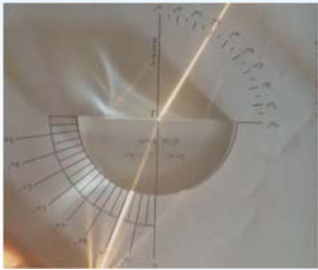
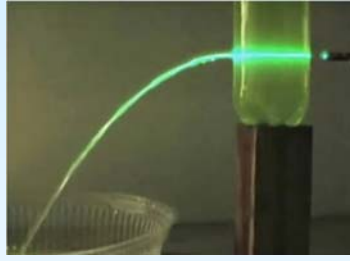
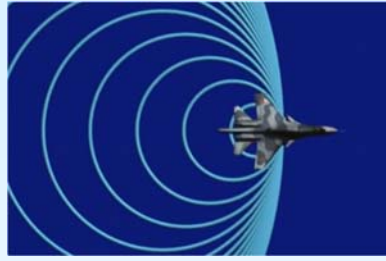
$$\theta_r = \theta_a \quad (\text{law of reflection})$$

Refraktionslagen:

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b \quad (\text{law of refraction})$$

Kritiska vinkeln:

$$\sin \theta_{\text{crit}} = \frac{n_b}{n_a} \quad (\text{critical angle for total internal reflection})$$



Kapitel 34 - Optik

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

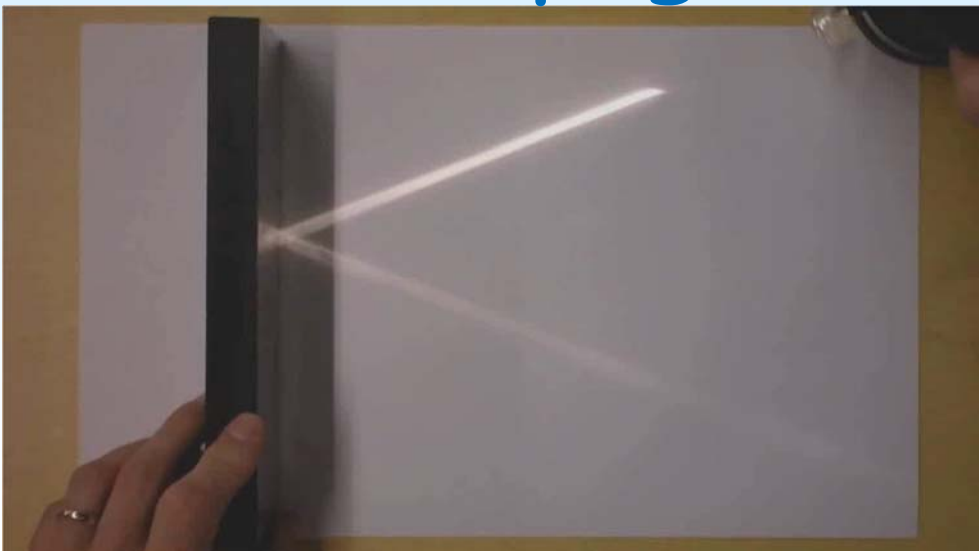
147



Geometrisk optik Speglar



Platta speglar



<https://www.youtube.com/watch?v=uQE659ICjqQ>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

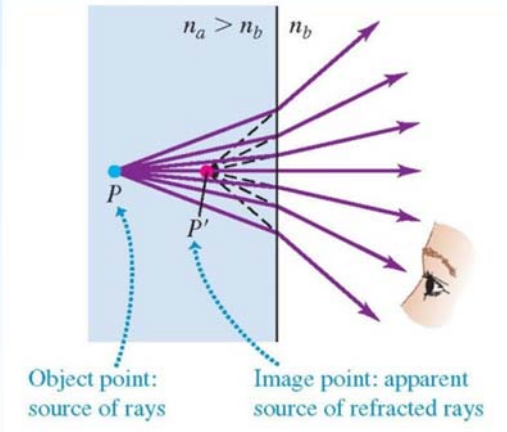
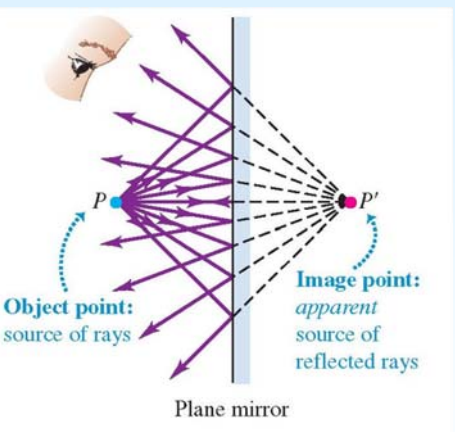
148



Geometrisk optik Speglar



Virtuella bilder: utgående strålar divergerar



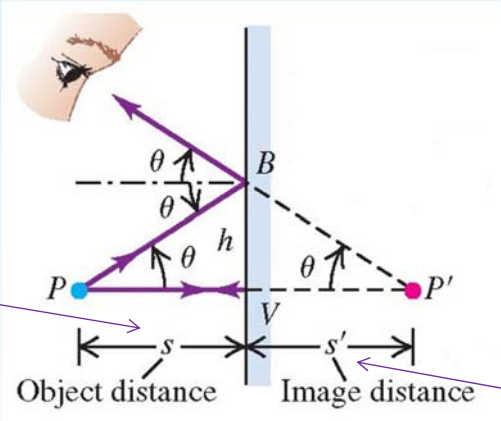
Reella Bilder: utgående strålar konvergerar till en bild som kan visas på en skärm



Geometrisk optik Speglar



Punkt objekt



positiv

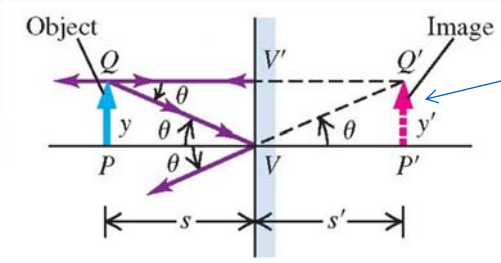
negativ

Tecken regler:

Objekt avstånd (s) - positiv om samma sida som inkommande ljus.

Bild avstånd (s') - positiv om samma sida som utgående ljus.

Utsträckt objekt



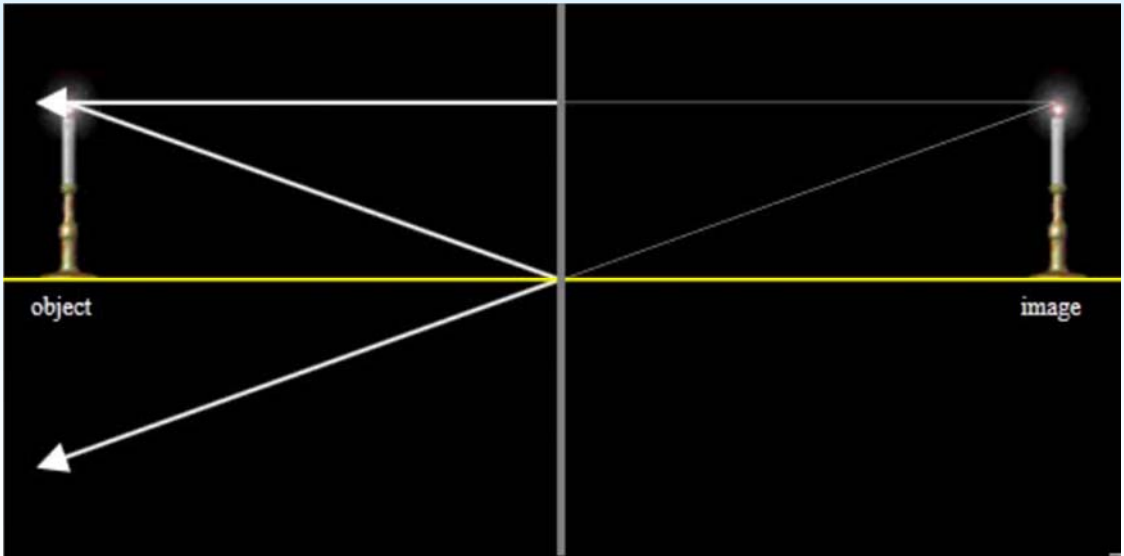
Virtuell bild

$$m = \frac{y'}{y} \quad (\text{lateral magnification})$$

Formelsamling



Platt spegel



<http://www.opensourcephysics.org/osp/EJSS/3650/21.htm>



Konkava speglar





Geometrisk optik

Speglar

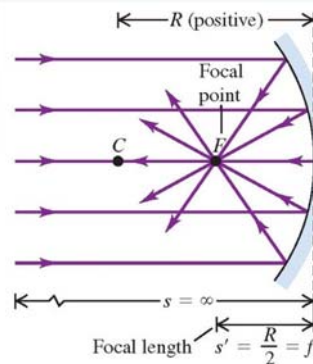
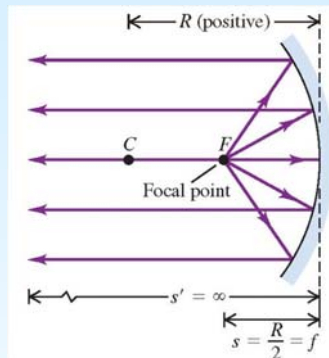


Konkav spegel



$$f = \frac{R}{2}$$

f = brännpunktsavstånd
 R = krökningsradie



Geometrisk optik

Speglar



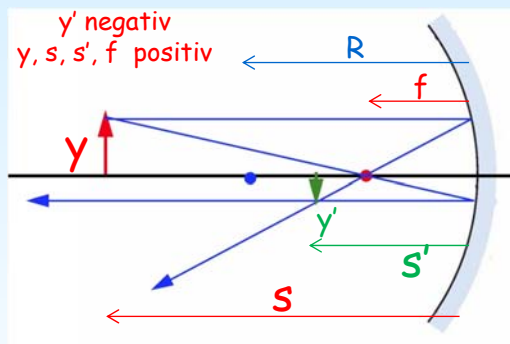
Teckenregler för sfäriska speglar

Positivt objekt avstånd (s) =
om objekt och inkommande ljus på
samma sida.

Positivt bild avstånd (s') =
om bild och utgående ljus på samma sida.

Positiv krökningradie (R) =
om center på samma sida som utgående ljus.

Positiv förstoring (m) =
om samma riktningen av objekt och bild.



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

Formelsamling

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



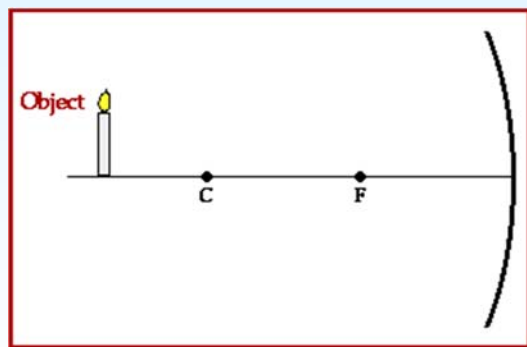
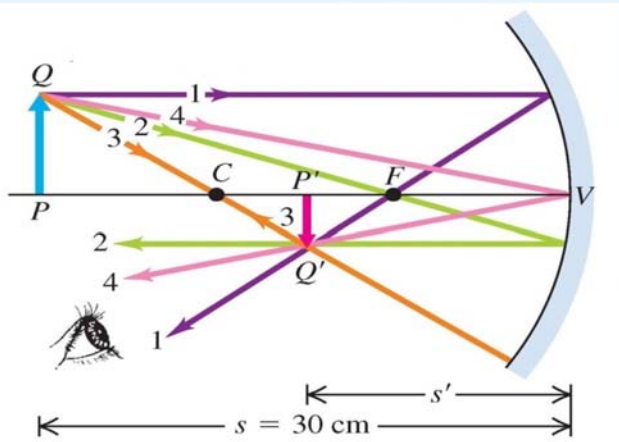
Geometrisk optik

Speglar



Ett oändligt antal strålar kan dras från ett objekt till sin bild.

Men endast två strålar behövs för att bestämma läget för bilden.



Geometrisk optik

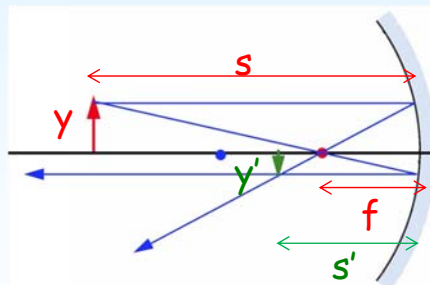
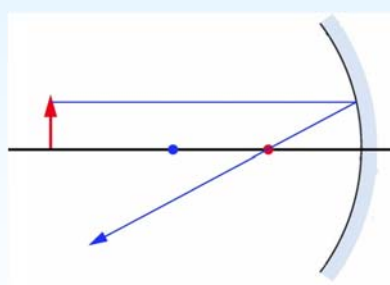
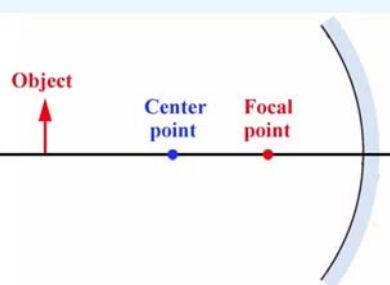
Speglar



Hur man hittar bilden i en konkav spegel

Botten av objektet är på den optiska axeln och så botten av bilden kommer också att vara på den optiska axeln.

Den övre delen av bilden kan hittas med vilka två strålar som helst. Använd till exempel två strålar som går genom brännpunkten.



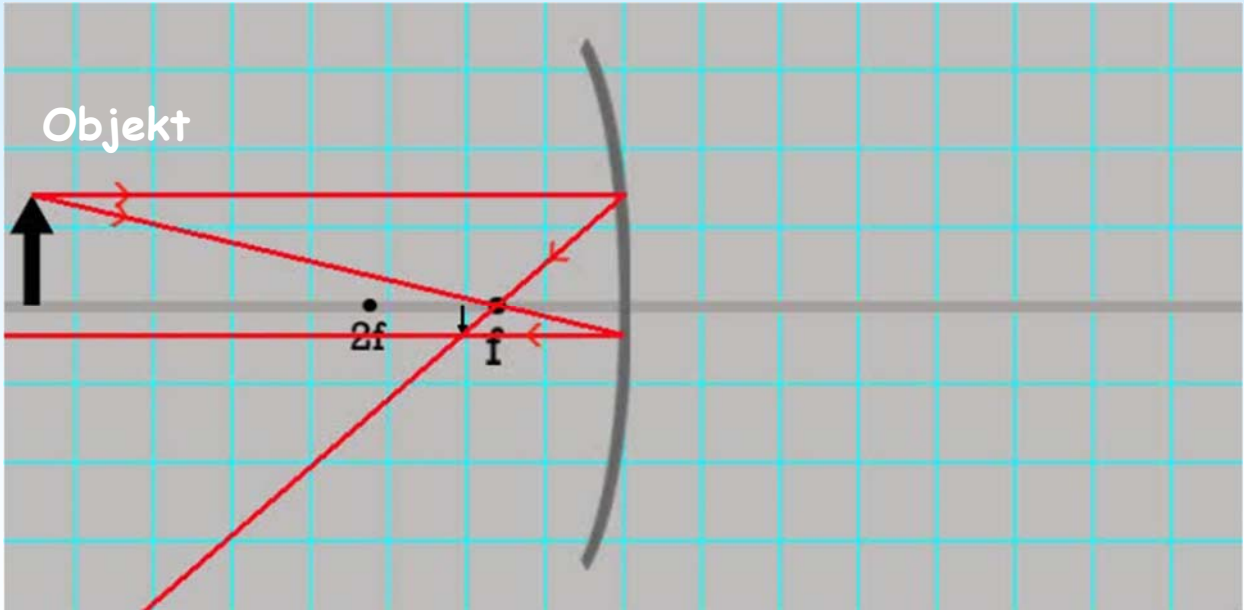
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



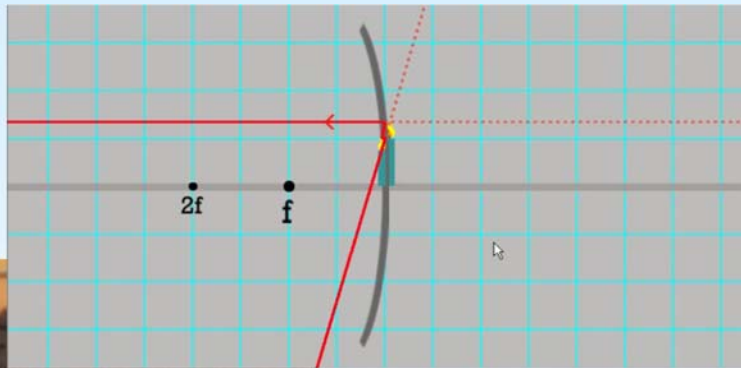
Geometrisk optik Spegel



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>



Geometrisk optik Spegel





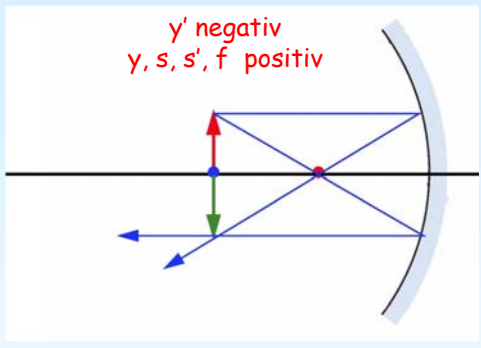
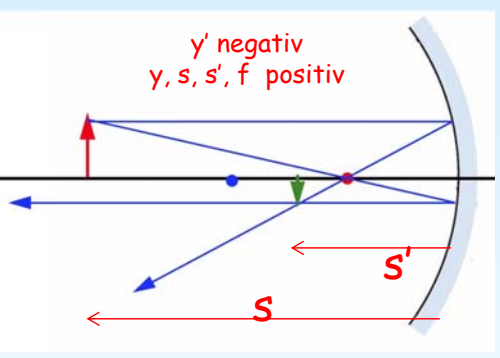
Geometrisk optik Spegelar



Konkava speglar kan ge reella bilder

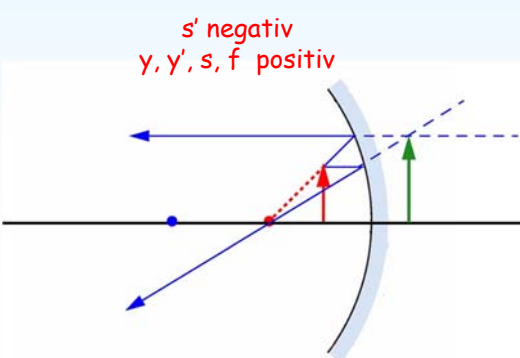
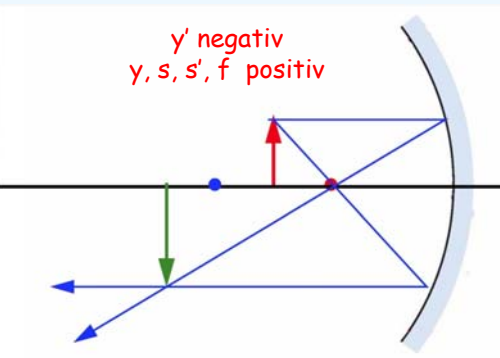


Geometrisk optik Spegelar



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$





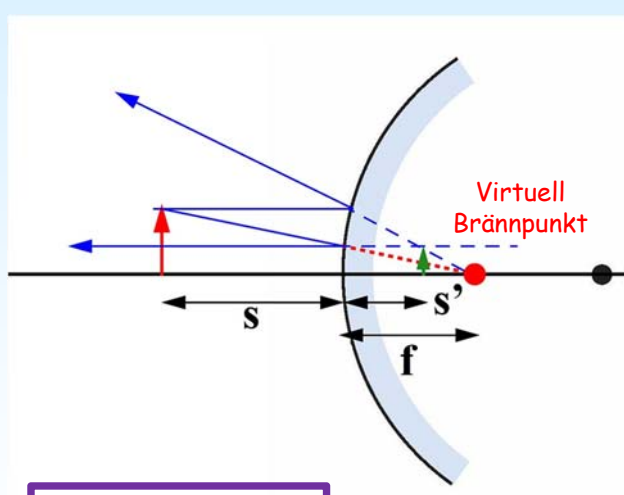
Konvexa speglar



Konvexa speglar



https://www.youtube.com/watch?v=J6LQM6re_1s



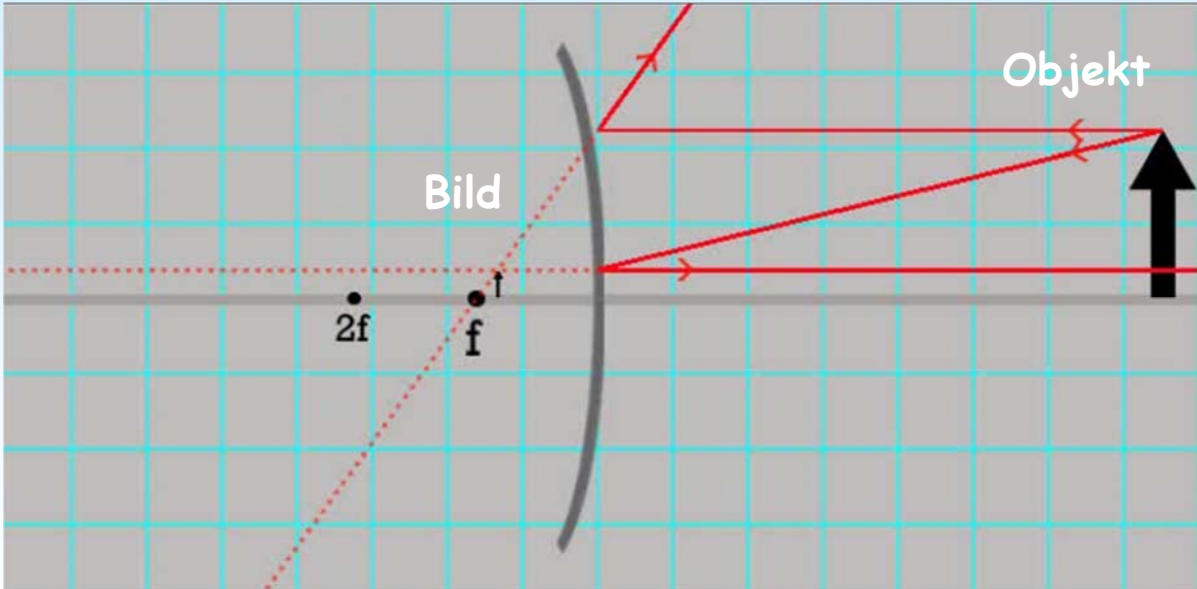
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

s', f negativ
 y, y', s positiv



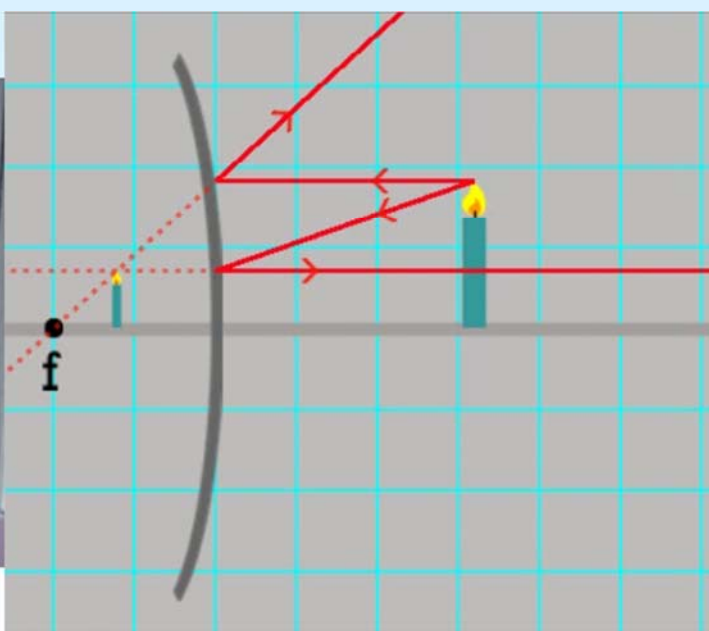
Geometrisk optik Spegelar



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>

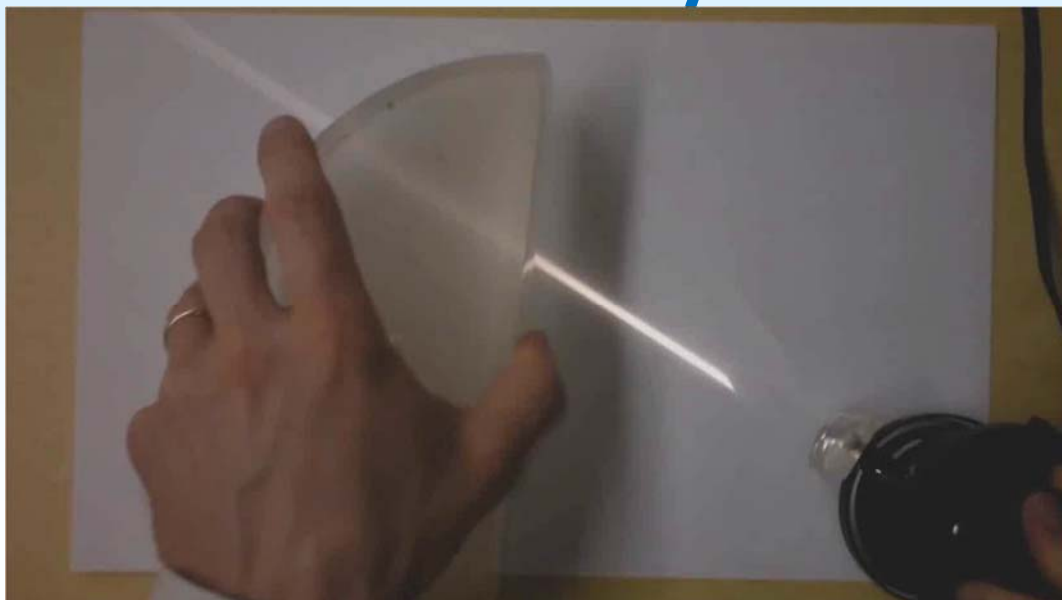


Geometrisk optik Spegelar





Sfäriska ytor



<https://www.youtube.com/watch?v=uQE659ICjqQ>



Sammanfattning - Sfäriska ytor

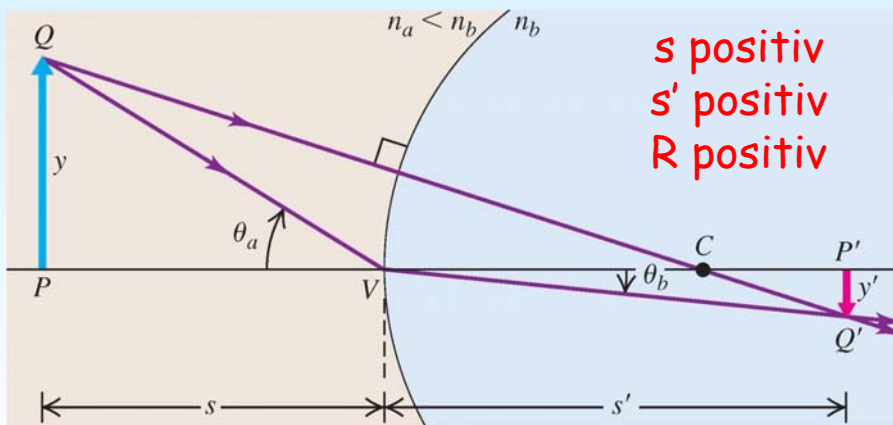
Tecken regler:

Positivt objekt avstånd (s)
objekt och inkommande
ljus på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
bild och utgående ljus på
samma sida.

Positiv krökningradie (R)
center på samma sida som
utgående ljus.

Positiv förstoring (m)
samma riktningen av
objekt och bild.



Formelsamling

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$



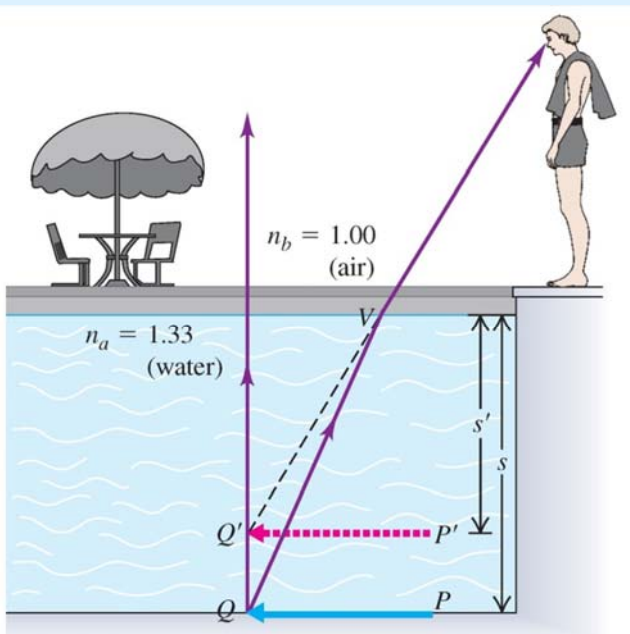
Platta ytor



<https://www.youtube.com/watch?v=7aU8sX8cFNs>



Special fall: Platt yta



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} = 0$$

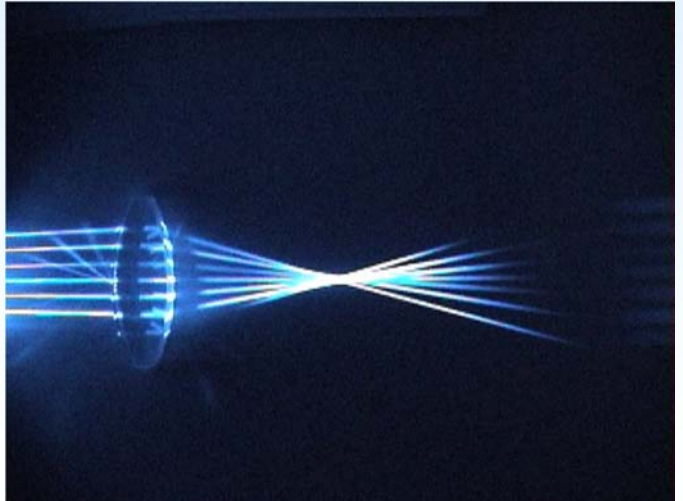
∞

$$n_a/s = -n_b/s'$$

$$-s'/s = n_b/n_a$$



Konvexa linser

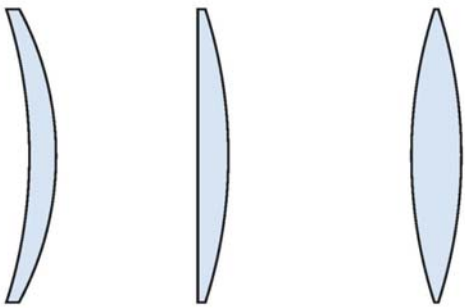


Olika typer av linser

En lins som är tjockare i mitten än i kanterna är konvergent.

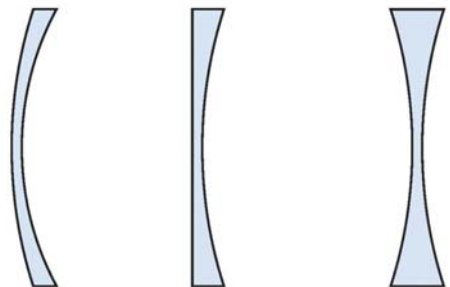
En lins som är tunnare i mitten än i kanterna är divergerande.

Converging lenses



Meniscus Planoconvex Double convex

Diverging lenses



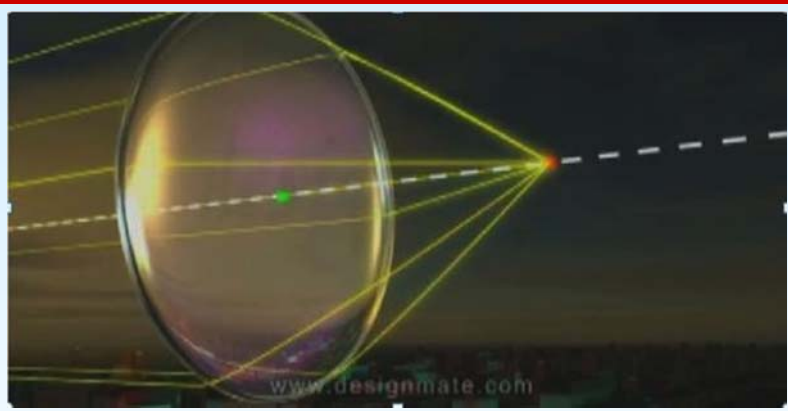
Meniscus Planoconcave Double concave



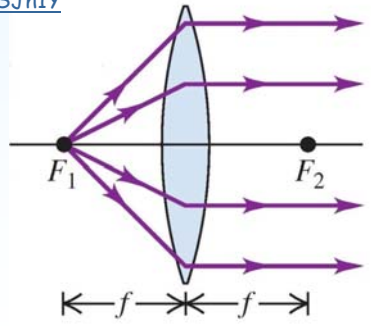
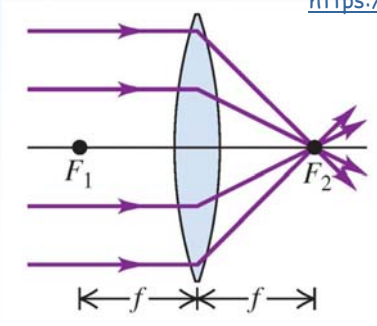


Geometrisk optik

Linser



https://www.youtube.com/watch?v=4zuB_d5Jn1Y

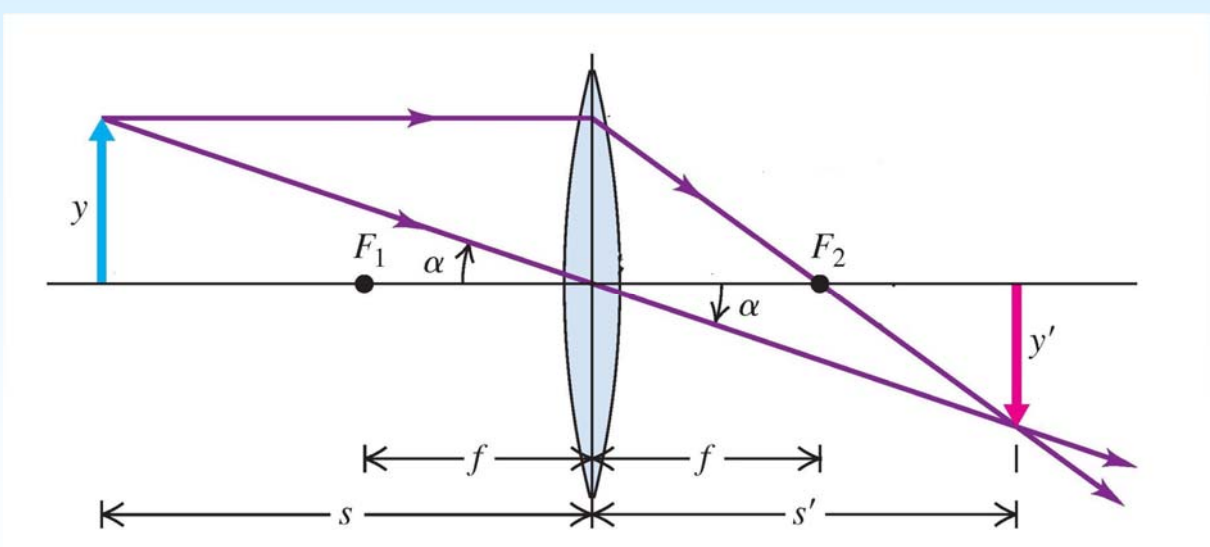


Geometrisk optik

Linser

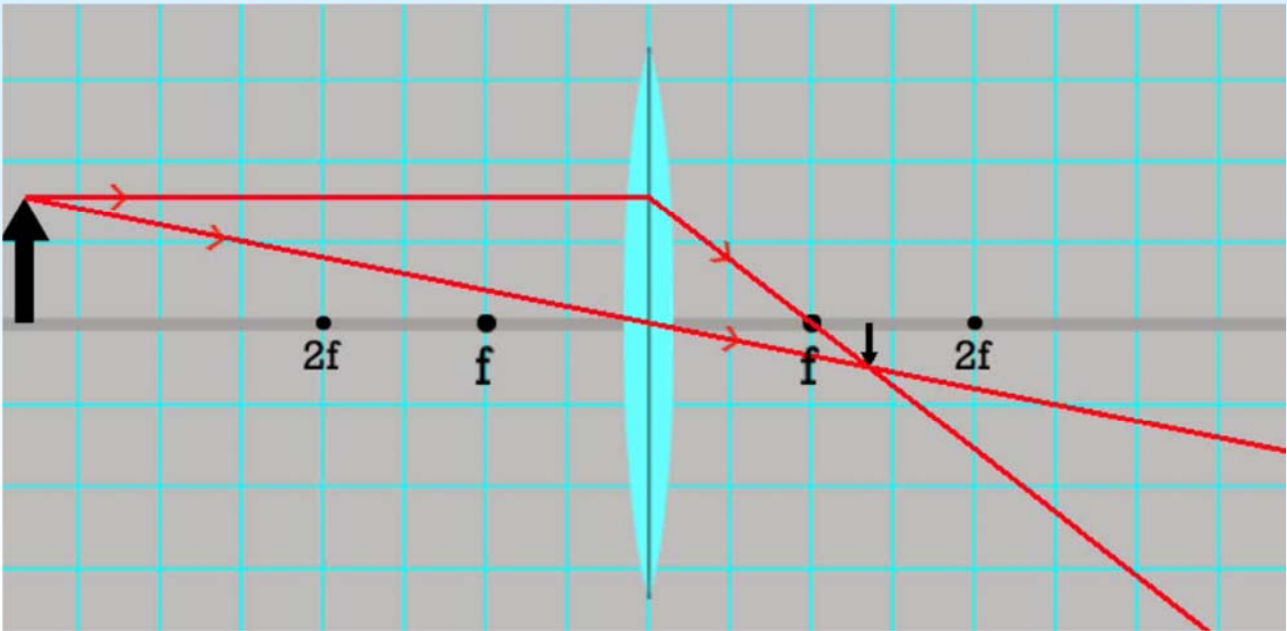


Två användbara strålar





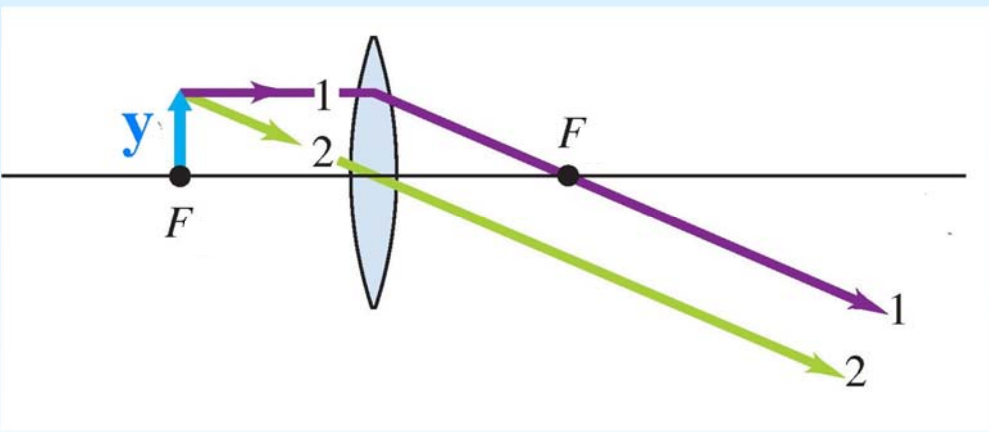
Geometrisk optik Linser



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>



Geometrisk optik Linser



Ett föremål placerat vid
brännpunkten verkar vara
oändligt långt borta



Geometrisk optik

Linser



Tecken regler:

Positivt objekt avstånd (s)
objekt och inkommande
ljus på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
bild och utgående ljus på
samma sida.

Positivt brännpunktsavstånd (f)
Konvergerande (konvexa) linser

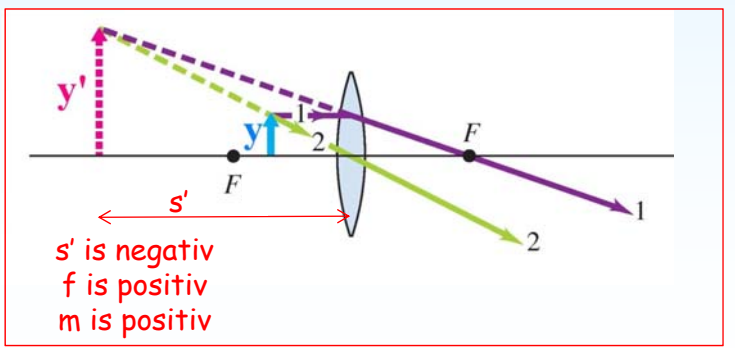
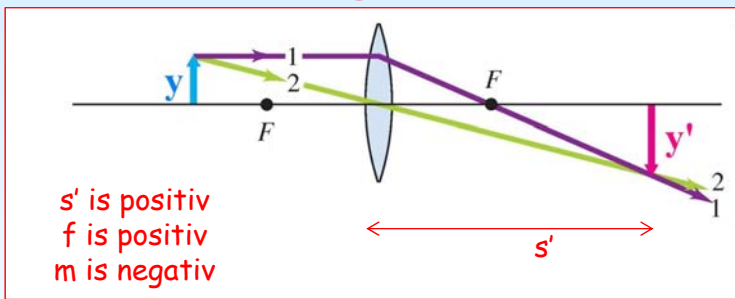
Positiv förstoring (m)
samma riktningen av objekt och
bild.

Formelsamling

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Sammanfattning konvexa linser



Geometrisk optik

Linser



Gauss formel

Newtons formel

Formelsamling

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$$f = \frac{s s'}{s + s'}$$

$$s = \frac{s' f}{s' - f}$$

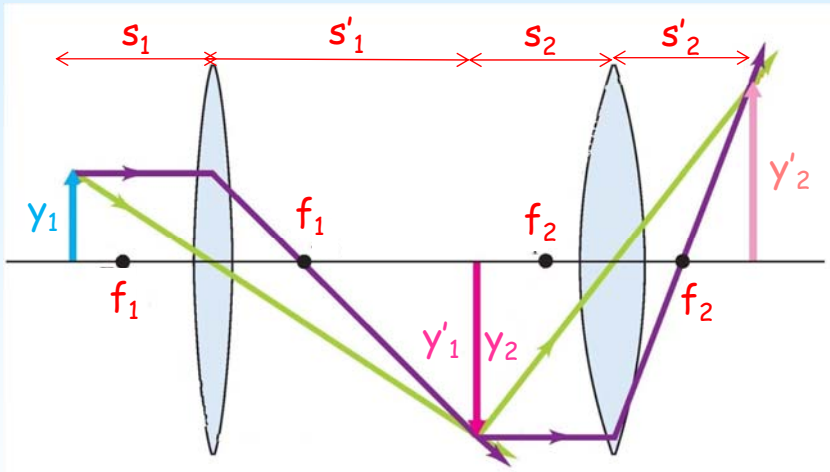
$$s' = \frac{s f}{s - f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$m = -\frac{f}{s - f}$$



Kombinera två linser



$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1}$$

$$m_1 = -\frac{s'_1}{s_1}$$

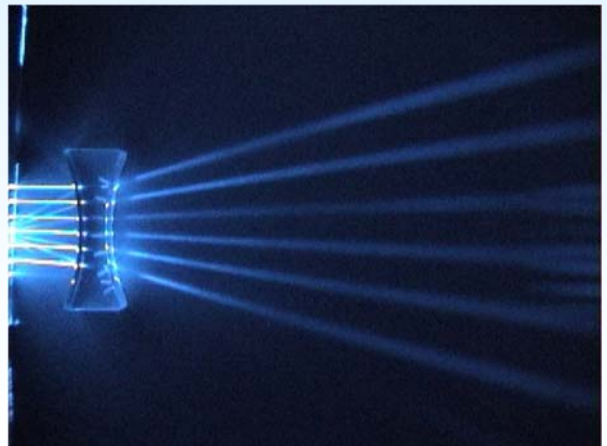
$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2}$$

$$m_2 = -\frac{s'_2}{s_2}$$

$$\Rightarrow m = m_1 m_2 = \frac{s'_1 s'_2}{s_1 s_2}$$



Konkava linser





Geometrisk optik Linser

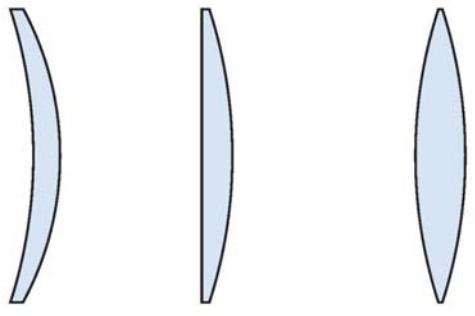


Olika typer av linser

En lins som är tjockare i mitten än i kanterna är konvergent.

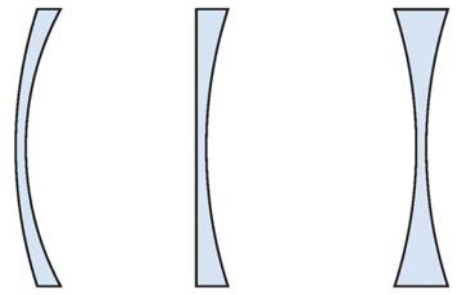
En lins som är tunnare i mitten än i kanterna är divergerande.

Converging lenses



Meniscus Planoconvex Double convex

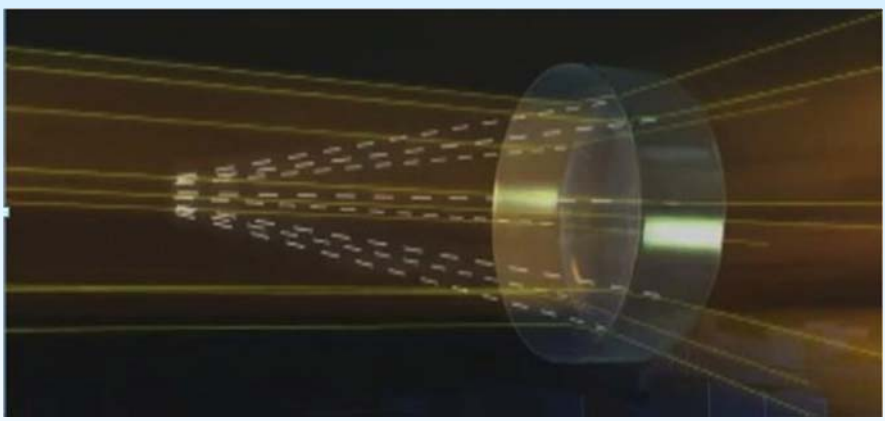
Diverging lenses



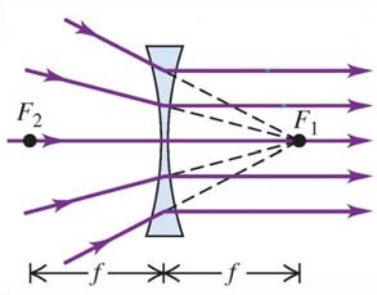
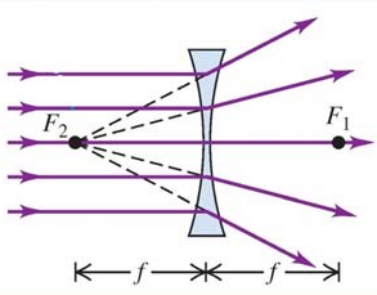
Meniscus Planoconcave Double concave



Geometrisk optik Linser



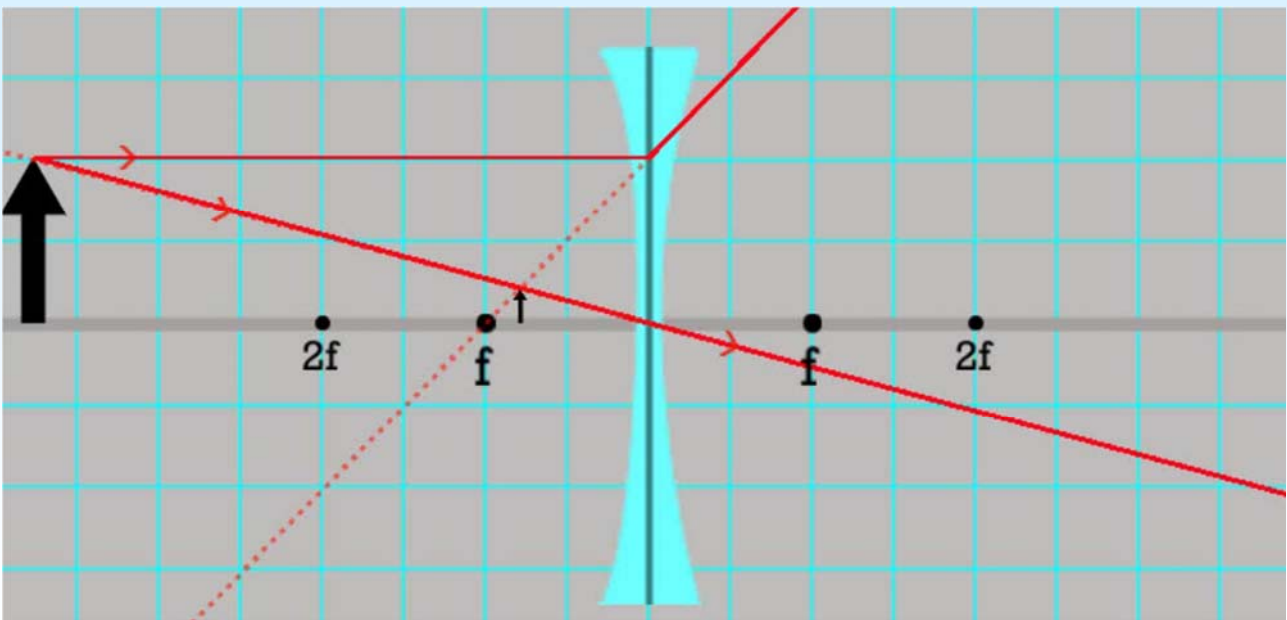
https://www.youtube.com/watch?v=4zuB_d5Jn1Y





Geometrisk optik

Linser



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>

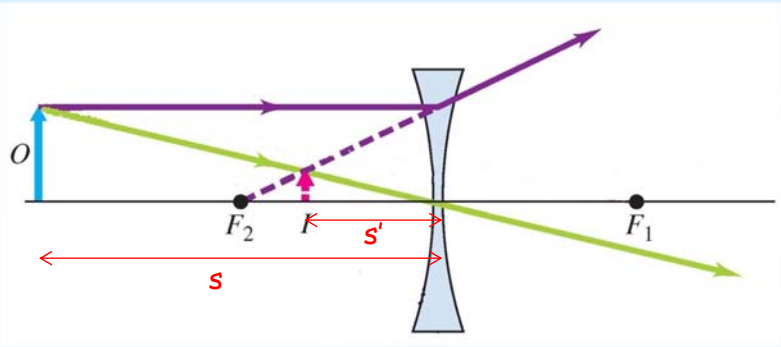


Geometrisk optik

Linser



Lins formeln för konkava linser



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

f är negativ för divergerande linser

$$m = -\frac{s'}{s}$$

s' är negativ för divergerande linser

m är positiv



Linsmakarens formel

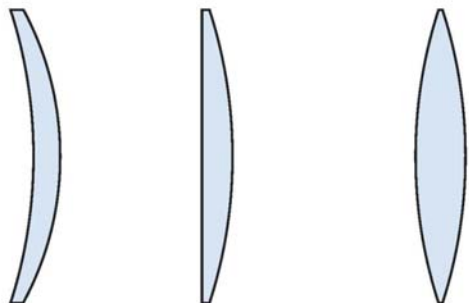


Olika typer av linser

En lins som är tjockare i mitten än i kanterna är konvergent (f är positivt)

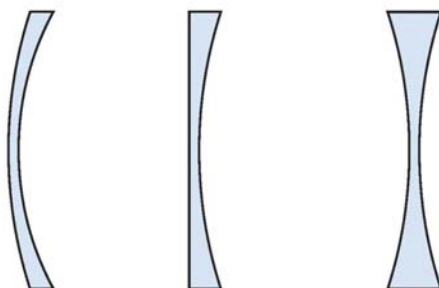
En lins som är tunnare i mitten än i kanterna är divergerande (f är negativt)

Converging lenses



Meniscus Planoconvex Double convex

Diverging lenses



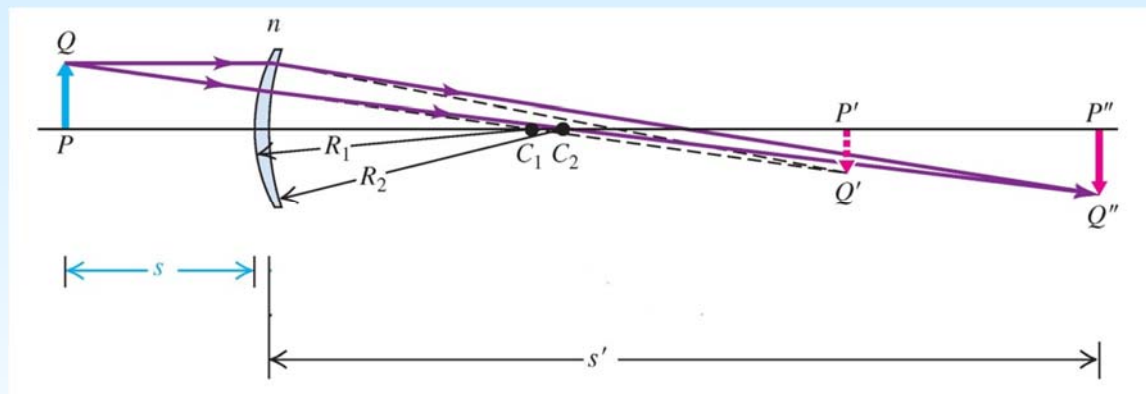
Meniscus Planoconcave Double concave





Geometrisk optik

Linser



Linsmakarens ekvation

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Formelsamling



Geometrisk optik

Linser



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$m = -\frac{s'}{s}$$

$$m = \frac{y'}{y}$$

Tecken regel för krökningsradie - R är positiv om centrum är på sidan med utgående ljus.



f = positiv

R₁ = positiv

R₂ = positiv

s' = positiv eller negativ



f = positiv

R₁ = positiv

R₂ = negativ

s' = positiv eller negativ



f = negativ

R₁ = negativ

R₂ = positiv

s' = negativ



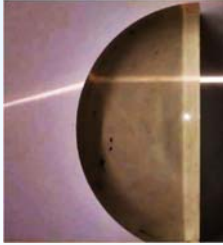
Sammanfattning



Konkav
spegel



Konvex
spegel



Sfärisk
yta



Konvex
lins



Konkav
lins



Formelsamling

Konkav
spegel

Konvex
spegel

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

Sfärisk
yta

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$

Konvex
lins

Konkav
lins

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



Geometrisk optik

Sammanfattning



Tecken regler speglar:

Positivt objekt avstånd (s)
om objekt och inkommande ljus
på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
om bild och utgående ljus
på samma sida.

Positiv krökningradie (R)
om center på samma sida
som utgående ljus.

Positiv förstoring (m)
om samma riktningen
av objekt och bild.

Tecken regler linser:

Positivt objekt avstånd (s)
om objekt och inkommande ljus
på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
om bild och utgående ljus
på samma sida.

Positivt brännpunktsavstånd (f)
Konvergerande (konvexa) linser

Positiv förstoring (m)
om samma riktningen
av objekt och bild.



Geometrisk optik

Ögat



Ögat





Geometrisk optik

Ögat

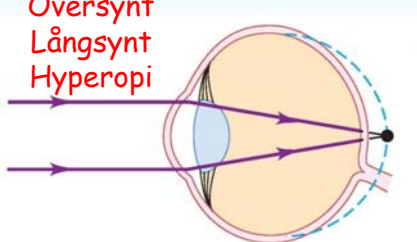
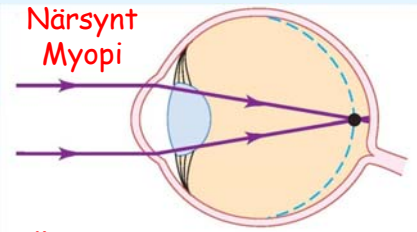
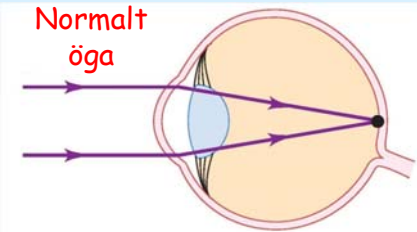


När punkten: kortaste avståndet till ögat vid vilken människor kan se klart (från 7cm vid 10 års ålder till 40 cm vid 50 års ålder för normalt ögat).

Normalt läsavstånd: antas vara 25 cm när man utformar korrektionslinser.

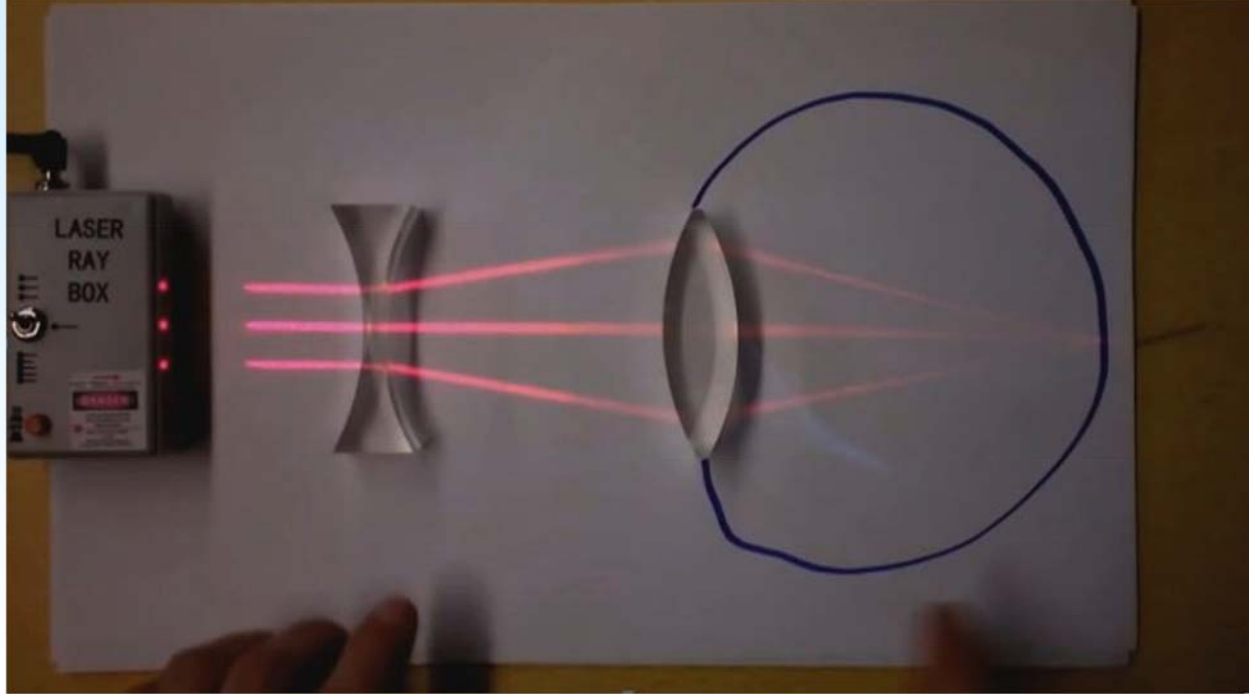
Fjärr punkten: Längsta avståndet till ögat vid vilken människor kan se klart.

Linser för korrigeringar anges i dioptrier:
Lins styrka = $1/f$ (enhet: dioptrier = m^{-1})



Geometrisk optik

Ögat



https://www.youtube.com/watch?v=VDehC_Txa1U

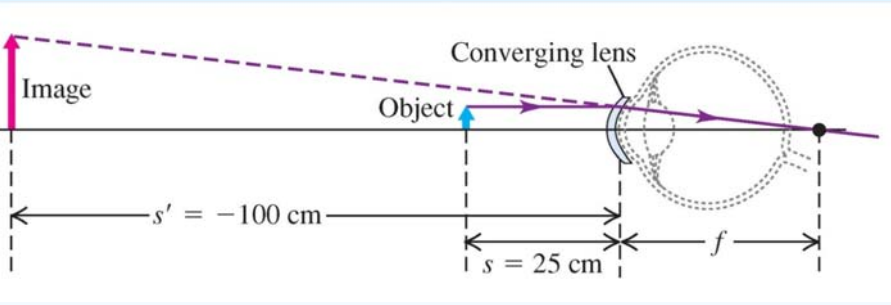


Geometrisk optik Problem



Ett översynt öga har närpunkten på ett avstånd av 100 cm.

Vilken linsstyrka behövs för att närpunkten ska flyttas till 25 cm ?



Med ett föremål på $s = 25$ cm från korrektionslinsen vill vi att bilden ska hamna vid $s' = 100$ cm för det är den närmsta punkten ögat kan se skarpt.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{+25 \text{ cm}} + \frac{1}{-100 \text{ cm}}$$

$$f = +33 \text{ cm}$$

Lins styrka = $1/f = 1/0.33 \text{ m}^{-1} = 3$ dioptrier

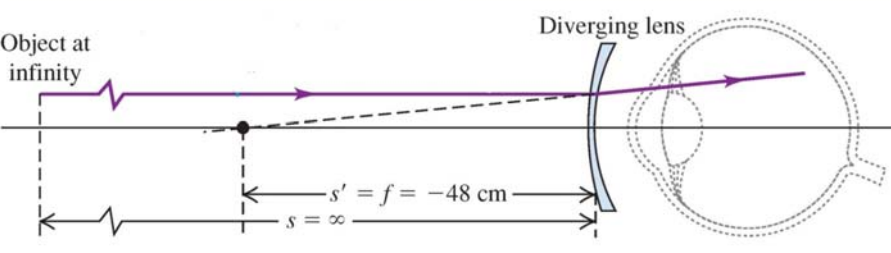


Geometrisk optik Problem



Ett närsynt öga har fjärrpunkten på ett avstånd av 50 cm.

Vilken linsstyrka behövs för att korrigera ögat om linsen sitter 2 cm framför ögat?



Linsen ska flytta fjärrpunkten från 50 cm till oändligt långt bort. Korrektionslinsen ska därför ha $s = \infty$ och $s' = -50 + 2 = -48$ cm.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-48 \text{ cm}}$$

$$f = -48 \text{ cm}$$

OBS

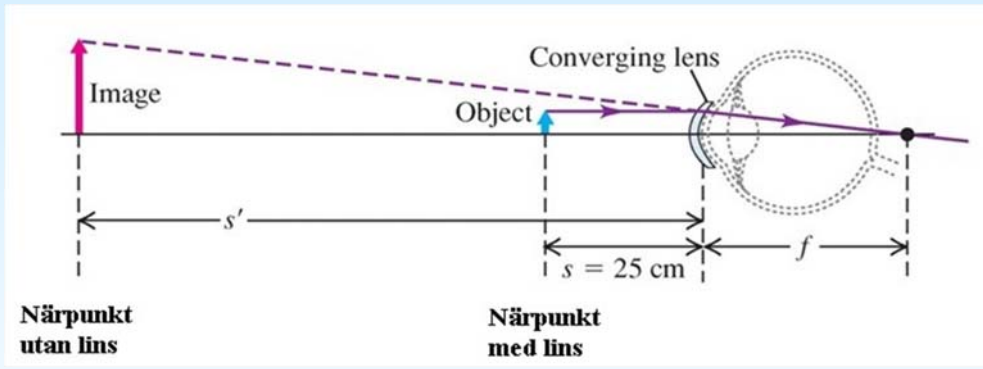
Lins styrka = $1/f = -1/0.48 \text{ m}^{-1} = -2.1$ dioptrier



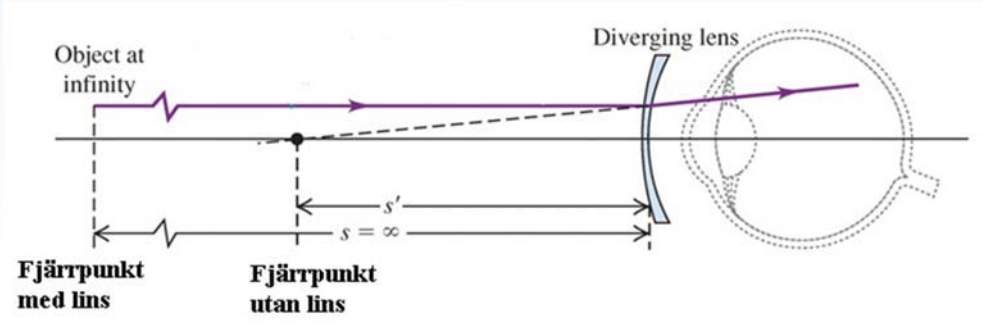
Geometrisk optik Sammanfattning



Översynt



Närsynt



Geometrisk optik Kameran



Kameran





Geometrisk optik Kameran



De två viktigaste uppgifterna för en kamera:

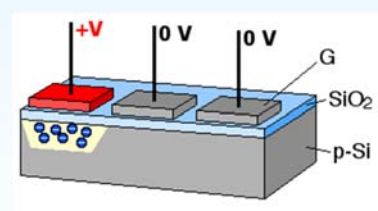
1. Fokusering av bilden på bildsensorn (CCD)
2. Lagom exponering (rätt mängd ljus på bildsensorn)

CCD

Charge Coupled Device

I varje pixel omvandlas rött, grönt och blått ljus till elektroner.

Elektronerna leds ut till kanterna av sensorn.



Elektronernas laddning omvandlas sedan till ett digitalt värde.



Geometrisk optik Kameran



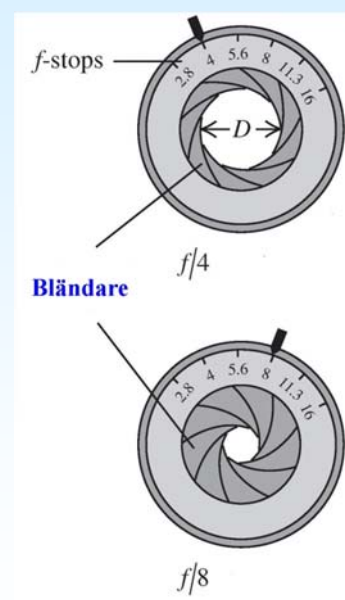
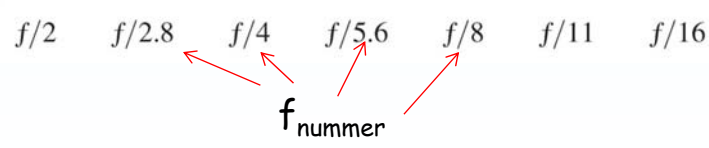
Exponering: Ljusenergi per ytenhet som träffar CCD

Exponeringen beror på slutartiden och bländaren.

Långa slutartider leder till problem om objektet rör sig.

Öppningen styrs av bländaren som kan ändra sin diameter (D).

$$f_{\text{nummer}} = f / D \quad \text{Exponering} \sim 1 / f_{\text{nummer}}^2$$



Litet f_{nummer} = Stor D



Förstoringsglas



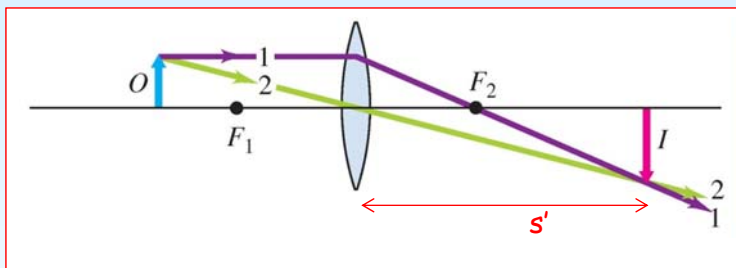
Geometrisk optik

Förstoringsglas

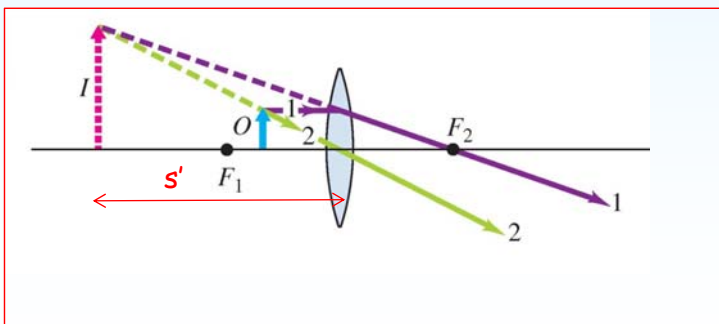


Ett förstoringsglas är en konvex lins.

Håller man ett förstoringsglas långt borta från ögat (armlängds avstånd) kan man se en förstorad och upp och ner vänd bild.



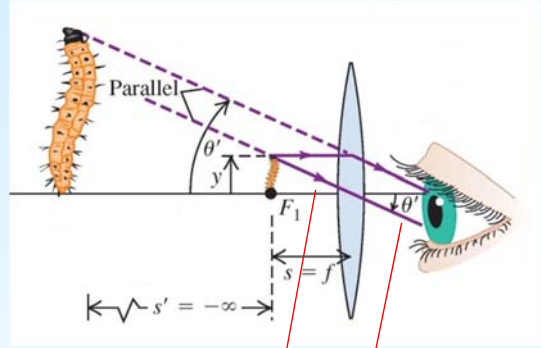
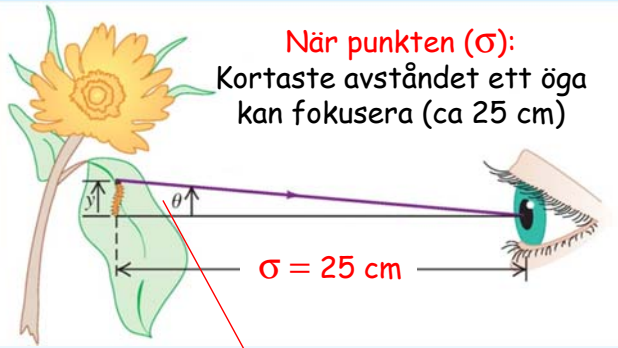
Normal användning av ett förstoringsglas är att sätta objektet mellan brännpunkten och glaset för att få en förstorad upprätt bild.





Geometrisk optik

Förstoringsglas



Vinkel utan förstoringsglas

$$\tan(\theta) \approx \theta = \frac{y}{\sigma} \approx \frac{y}{25 \text{ cm}}$$

Vinkel med förstoringsglas

$$\tan(\theta') \approx \theta' = \frac{y}{f}$$

När objektet är i brännpunkten använder man vinkel förstoring (M) i stället för lateral förstoring (m).

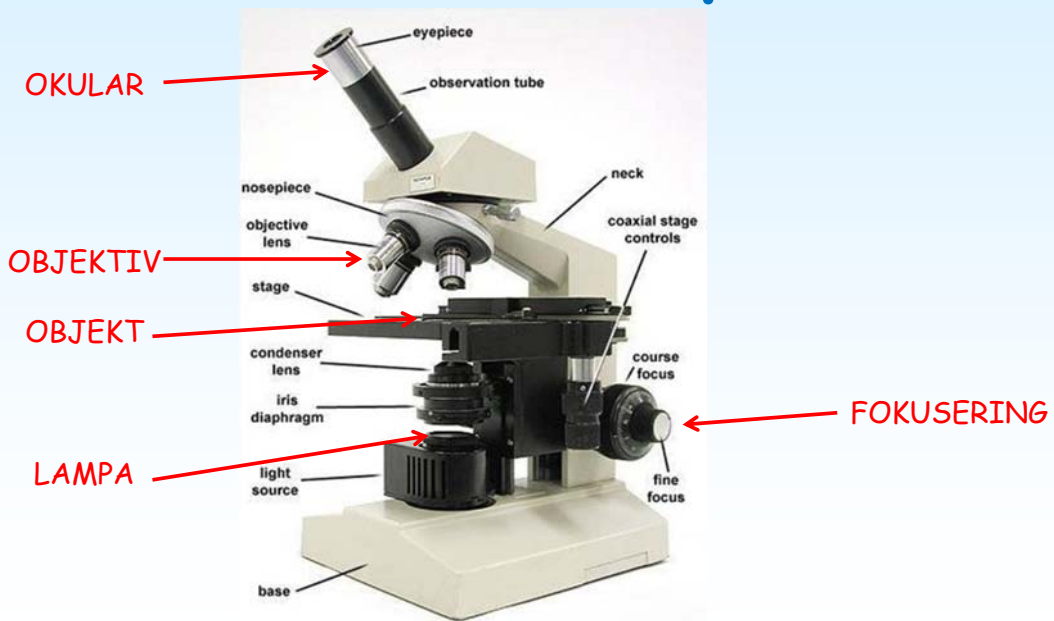
$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{y/f}{y/\sigma} = \frac{\sigma}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{f}$$


Geometrisk optik

Mikroskop

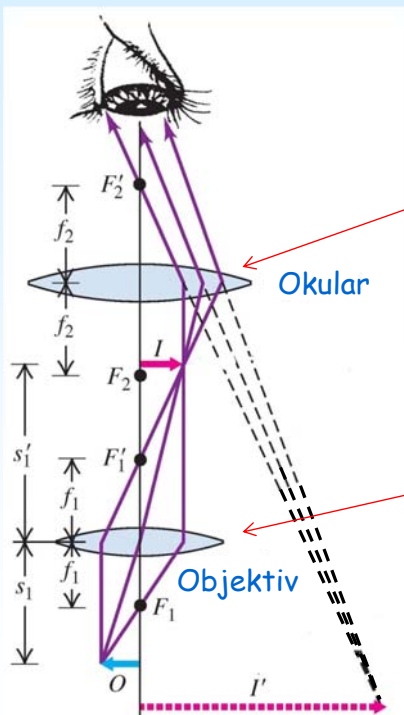
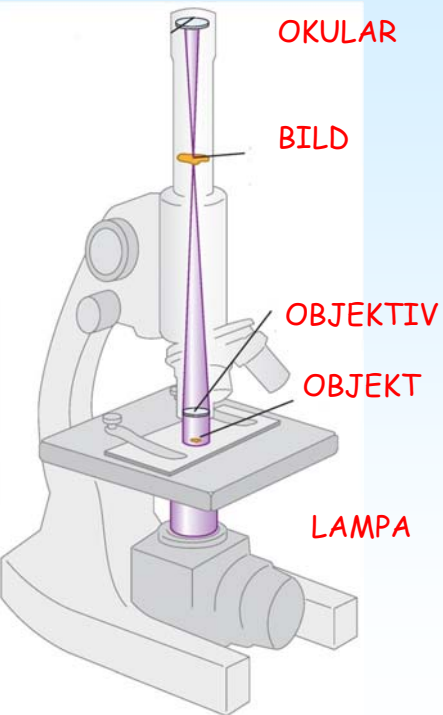


Mikroskop





Geometrisk optik Mikroskop

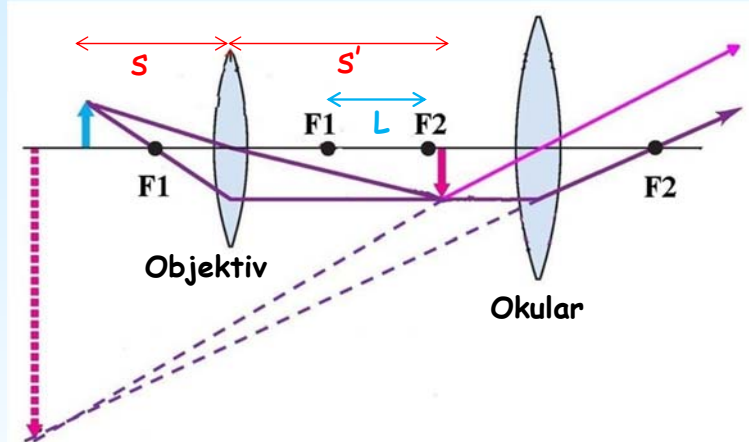


Förstoringsglas
(f är några cm)

Skapar förstordad bild nära okularets brännpunkt
($f < 1$ cm)



Geometrisk optik Mikroskop



OKULAR
Vinkel förstoringen av ett förstoringsglas:
 $M = \frac{\sigma}{f}$ where $\sigma = 25$ cm

OBJEKTIV

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{s' - f}{f} \approx -\frac{f + L - f}{f} = -\frac{L}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \Rightarrow s = \frac{s'f}{s' - f}$$

(Note: $s' \approx f + L$ is indicated in the diagram)

MIKROSKOP

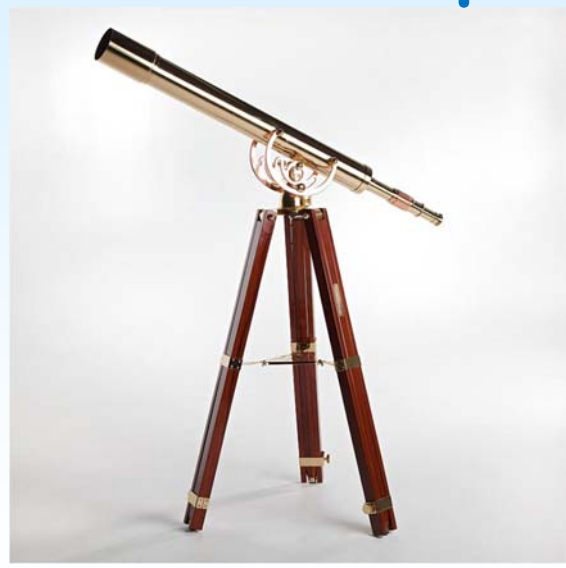
Förstoring:

$$M = m_1 M_2 = -\frac{s'_1 \sigma}{s_1 f_2} = -\frac{L \sigma}{f_1 f_2}$$

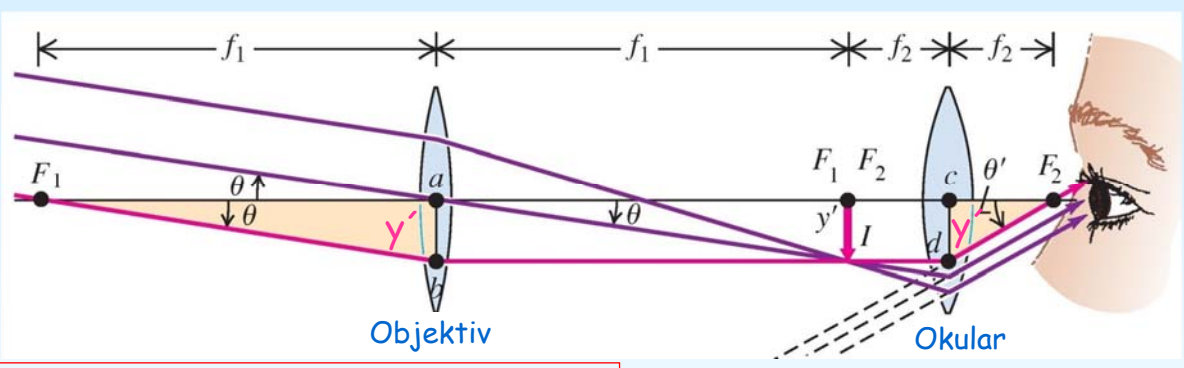
σ är närpunkts avståndet vilket är typiskt 25 cm



Teleskop



Geometrisk optik Teleskop



Föremålet är oändligt långt borta så bilden kommer att vara i brännpunkten av objektivets.

$$\tan(\theta) = \theta = \frac{-y'}{f_1}$$

Okularet fungerar som ett förstörings glas med bilden y' i dess brännpunkt.

$$\tan(\theta') = \theta' = \frac{y'}{f_2}$$

Ett teleskops vinkelförstoringen är definierad som förhållandet mellan vinkeln av bilden till det av det inkommande ljuset.

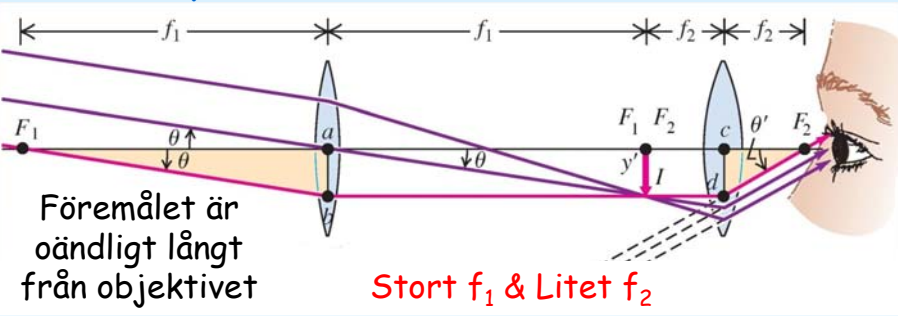
$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{y'/f_2}{y'/f_1} = -\frac{f_1}{f_2}$$



Geometrisk optik Sammanfattning



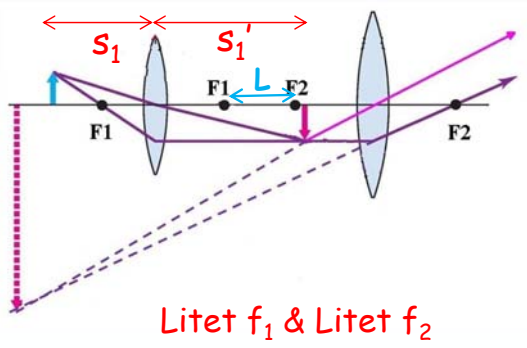
Teleskop



$$M = -\frac{f_1}{f_2}$$

Mikroskop

Föremålet är nära objektivet

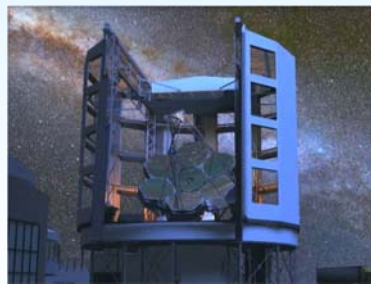
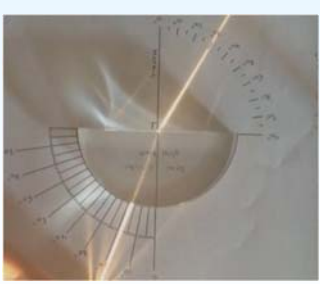
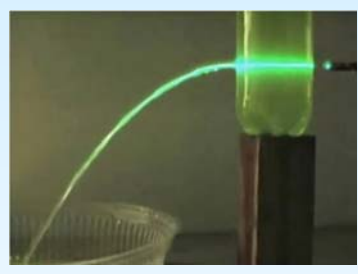
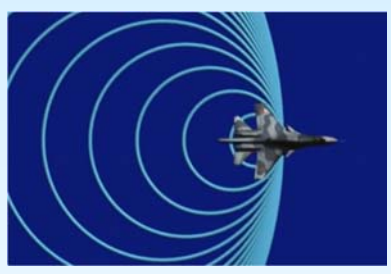


$$M = m_1 M_2 = -\frac{s'_1 \sigma}{s_1 f_2} = -\frac{L \sigma}{f_1 f_2}$$

σ är närpunkten (typiskt 25 cm)

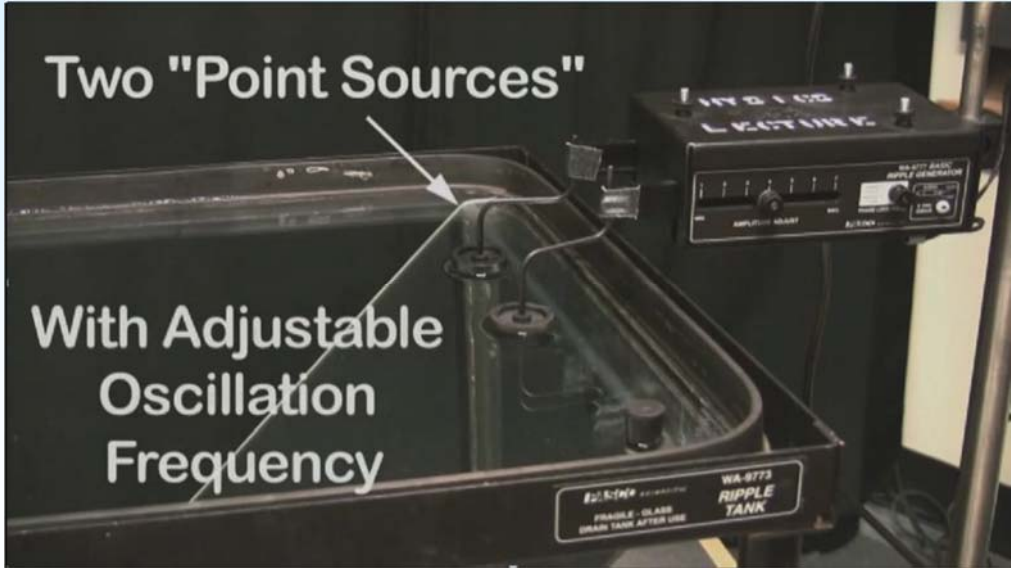


Vågrörelselära och optik



Kapitel 35 - Interferens

Interferens



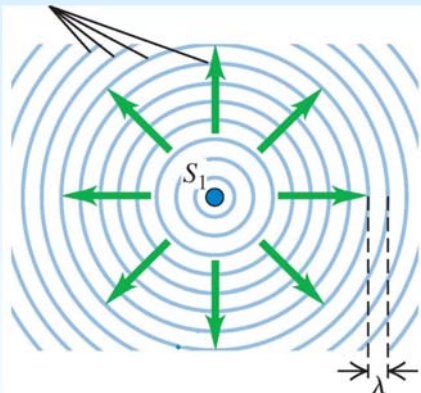
<https://www.youtube.com/watch?v=UMkAXvWIRY4>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

209

Interferens

Vågfronter: vågtoppar i en våg åtskilda av en λ



Interferens:

Vågor överlappar i rymden

Koherenta källor:

samma frekvens (eller våglängd) och konstant fasförhållande (inte nödvändigtvis i fas).

Superpositions principen

När två eller fler vågor överlagras så blir den momentana förflyttningen

=

Summan av förflyttningen från de individuella vågorna var för sig



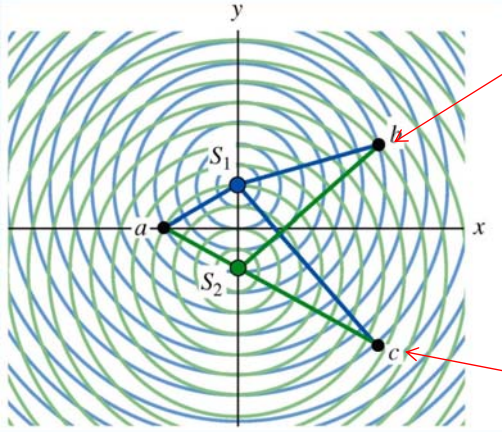
Interferens



Konstruktiv interferens

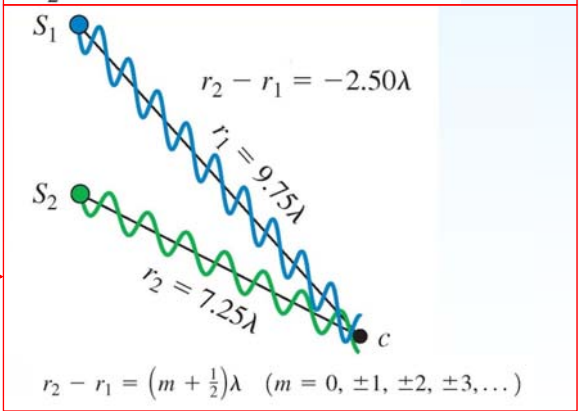
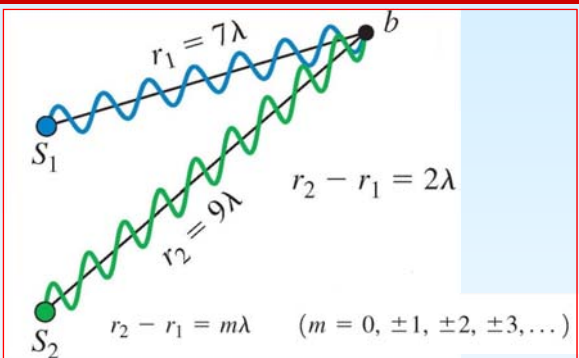
$$\delta = r_2 - r_1 = m\lambda$$

Formelsamling



Destruktiv interferens

$$\delta = r_2 - r_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$



Interferens



Antinodala kurvor =
 konstruktiv interferens
 (nod = minimum)

Anta att i en punkt gäller:

$$E_1 = E_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} r_1 - \omega t + \varphi\right)$$

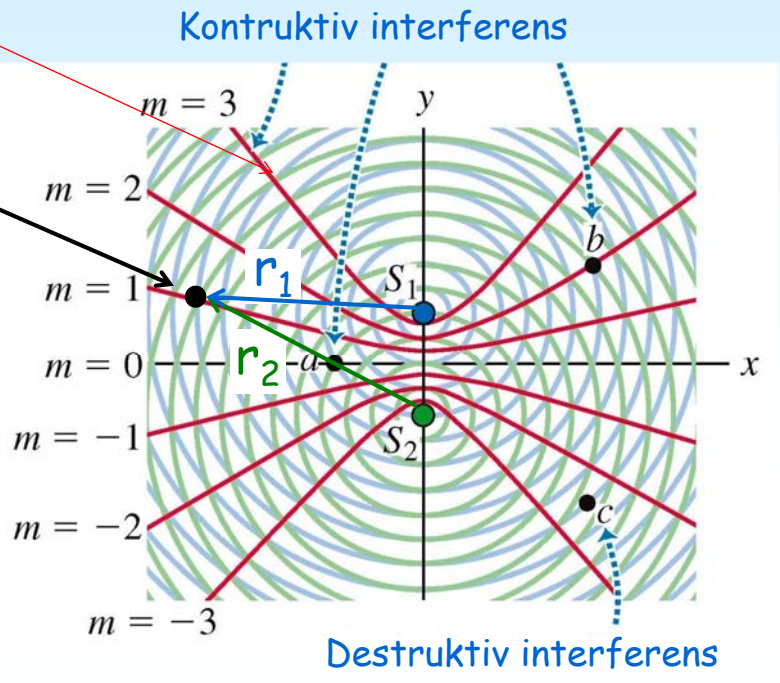
$$E_2 = E_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} r_2 - \omega t\right)$$

$$E = E_1 + E_2$$

Att öka r_1 med en våglängd
 ger samma ändring av E som
 att öka fasvinkeln ϕ med 2π :

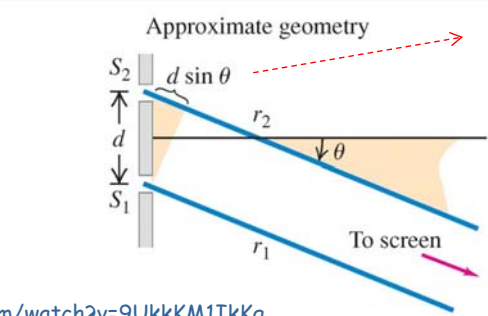
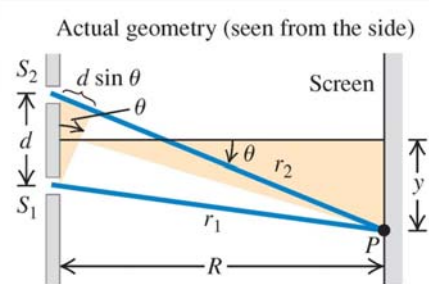
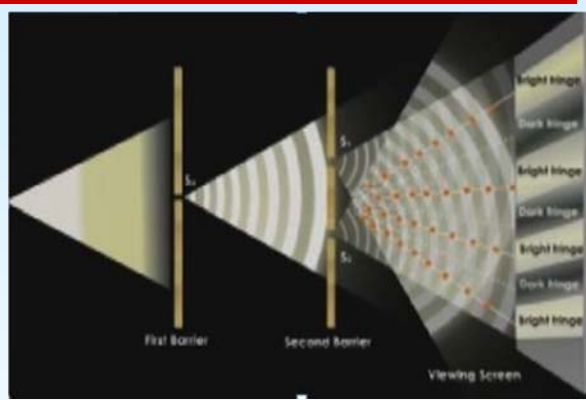
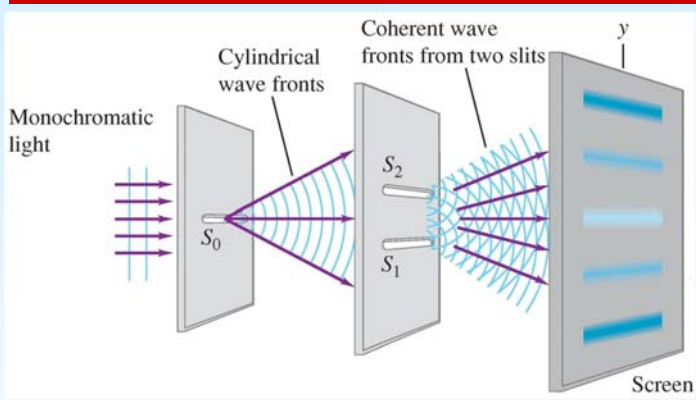
$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

Formelsamling





Interferens



$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin(\theta)$$

Konstruktiv

$$d \sin \theta = m \lambda$$

Destruktiv

$$d \sin \theta = (m + \frac{1}{2}) \lambda$$

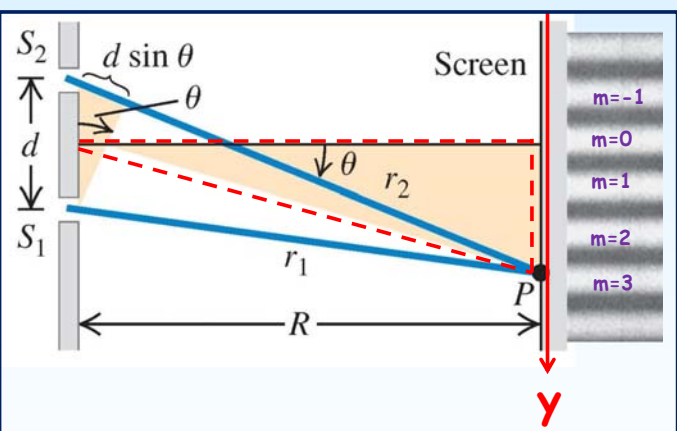
<https://www.youtube.com/watch?v=9UkkKM1IkKg>



Interferens



Geometri: $r_2 - r_1 = d \sin(\theta)$



$\tan(\theta) = \frac{y}{R} \approx \sin(\theta)$

$$r_2 - r_1 = d \frac{y}{R}$$

Konstruktiv interferens:

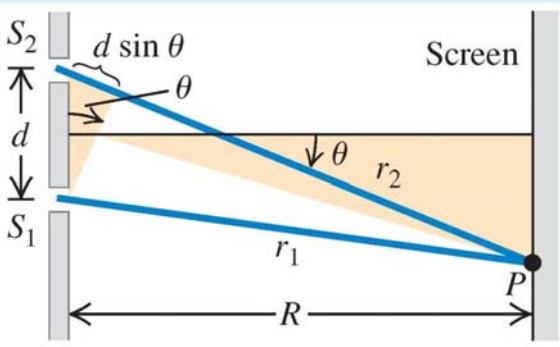
$$r_2 - r_1 = m \lambda$$

$$y_m = R \frac{m \lambda}{d}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$



Interferens Intensitet



En vägskillnad av en våglängd motsvarar en fasskillnad på 2π

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

Väg skillnaden
 $r_2 - r_1 = d \sin \theta$

Formelsamling $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$

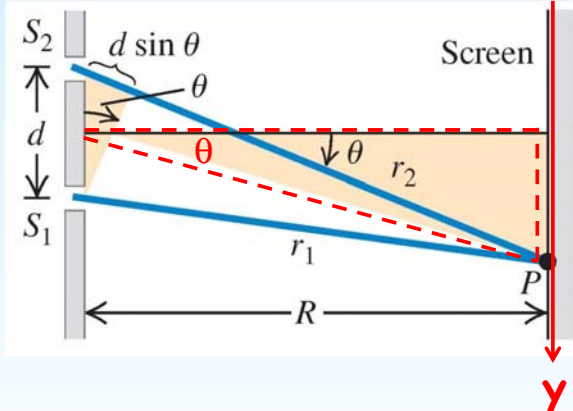
$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$



Interferens Intensitet



Introducera y i formeln



$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

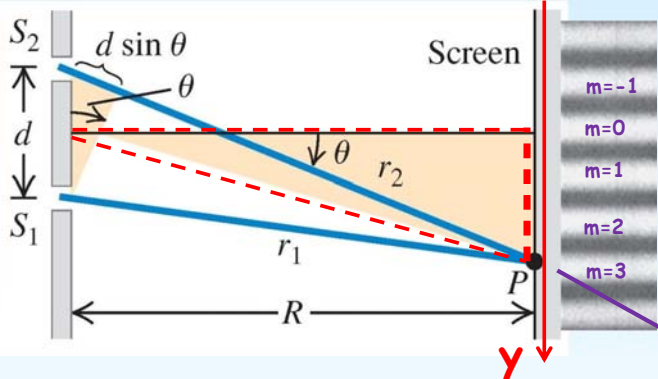
$\tan(\theta) = y / R \approx \sin(\theta)$

litet θ

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$



Interferens Intensitet

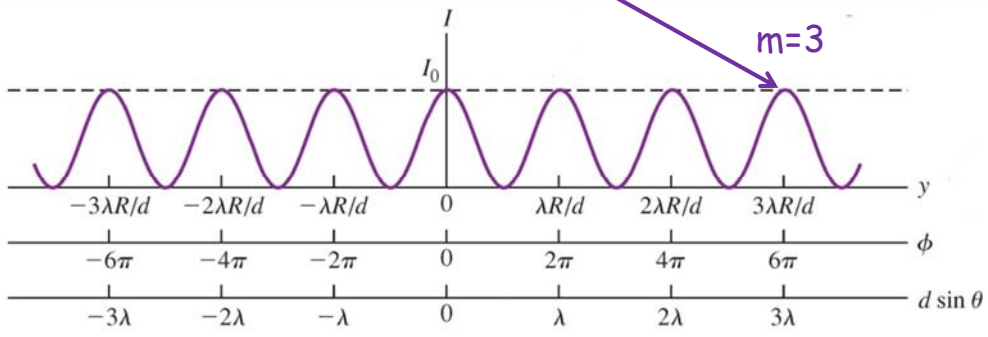


$$\phi \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$

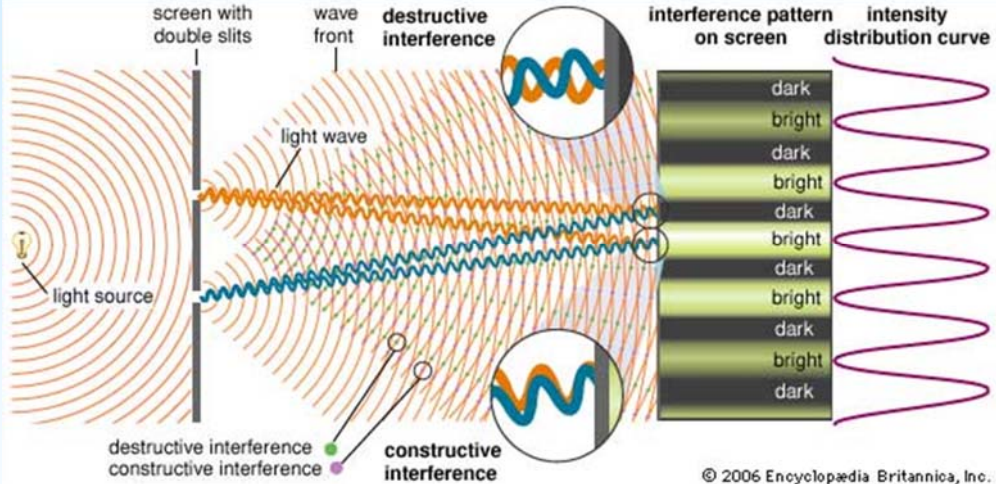
Intensitet:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi dy}{\lambda R} \right)$$

Formelsamling



Interferens Intensitet



© 2006 Encyclopædia Britannica, Inc.

Konstruktiv interferens:

$$r_2 - r_1 = d \sin(\theta) = m \lambda$$

$$y_m \approx m \cdot (R \lambda / d)$$

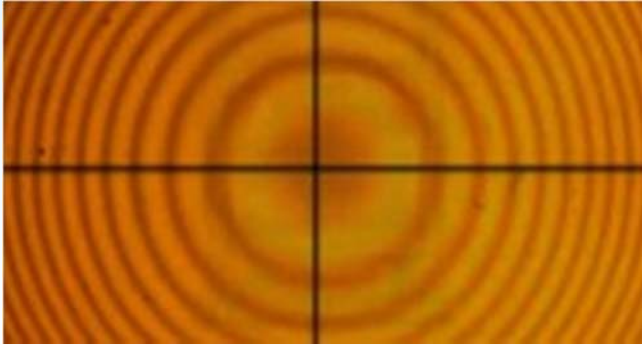
Intensitet

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \quad \phi = \frac{2\pi \delta}{\lambda}$$

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$



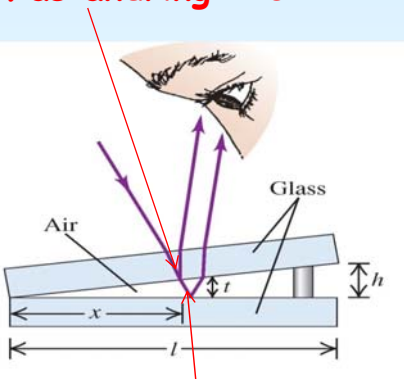
Tunnsfilmsinterferens



Interferens: Tunnsfilmsinterferens



$n_b < n_a$
Fas ändring = 0



$n_b > n_a$
Fas ändring = π

Efter en reflektion med **en fasförskjutning** ($n_b > n_a$) gäller följande:

Konstruktiva reflektioner:

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Destruktiva reflektioner:

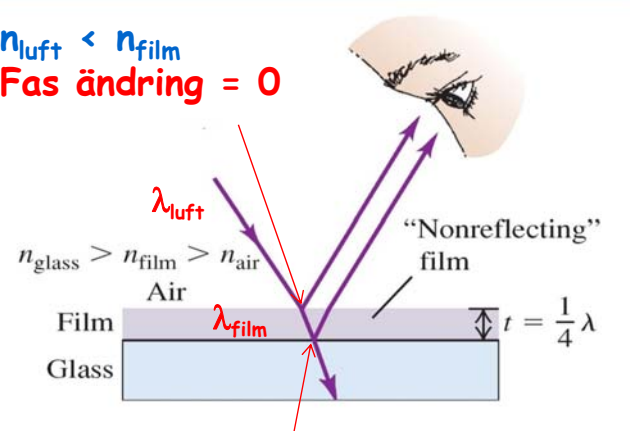
$$2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Detta är motsatsen till vad vi normalt har utan en fasförskjutning (eller efter två fasförskjutningar).



Interferens: Icke-reflekterande beläggning

Icke-reflekterande film



Destruktiv reflektion:

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Film tjocklek: $t = \lambda_{\text{film}} / 4$
 Film brytningsindex: $n_{\text{film}} < n_{\text{glas}}$



Destruktiv interferens = inga reflektioner

$n_{\text{film}} < n_{\text{glas}}$
Fas ändring = 0

$$\lambda_{\text{film}} = v / f \quad \text{för } n > 1$$

$$\lambda_{\text{luft}} = c / f \quad \text{för } n = 1$$

$$n = c / v = f \lambda_{\text{luft}} / f \lambda_{\text{film}} = \lambda_{\text{luft}} / \lambda_{\text{film}}$$



Interferens Michelsons interferometer

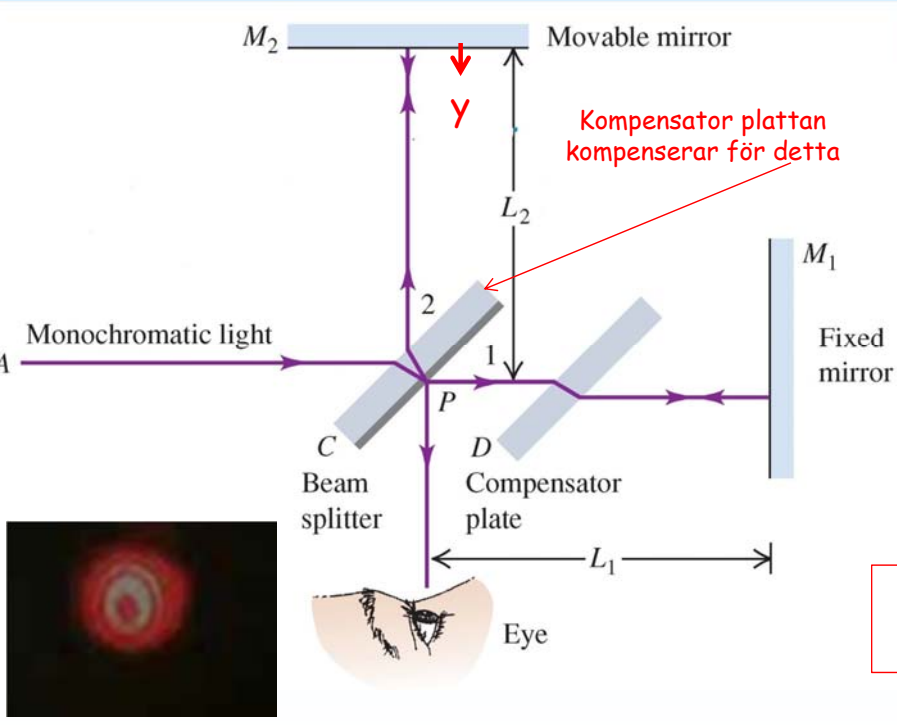
Michelsons interferometer





Interferens

Michelsons interferometer



Observatören ser ett **interferensmönster** med ringar.

Ringarna i mönstret kommer att **röra sig** när spegeln flyttas.

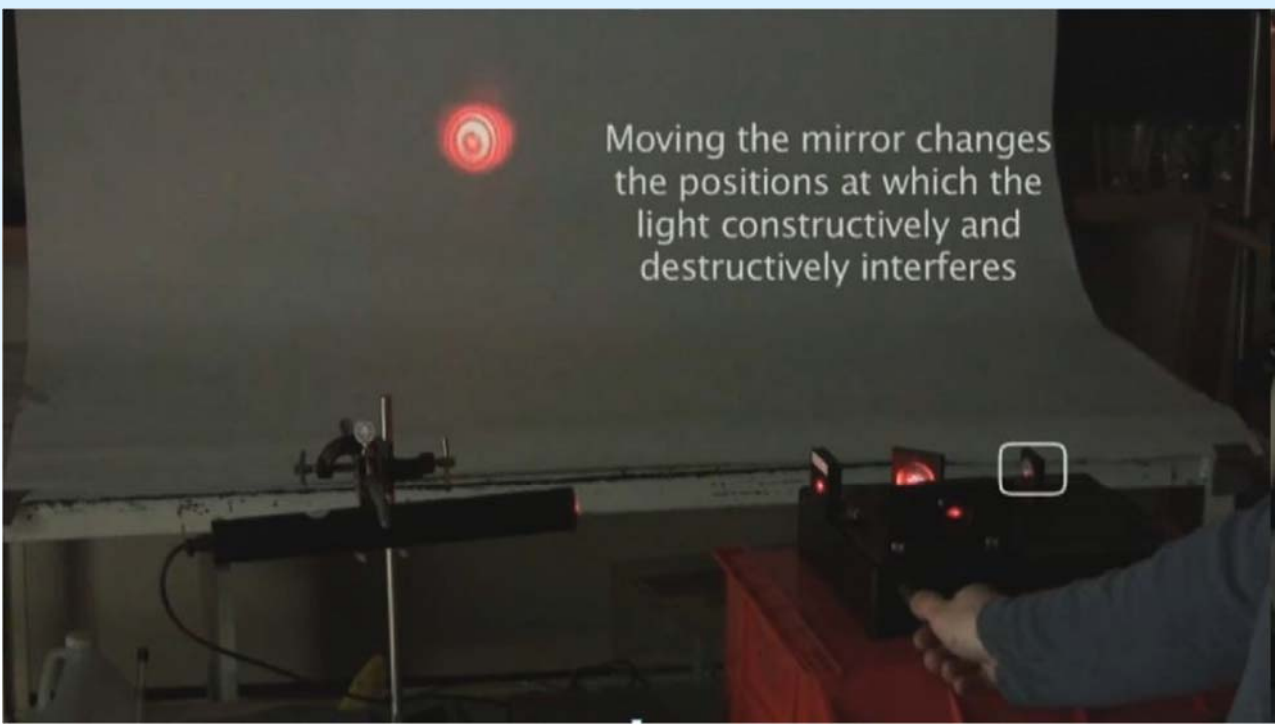
Antalet ringar (m) som passerar förbi kan användas för att **beräkna y eller λ**

$$y = m \frac{\lambda}{2} \qquad \lambda = \frac{2y}{m}$$



Interferens

Michelsons interferometer



<https://www.youtube.com/watch?v=j-u3IEgcTiQ>



Interferens Sammanfattning



$$\delta = r_2 - r_1 = m\lambda \quad \delta = r_2 - r_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad \frac{\phi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda}$$

Konstruktiv interferens:

$$d \sin \theta = m\lambda \quad y_m = R \frac{m\lambda}{d} \quad m = 0, \pm 1, \dots$$

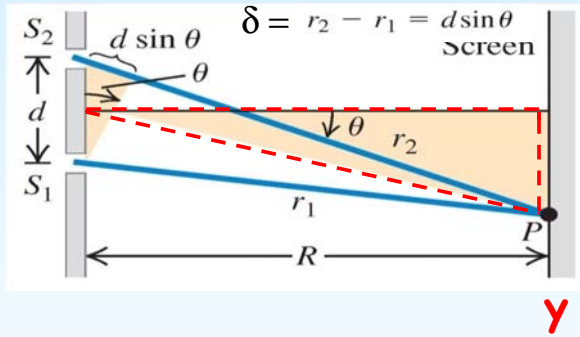
Destruktiv interferens:

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0, \pm 1, \dots$$

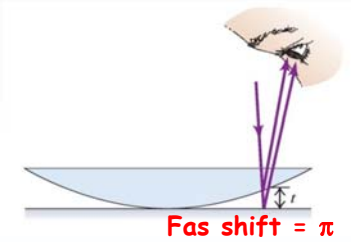
$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{2\pi dy}{\lambda R}$$

Youngs
dubbel spalt
experiment



Tunn film
&
Newton's
rings



Konstruktiv reflektion:

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Destruktiv reflektion:

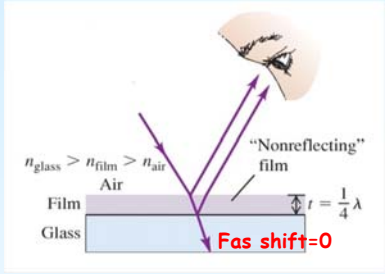
$$2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$



Interferens Sammanfattning



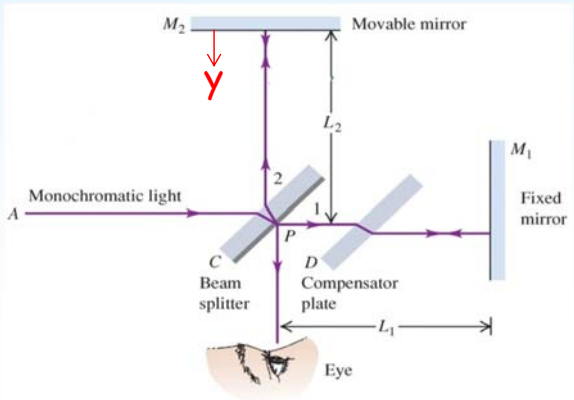
Icke-
reflekterande
beläggning



$$t = \lambda_{\text{film}} / 4$$

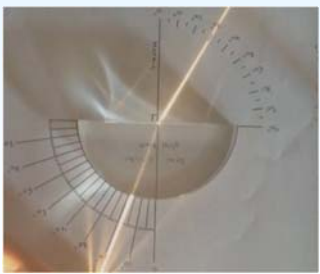
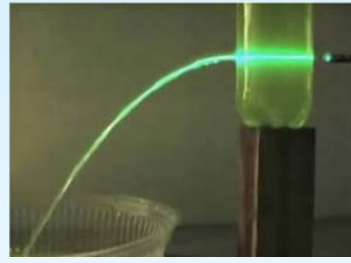
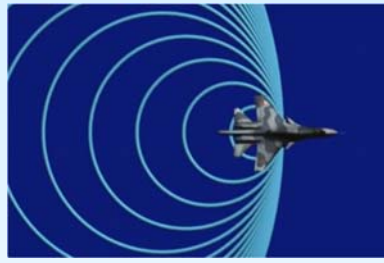
$$\lambda_{\text{film}} = \lambda_{\text{luft}} / n_{\text{film}}$$

Michelsons
Interferometer



$$y = m \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{2y}{m}$$



Kapitel 36 - Diffraction

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

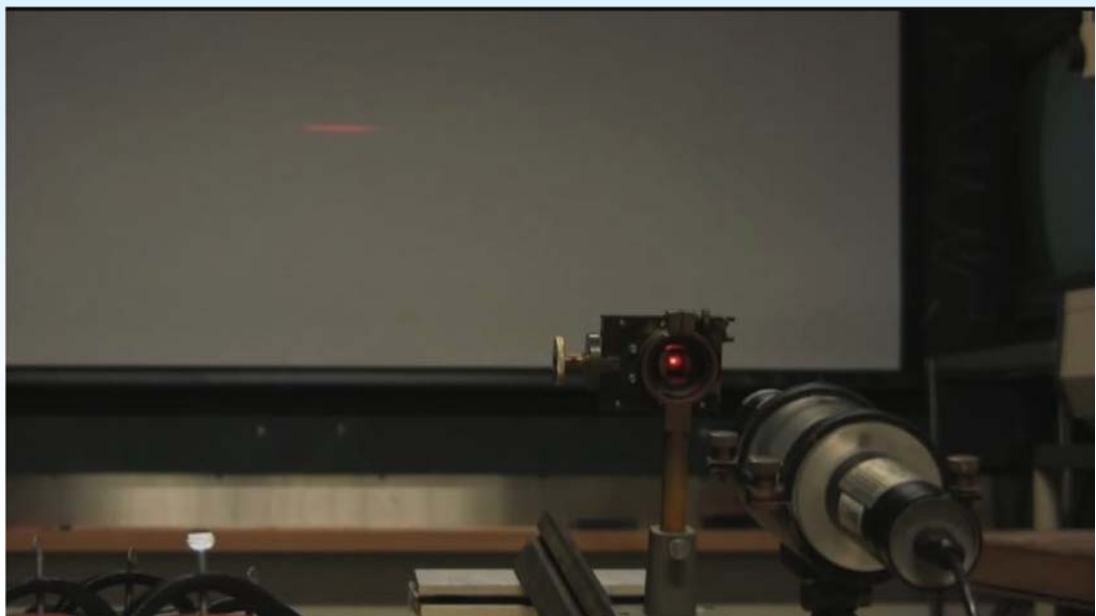
227



Diffraction



Diffraction



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

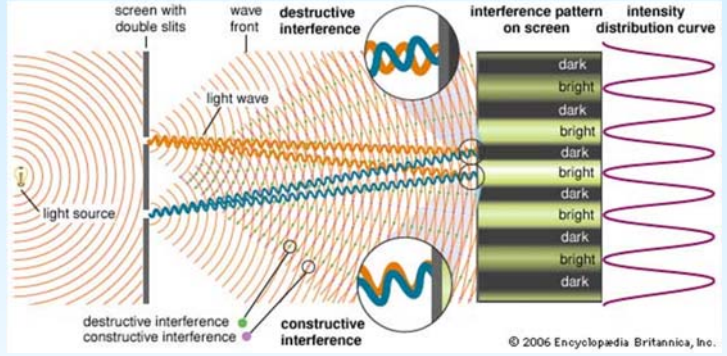
228



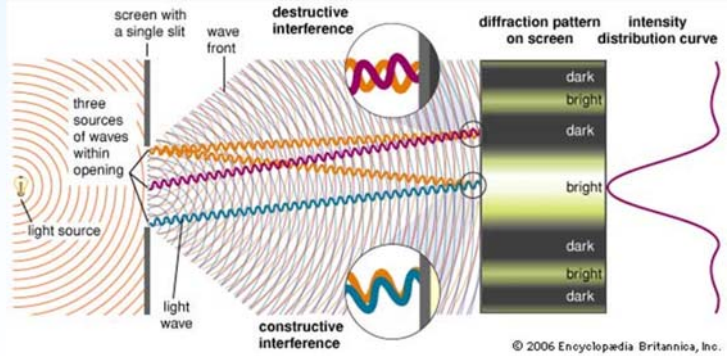
Diffraction



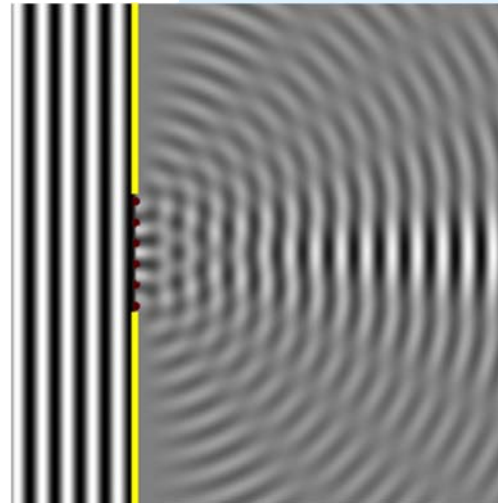
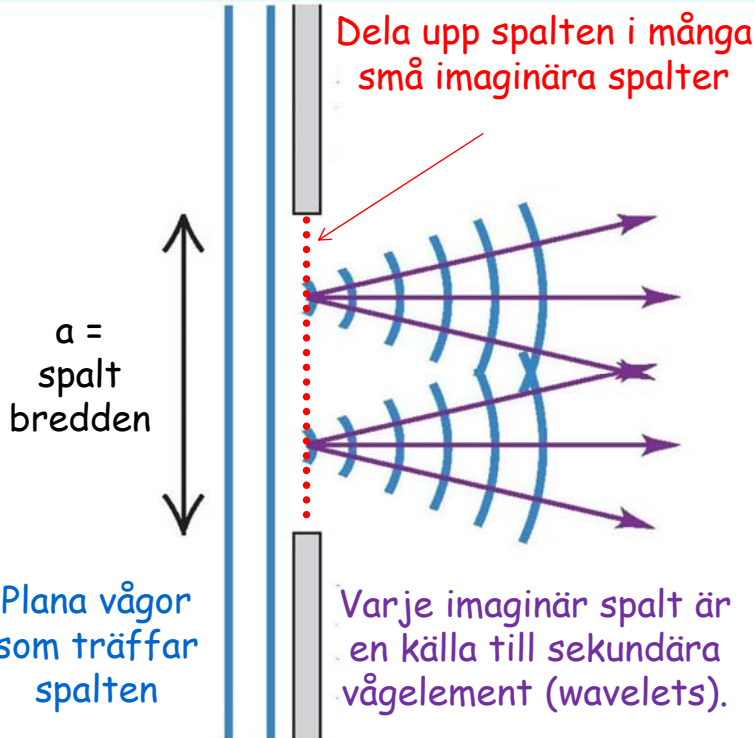
Interferens: Dubbel spalt experiment



Diffraction: singel spalt experiment



Diffraction

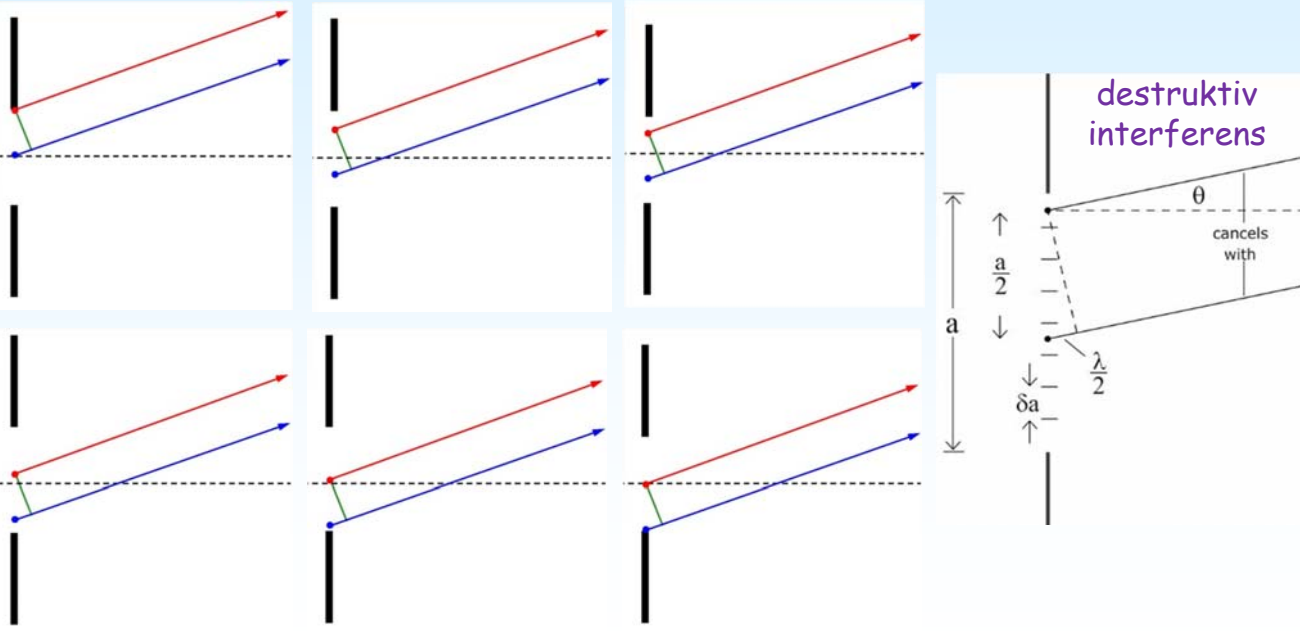




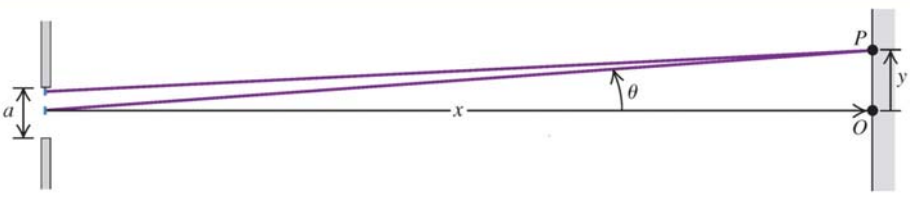
Diffraction



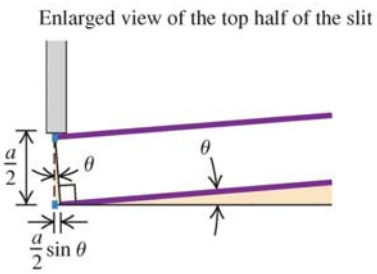
TRICKET: För varje punkt i den övre halvan av spalten finns en motsvarande punkt i den nedre halvan som den kan interferera med.



Diffraction



Geometri:
 $\tan(\theta) = y / x$



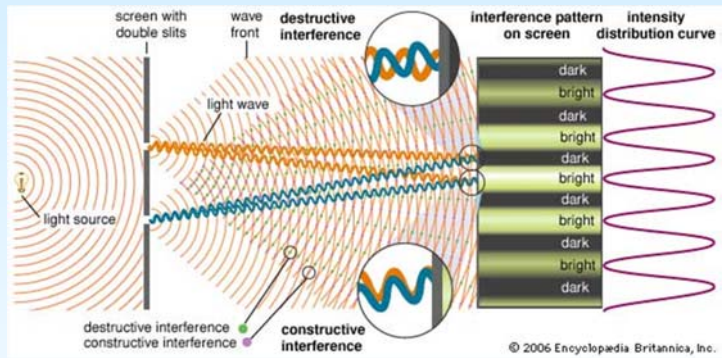
Destruktiv Interferens:
 $\frac{a}{2} \sin \theta = \pm \frac{\lambda}{2} m$
 $\sin(\theta) = m\lambda/a$ $m = \pm 1, \pm 2,$

Formelsamling

Små vinklar:
 $\tan(\theta) \approx \theta$
 $\sin(\theta) \approx \theta$

$y_m = x \frac{m\lambda}{a}$ (for $y_m \ll x$)
 $m = \pm 1, \pm 2,$

Diffraction



Ljusa band:

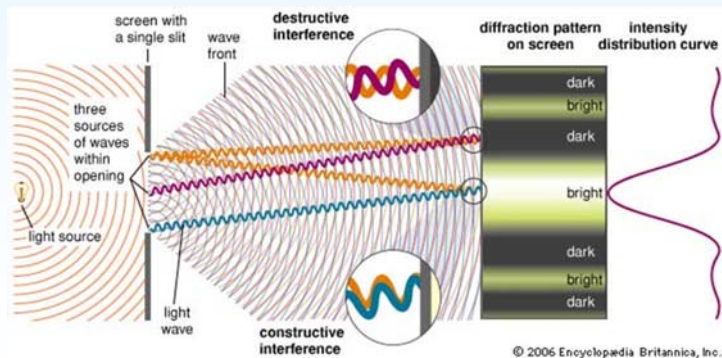
Avstånd till skärmen

$$y_m = R \frac{m\lambda}{d}$$

Våglängd

Spalt avstånd

$$m = 0, \pm 1, \pm 2,$$



Mörka band:

Avstånd till skärmen

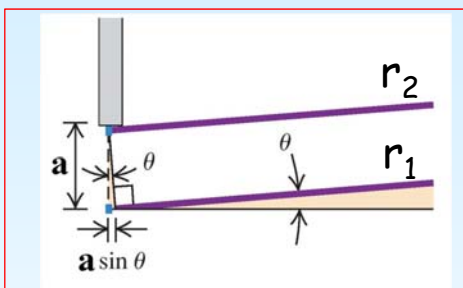
$$y_m = x \frac{m\lambda}{a}$$

Våglängd

Spalt bredd

$$m = \pm 1, \pm 2,$$

Diffraction Intensitet



Vägskillnaden:
 $r_2 - r_1 = a \sin(\theta)$

$r_2 - r_1$ är vägskillnaden mellan en stråle från toppen och botten av spalten.

En vägskillnad av en våglängd motsvarar en fasskillnad på 2π

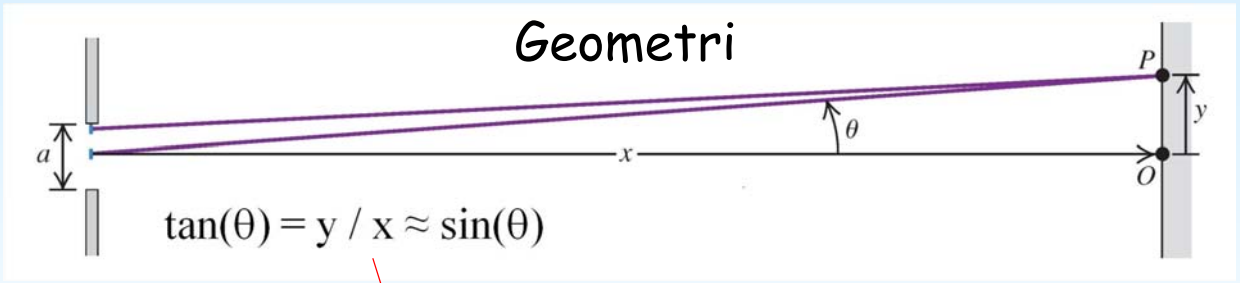
$$\frac{\beta}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

Formelsamling



Diffraction Intensitet

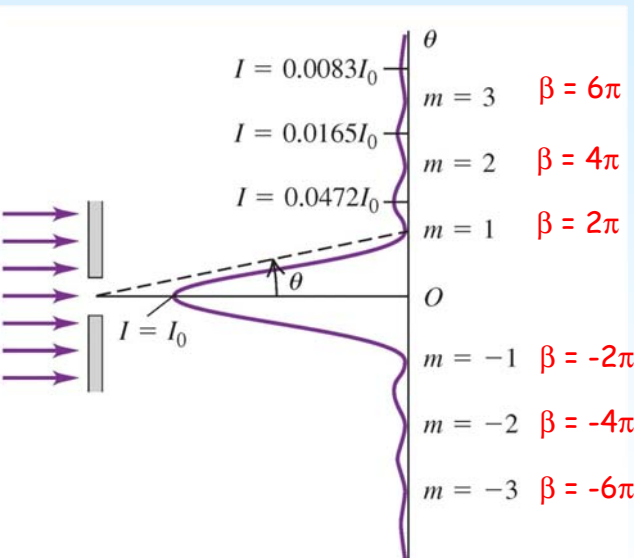


$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin(\theta) \approx \frac{2\pi}{\lambda} a \frac{y}{x}$$



Diffraction Intensitet



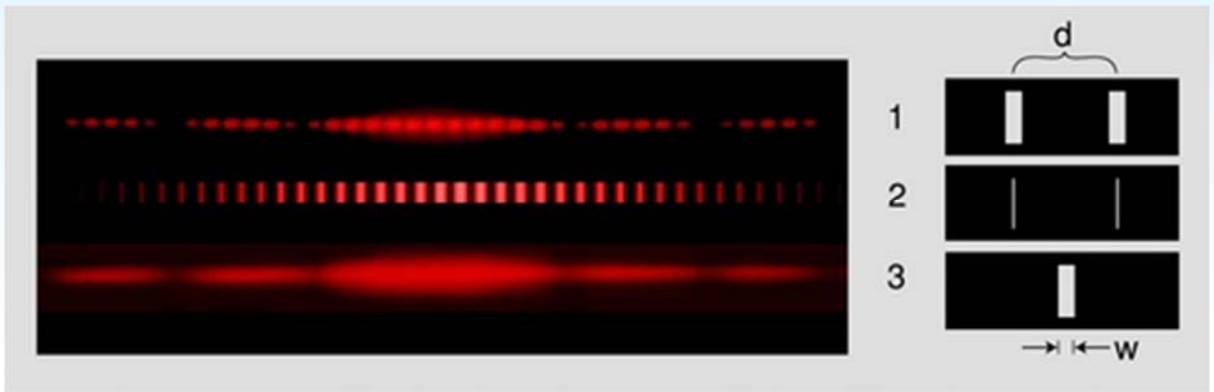
Formelsamling

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

där

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin(\theta) \approx \frac{2\pi}{\lambda} a \frac{y}{x}$$

Två breda spalter



Diffraction

Två spalter

I studien av interferens från två spalter antogs det att de var mycket smala. Vad händer om de är breda?

Två smala spalter:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

En bred spalt:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

Två breda spalter:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

Formelsamling

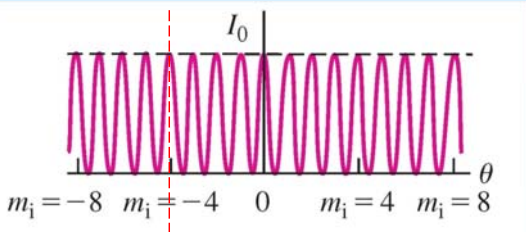
där

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta = \frac{2\pi \delta}{\lambda}$$

$$\beta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

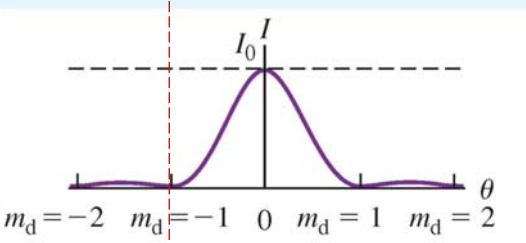


Diffraction Två spalter



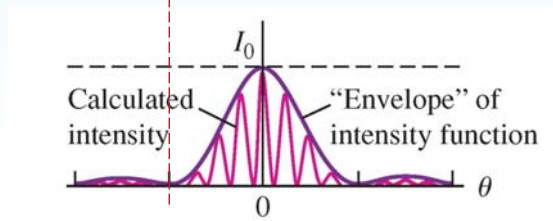
Två smala spalter:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$



En bred spalt:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$



Två breda spalter:

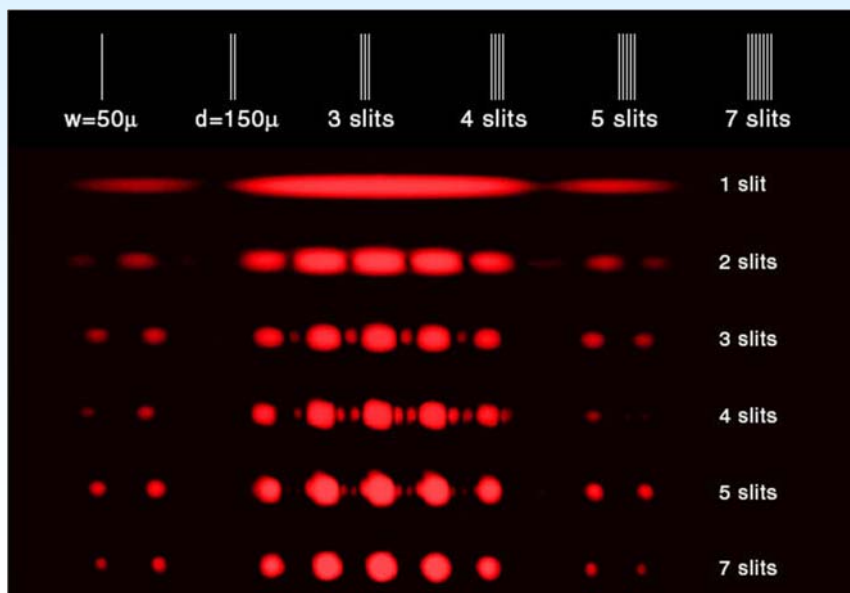
$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$



Diffraction Många spalter



Många spalter



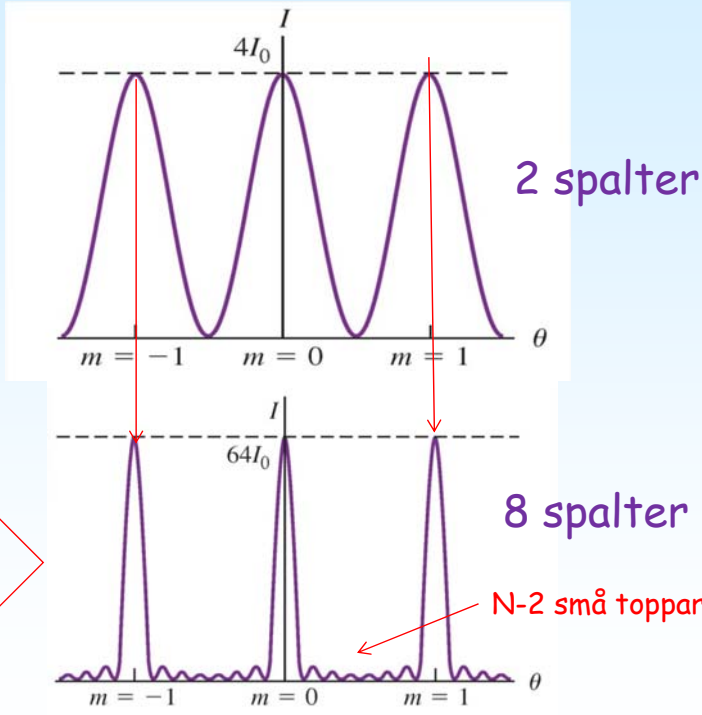
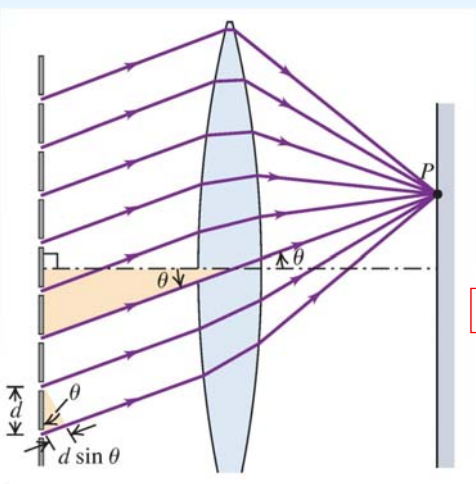


Diffraction Många spalter

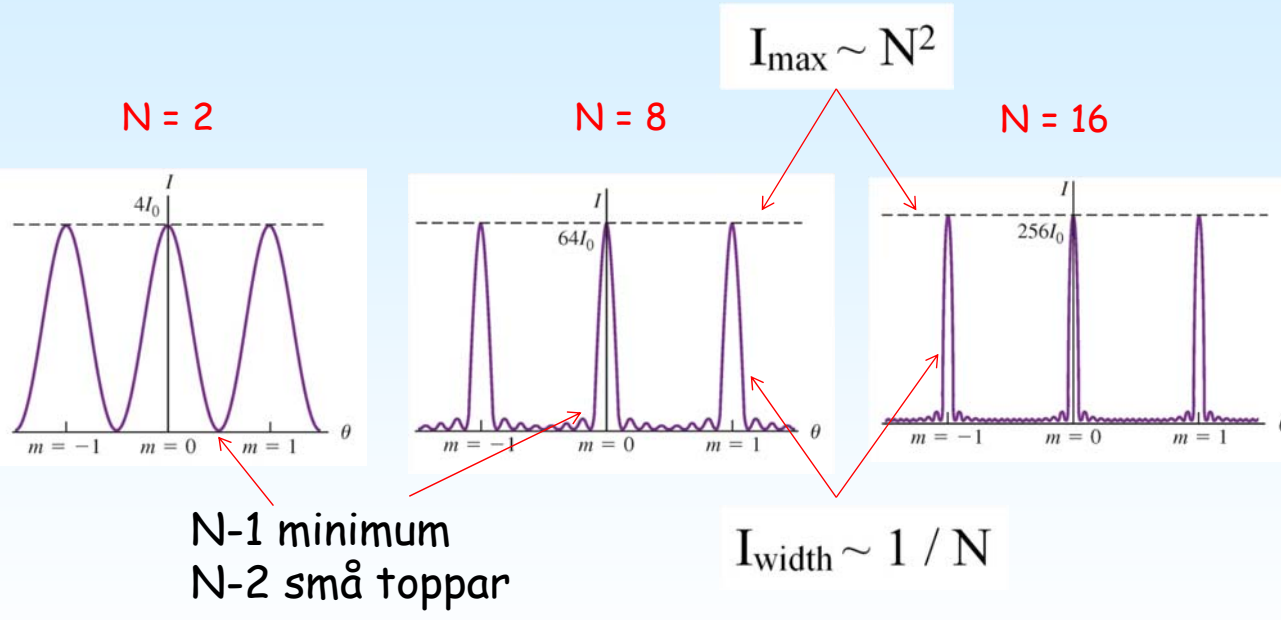


Vägskillnaden mellan intilliggande spalter som ger maximal intensitet med många spalter ges av:

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$



Diffraction Många spalter



Huvud maximum: $d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$

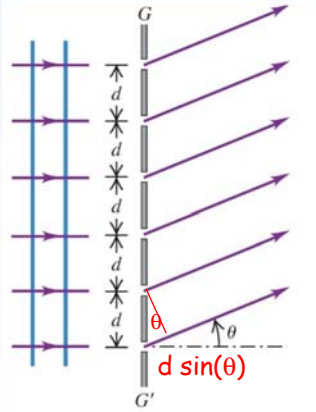


Diffraction Många spalter

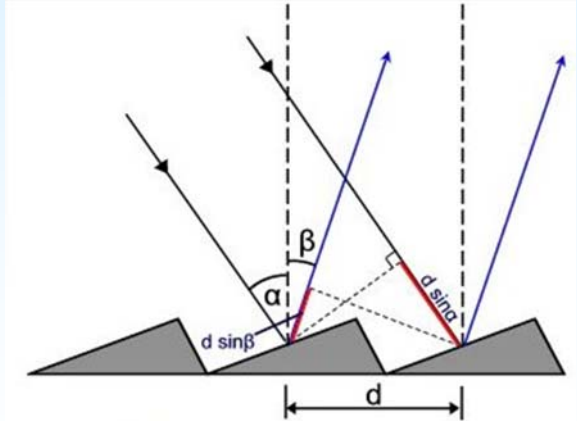


I **diffractions gitter** använder man **tusentals spalter** eller **tusentals reflekterande ytor**. Detta ger mycket **smala huvud maximum** som kan användas för att bestämma våglängden av olika ljus.

Transmissions gitter



Reflektions gitter



Vägskillnaden för maximum:

$$\delta = d \sin(\theta) = m\lambda$$

Vägskillnaden för maximum:

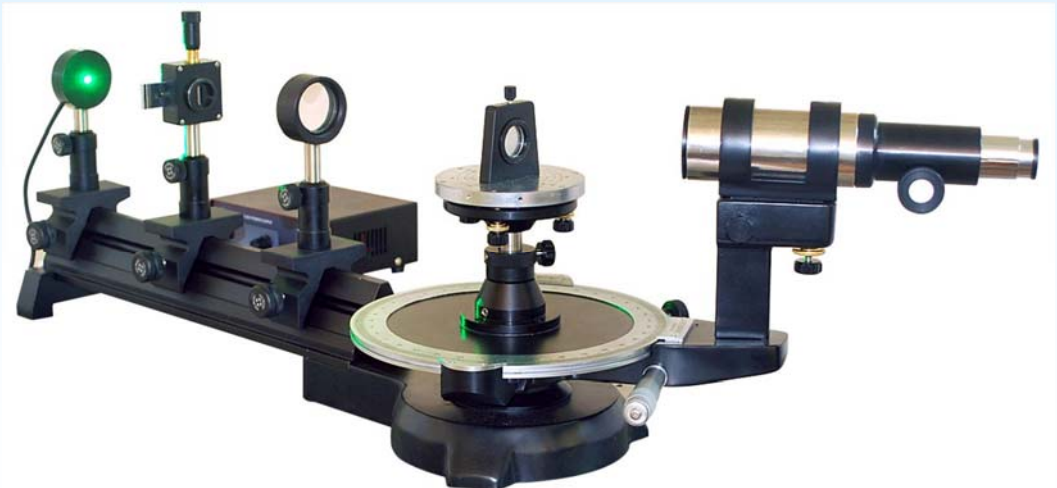
$$\delta = d \sin(\alpha) - d \sin(\beta) = m\lambda$$



Diffraction Spektrometrar



Spektrometrar

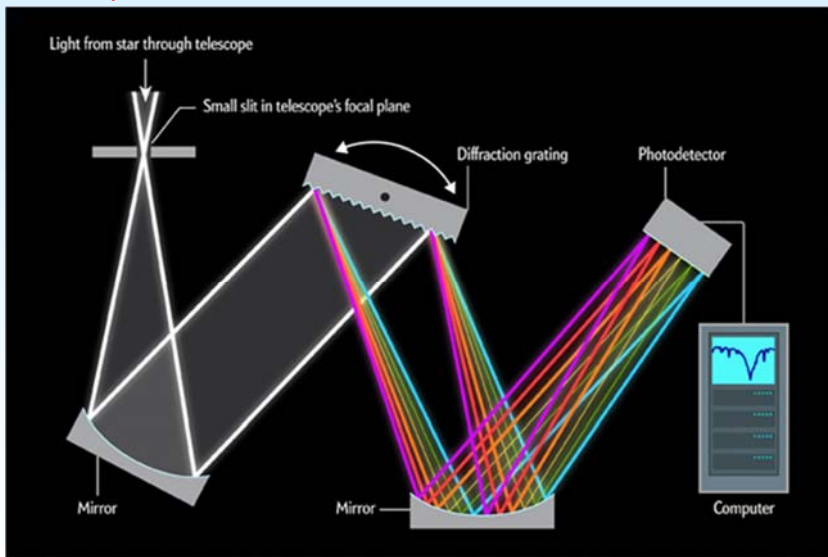




Diffraction Spektrometrar



Spektrometer för astronomi



Ljus som infaller på ett gitter dispergeras i ett spektrum. Vinklarna för avvikelser hos maxima mäts för att beräkna våglängden.



Diffraction Spektrometrar



Kromatisk upplösningförmåga :

Den minsta våglängdsskillnaden ($\Delta\lambda$) som kan mätas av en spektrograf.

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (\text{chromatic resolving power})$$

Formelsamling

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$$

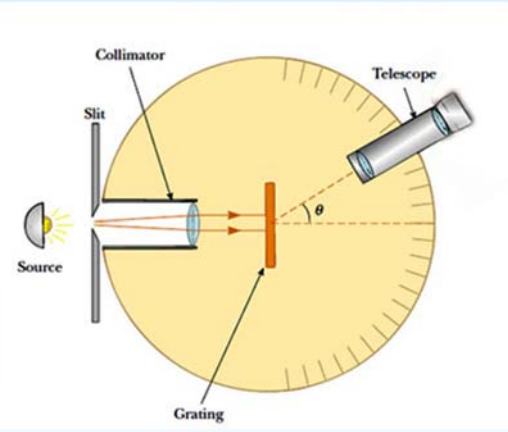
Antal spalter i ett gitter

Ordningen av toppen i diffraktions spectrat

R är högre för många spalter och högre ordningar !



Diffraction Spektrometar



<https://www.youtube.com/watch?v=b85paV77dS8>

Gitter: 1000 spalter per mm Första maximum vid 24° Vad är λ ?

$$d \sin \theta = m \lambda$$

med $d = 1 \text{ mm} / 1000 \text{ slits} = 10^{-6} \text{ m}$
 $\theta = 24^\circ$

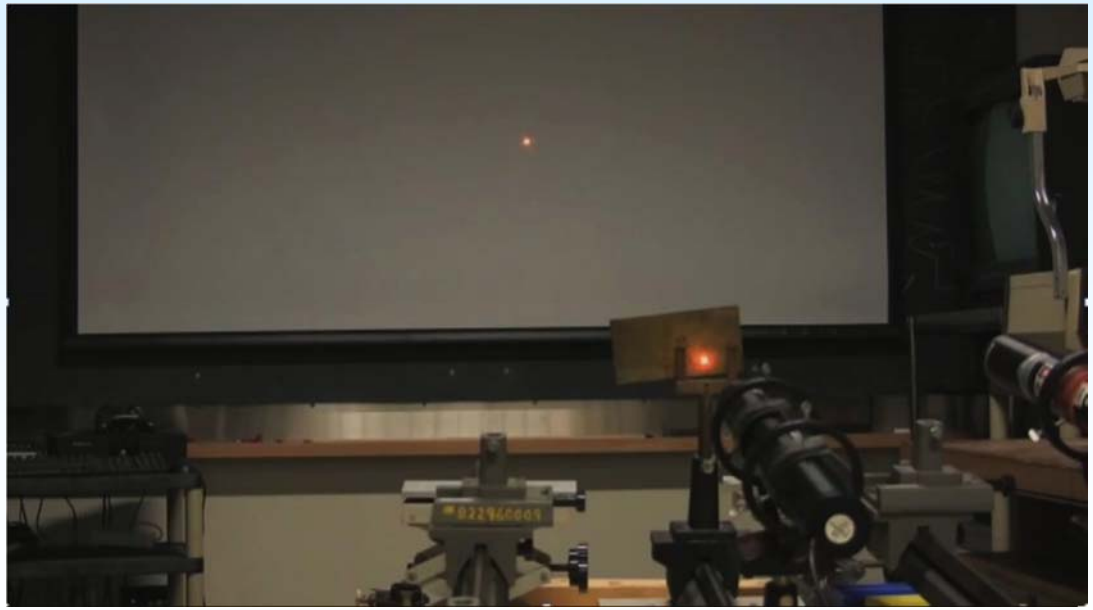
$$\lambda = d \sin(\theta) = 10^{-6} \sin(24^\circ) = 0.407 \times 10^{-6} = 407 \text{ nm}$$



Diffraction Hål diffraction



Hål diffraction



<https://www.youtube.com/watch?v=9D8cPrEAGyc>

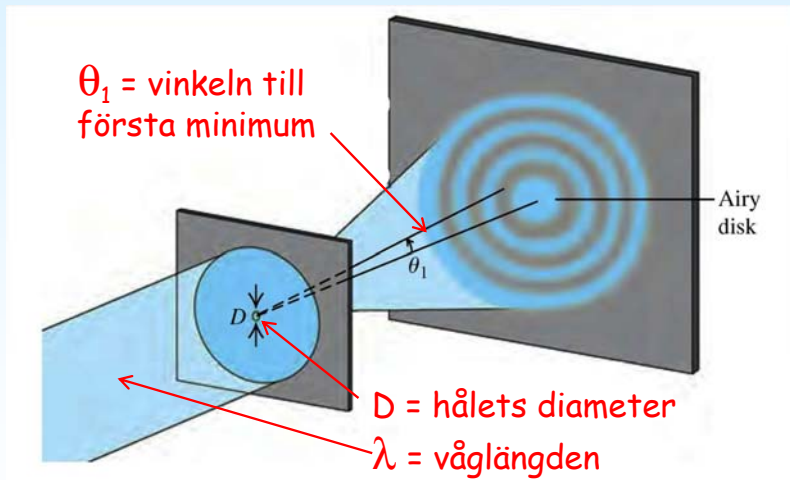
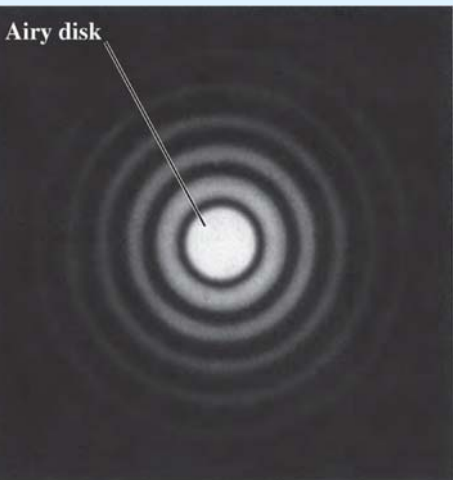


Diffraction

Hål diffraction



Diffraction begränsar vinkelupplösningen av optiska instrument.



Vinkeln till första minimum: $\sin \theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ (diffraction by a circular aperture)



Diffraction

Hål diffraction

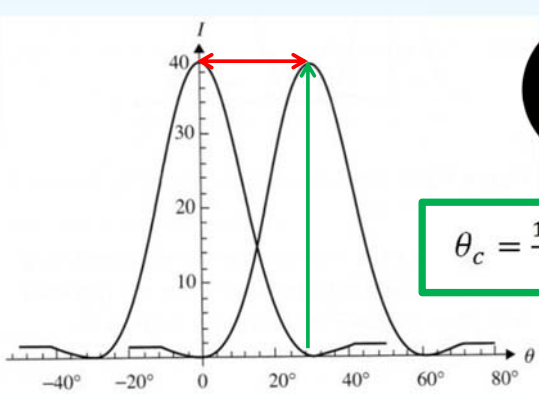


Rayleigh kriterium:

Två punktojekt kan upplösas av ett optiskt system om deras vinkel separation är större än θ_1

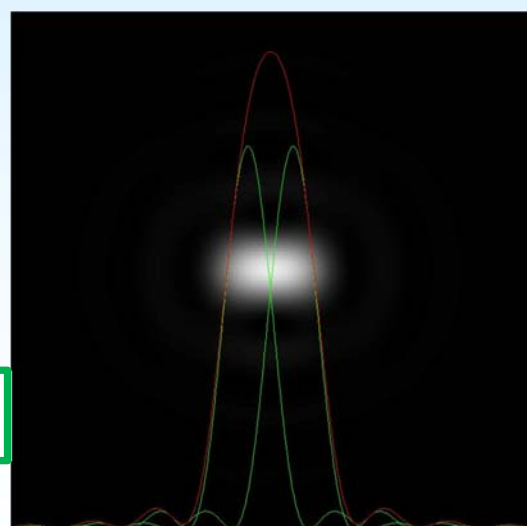
$$\sin \theta_1 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Gränsen för upplösningen av två föremål är när centrum av ett diffraktionsmönster är i det första minimum av det andra mönstret.



$$\theta_c = \frac{1.22 \cdot \lambda}{d} \text{ (runt hål)}$$

Formelsamling





En bred spalt:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

$$\tan(\theta) = y / x \approx \sin(\theta)$$

Två breda spalter:

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

där

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$\beta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

Många spalter:

Vägskillnaden för huvudmaximum: $\delta = d \sin(\theta) = m\lambda$

Kromatisk upplösningsförmåga:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$$

Hål diffraktion:

Upplösningsförmågan:

$$\theta_c = \frac{1.22 \cdot \lambda}{d} \quad (\text{runt hål})$$



The End