

## Kapitel 34 - Optik

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

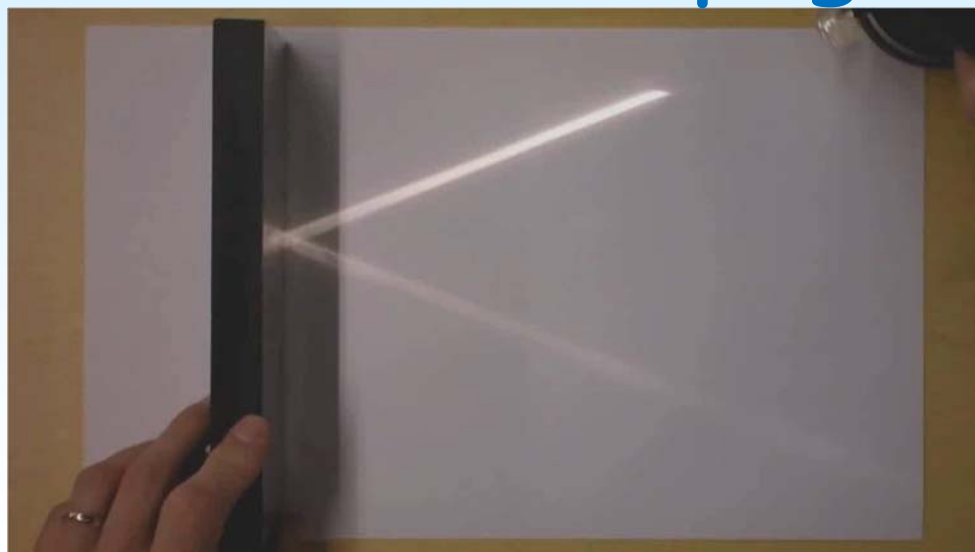
1



## Geometrisk optik Speglar



# Del 1. Platta speglar



<https://www.youtube.com/watch?v=uQE659ICjqQ>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

2

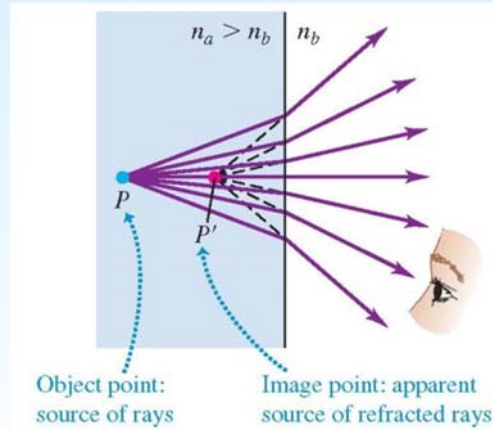
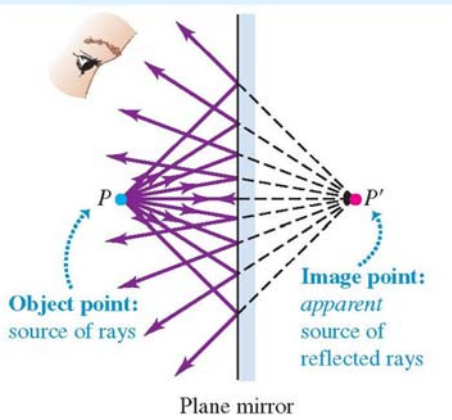


# Geometrisk optik

## Speglar



### Virtuella bilder: utgående strålar divergerar



### Reella Bilder: utgående strålar konvergerar till en bild som kan visas på en skärm



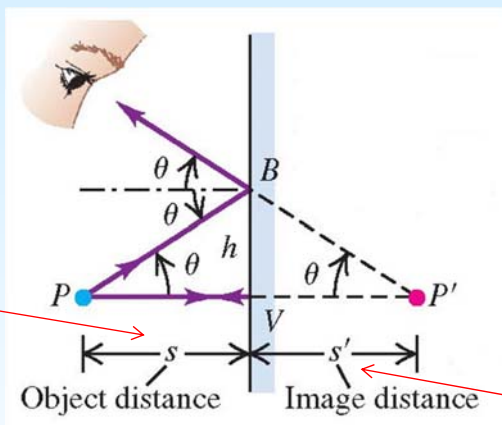
# Geometrisk optik

## Speglar



• Punkt objekt

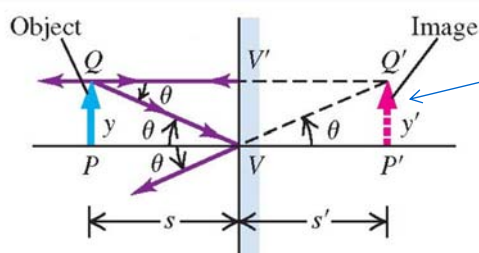
positiv



negativ

**Tecken regler:**  
 Objekt avstånd ( $s$ ) - positiv om samma sida som inkommande ljus.  
 Bild avstånd ( $s'$ ) - positiv om samma sida som utgående ljus.

↑  
 Utsträckt objekt



Virtuell bild

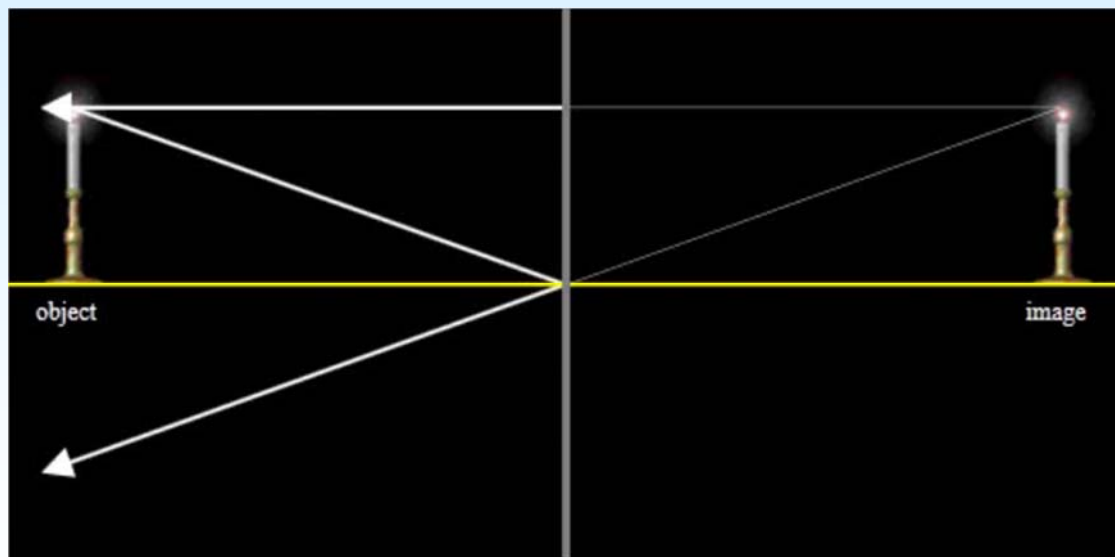
$$m = \frac{y'}{y} \quad (\text{lateral magnification})$$



# Geometrisk optik Speglar



## Platt spegel



<http://www.opensourcephysics.org/osp/EJSS/3650/21.htm>



# Geometrisk optik Speglar



## Del 2. Konkava speglar





# Geometrisk optik

## Speglar



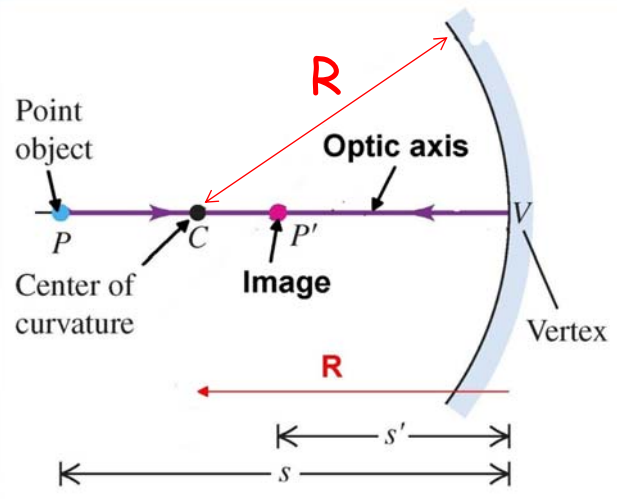
### Sfärisk spegel

Ett punktobjekt på en optisk axel kommer att ha bilden på den optiska axeln.

$s$  = avstånd spegel - objekt

$s'$  = avstånd spegel - bild

$R$  = spegelns krökningsradie



Tecken regel:

Krökningsradie ( $R$ ) - positiv om centrum ligger på samma sida som utgående ljus.



# Geometrisk optik

## Speglar



Givet

En konkav spegel med krökningsradien  $R$  som har ett objekt på avståndet  $s$

Mål

Härled en formel så att man kan räkna ut var bilden hamnar dvs  $s'$

Hur

Reflektionslagen + Trigonometri





# Geometrisk optik Speglar



## Steg 1

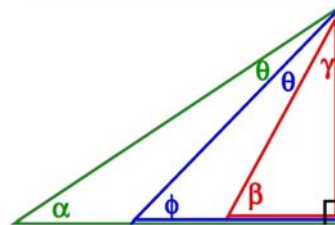
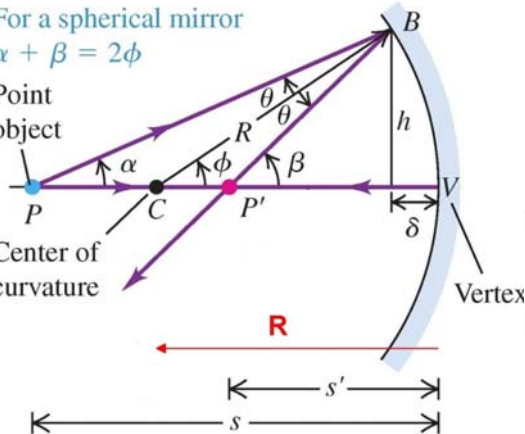
## Trigonometri

Summan av vinklarna i en triangel är 180 grader  
 ➔ förhållande mellan  $\alpha$ ,  $\beta$  och  $\phi$

For a spherical mirror  
 $\alpha + \beta = 2\phi$

Point  
 object

Center of  
 curvature



$$\begin{aligned} \beta + \gamma + 90^\circ &= 180^\circ \\ \gamma &= 90^\circ - \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi + \gamma + \theta + 90^\circ &= 180^\circ \\ \phi + 90^\circ - \beta + \theta + 90^\circ &= 180^\circ \\ \theta &= \beta - \phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \gamma + 2\theta + 90^\circ &= 180^\circ \\ \alpha + 90^\circ - \beta + 2(\beta - \phi) + 90^\circ &= 180^\circ \\ \alpha + \beta - 2\phi &= 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{\alpha + \beta = 2\phi}$$



# Geometrisk optik Speglar



## Steg 2

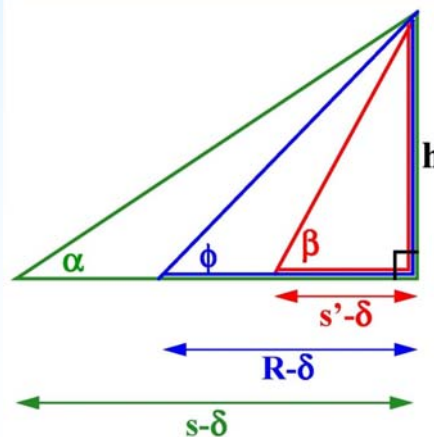
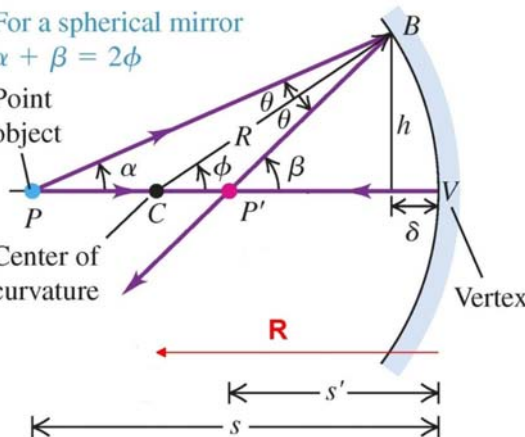
## Trigonometri

Använd tangens på trianglarna  
 ➔ förhållande mellan  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\phi$  och  $S$ ,  $R$ ,  $S'$

For a spherical mirror  
 $\alpha + \beta = 2\phi$

Point  
 object

Center of  
 curvature



$$\begin{aligned} \tan(\alpha) &= \frac{h}{s-\delta} \\ \tan(\phi) &= \frac{h}{R-\delta} \\ \tan(\beta) &= \frac{h}{s'-\delta} \end{aligned}$$



# Geometrisk optik Speglar



## Steg 3 Approximera och kombinera steg 1 och 2

$$\tan \alpha = \frac{h}{s - \delta} \quad \tan \beta = \frac{h}{s' - \delta} \quad \tan \phi = \frac{h}{R - \delta}$$

For a spherical mirror  
 $\alpha + \beta = 2\phi$

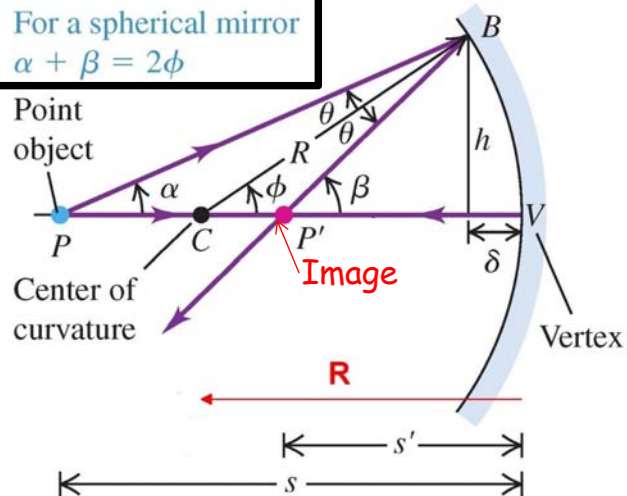
Om vinklarna och  $\delta$  är små så gäller

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s'} \quad \phi = \frac{h}{R}$$

$$\alpha + \beta = 2\phi$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

(object-image relationship, spherical mirror)



# Geometrisk optik Speglar



Hur bra är approximationen för små vinklar ?

$$\sin(\theta) = \theta$$

$$\tan(\theta) = \theta$$

$$\sin(1^\circ) = \sin(0.0175 \text{ rad}) = 0.0175$$

$$\tan(1^\circ) = \tan(0.0175 \text{ rad}) = 0.0175$$

$$\sin(5^\circ) = \sin(0.0873 \text{ rad}) = 0.0872$$

$$\tan(5^\circ) = \tan(0.0873 \text{ rad}) = 0.0875$$

$$\sin(10^\circ) = \sin(0.175 \text{ rad}) = 0.174$$

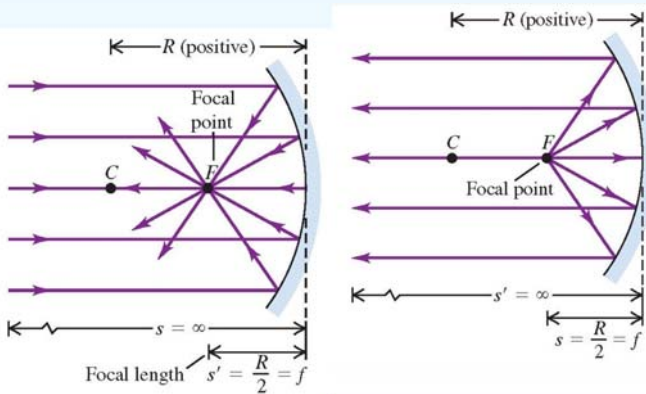
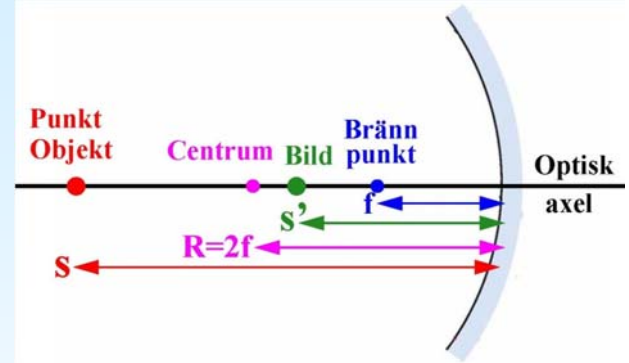
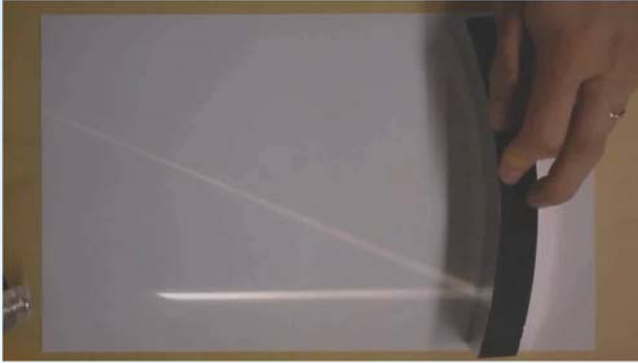
$$\tan(10^\circ) = \tan(0.175 \text{ rad}) = 0.176$$

$$\sin(20^\circ) = \sin(0.349 \text{ rad}) = 0.342$$

$$\tan(20^\circ) = \tan(0.349 \text{ rad}) = 0.364$$



# Geometrisk optik Speglar



$$f = \frac{R}{2} \quad \text{Brännpunkts avstånd}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$



# Geometrisk optik Speglar



**Givet**

En sfärisk spegel med krökningsradien **R** som har ett objekt på avståndet **s** och en bild på avståndet **s'**

**Mål**

Härled en formel så att man kan räkna ut förstoringen **m**

**Hur**

Reflektionslagen + Trigonometri



# Geometrisk optik

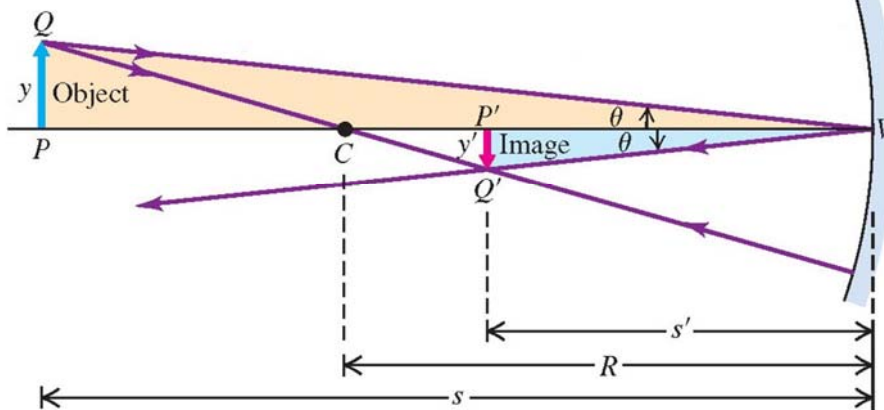
## Speglar



### Sfäriska speglar - Förstoring

Definition av förstoring

$$m = \frac{y'}{y}$$



$$\tan(\theta) = y/s$$

$$\tan(\theta) = -y'/s'$$



$$\frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'}$$



$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Bildens riktning inverterad



# Geometrisk optik

## Speglar



### Sammanfattning sfäriska speglar

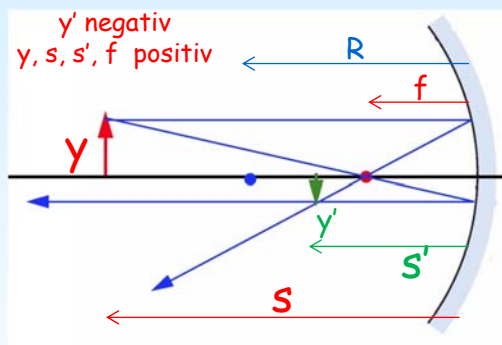
Tecken regler:

**Positivt objekt avstånd (s) =**  
om objekt och inkommande ljus på samma sida.

**Positivt bild avstånd (s') =**  
om bild och utgående ljus på samma sida.

**Positiv krökningradie (R) =**  
om center på samma sida som utgående ljus.

**Positiv förstoring (m) =**  
om samma riktningen av objekt och bild.



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$





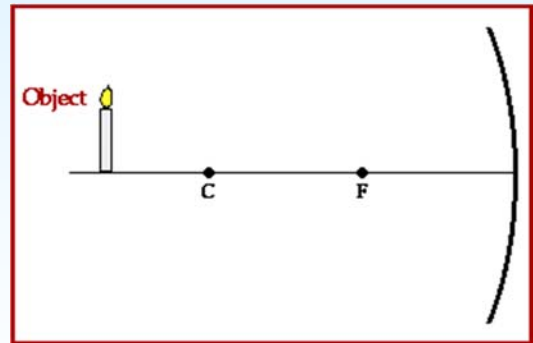
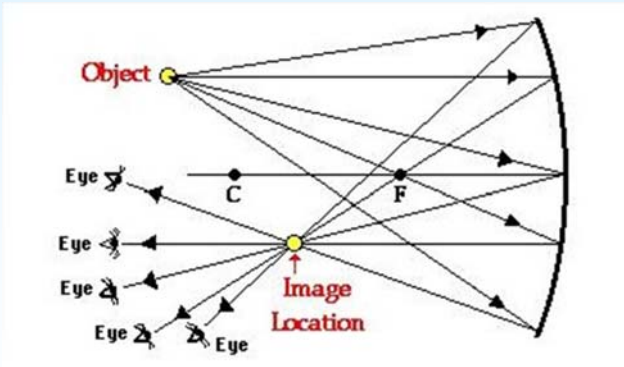
# Geometrisk optik

## Speglar



Ett oändligt antal strålar kan dras från ett objekt till sin bild.

Men endast två strålar behövs för att bestämma läget för bilden.



# Geometrisk optik

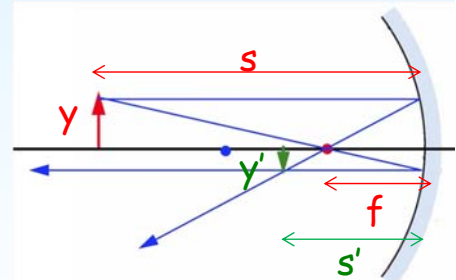
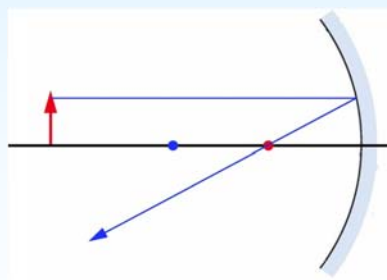
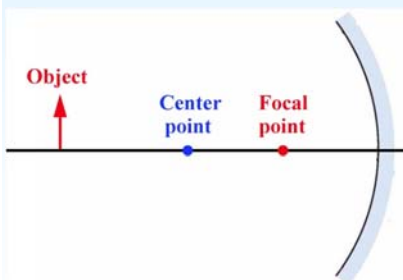
## Speglar



### Hur man hittar bilden i en konkav spegel

Botten av objektet är på den optiska axeln och så botten av bilden kommer också att vara på den optiska axeln.

Den övre delen av bilden kan hittas med vilka två strålar som helst. Använd till exempel två strålar som går genom brännpunkten .



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

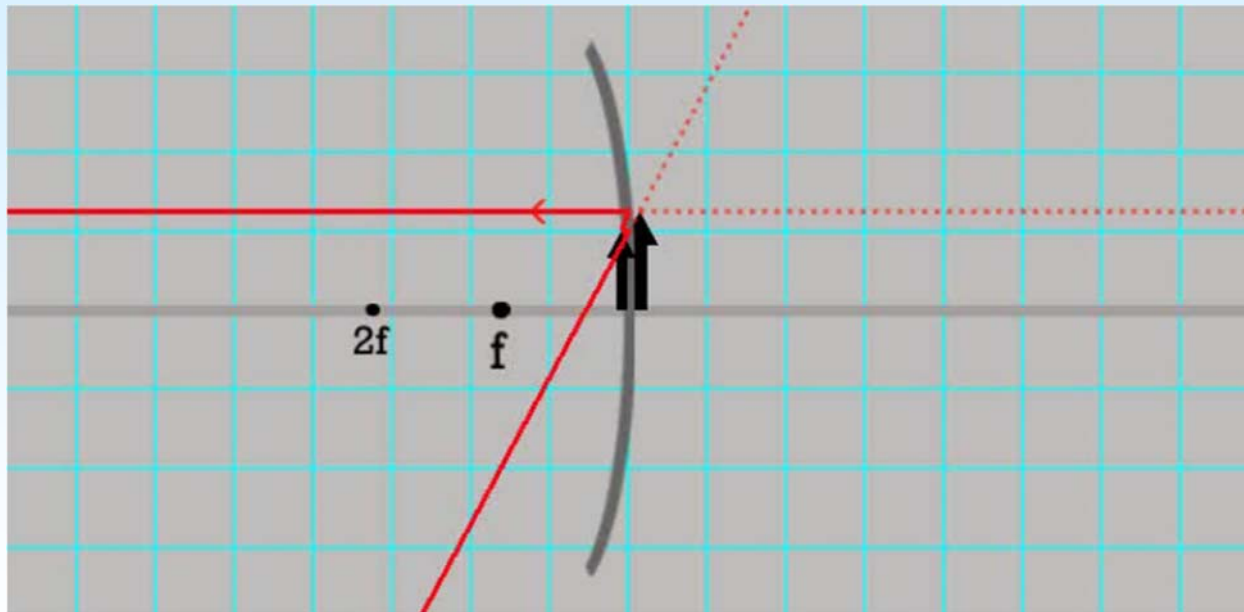
$$f = \frac{R}{2}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



# Geometrisk optik

## Speglar



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>



# Geometrisk optik

## Speglar



<https://www.youtube.com/watch?v=7zv-4Zh-9R4>



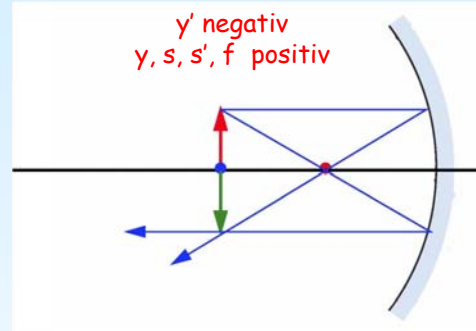
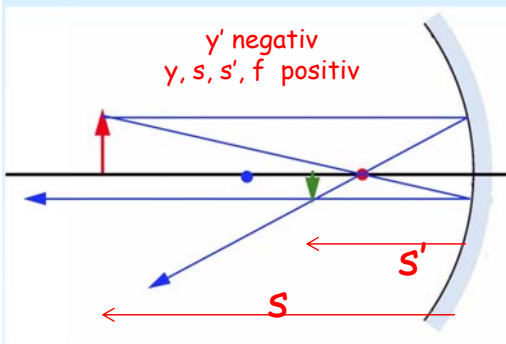
# Geometrisk optik Speglar



## Konkava speglar kan ge reella bilder

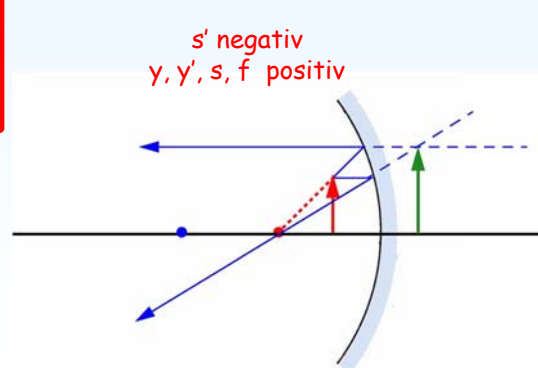
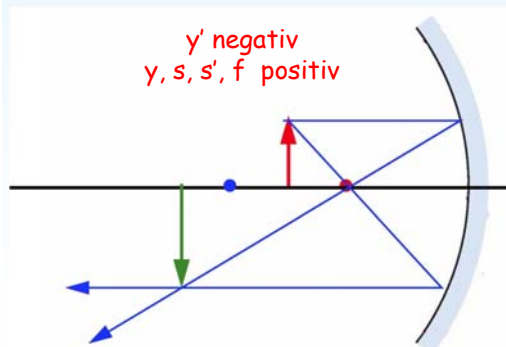


# Geometrisk optik Speglar



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$





# Geometrisk optik Problem



## Del 3. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

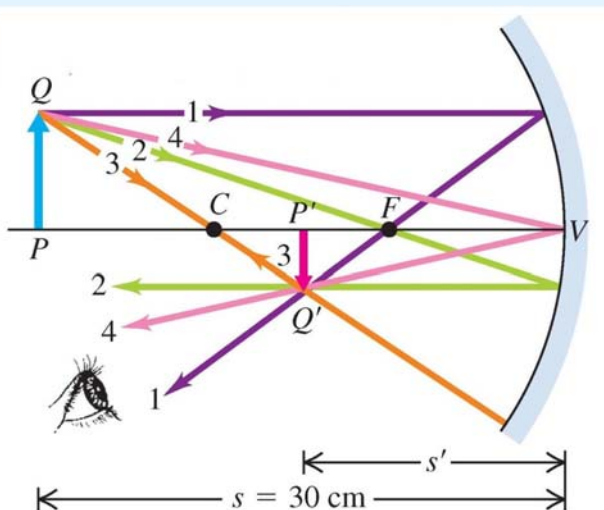


# Geometrisk optik Problem



En konkav spegel har  $R = 20$  cm.  
Ett föremål placeras 30 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

$f = R/2 = 10$  cm och  $s = 30$  cm

$$\frac{1}{30 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad s' = 15 \text{ cm}$$

$$m = -\frac{15 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = -\frac{1}{2}$$

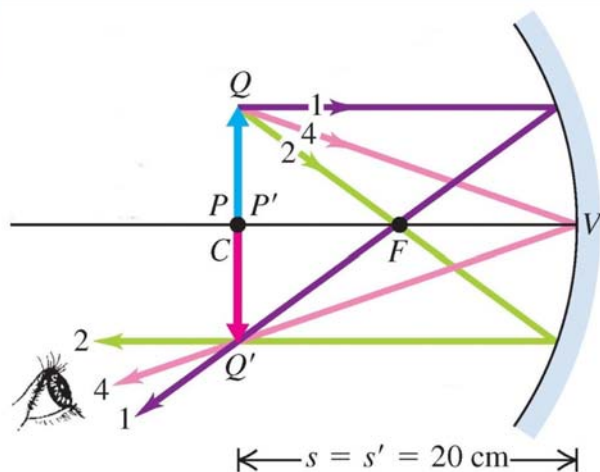


# Geometrisk optik Problem



En konkav spegel har  $R = 20$  cm.  
Ett föremål placeras 20 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

$f = R/2 = 10$  cm och  $s = 20$  cm

$$\frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad s' = 20 \text{ cm}$$

$$m = -\frac{20 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = -1$$

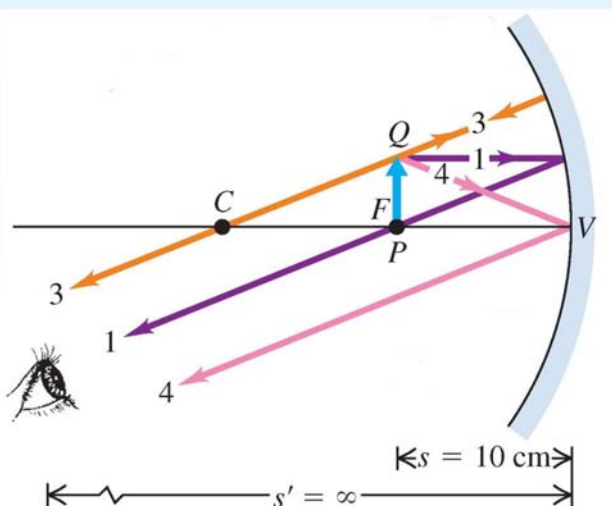


# Geometrisk optik Problem



En konkav spegel har  $R = 20$  cm.  
Ett föremål placeras 10 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

$f = R/2 = 10$  cm och  $s = 10$  cm

$$\frac{1}{10 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad s' = \infty \text{ (or } -\infty)$$

$$m = -\frac{\infty \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = -\infty \text{ (or } +\infty)$$



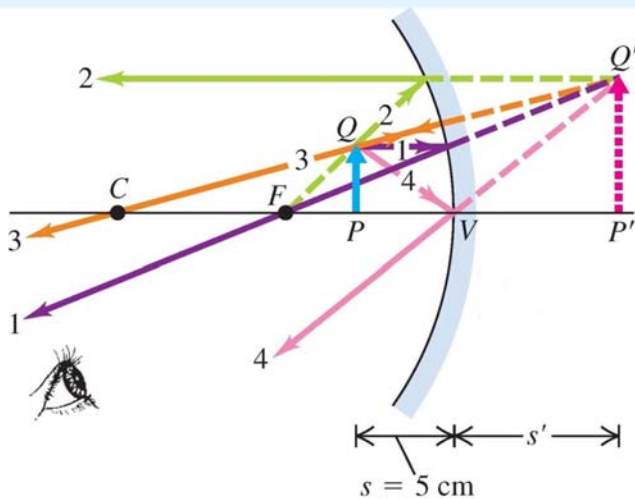


# Geometrisk optik Problem



En konkav spegel har  $R = 20$  cm.  
Ett föremål placeras 5 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Alltid positiv för en  
konkav spegel

$$f = R/2 = 10 \text{ cm} \text{ och } s = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{5 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad s' = -10 \text{ cm}$$

$$m = -\frac{-10 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = +2$$

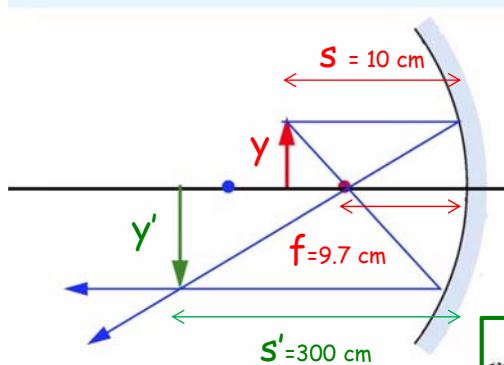


# Geometrisk optik Problem



Ett 5 mm stort föremål placeras 10.0 cm framför en konkav spegel och ger en bild på en vägg 3.00 meter bort.

Vad är spegelns radie och brytpunktsavstånd ?  
Vad är förstoringen och storleken av bilden ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{10.0 \text{ cm}} + \frac{1}{300 \text{ cm}} = \frac{2}{R}$$

$$R = 2 \left( \frac{1}{10.0 \text{ cm}} + \frac{1}{300 \text{ cm}} \right)^{-1} = 19.4 \text{ cm}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

$$f = R/2 = 9.7 \text{ cm}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{300 \text{ cm}}{10.0 \text{ cm}} = -30.0$$

Höjden av bilden är  $30 \times 5 \text{ mm} = 150 \text{ mm}$



## Del 4. Konvexa speglar



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

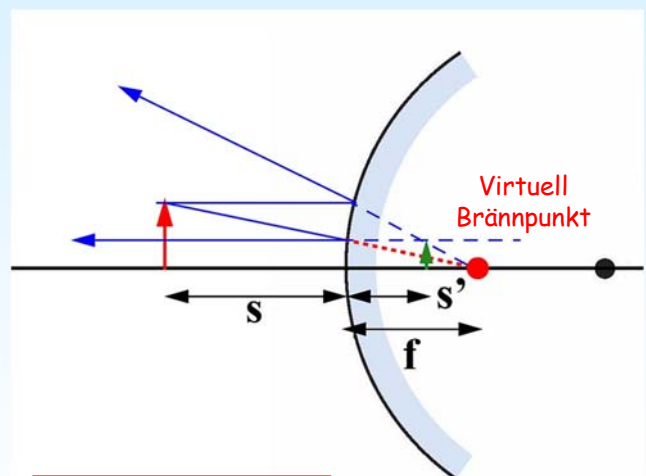
29



## Konvexa speglar



[https://www.youtube.com/watch?v=J6LQM6re\\_1s](https://www.youtube.com/watch?v=J6LQM6re_1s)



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

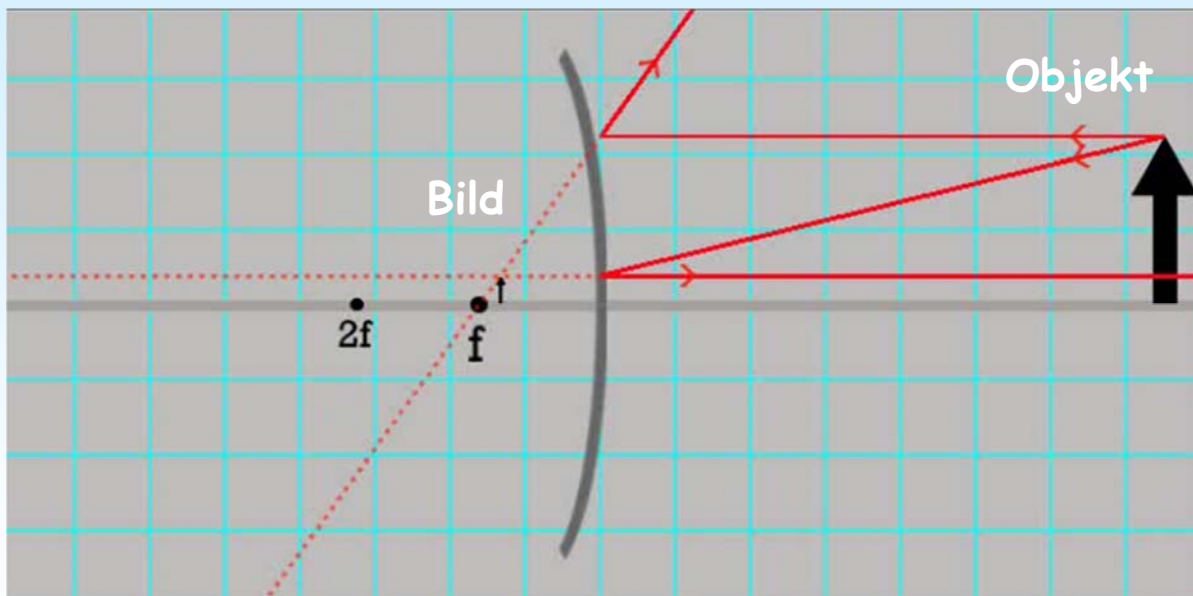
**$s', f$  negativ  
 $y, y', s$  positiv**

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

30



# Geometrisk optik Speglar



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>



# Geometrisk optik Problem



## Del 5. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

0



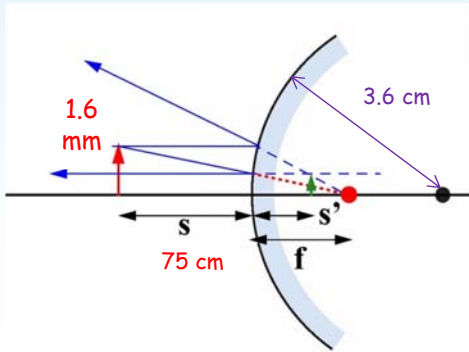
# Geometrisk optik Problem



Jultomten som är 1.60 m hög, speglar sig i en julgranskula som har diametern 7.20 cm på ett avstånd av 0.750 m. En 1.6 mm stor mygga sitter på hans näsa.



Var hamnar bilden av myggan och hur stor är den ?



$$f = \frac{R}{2} = 7.2 / 2 / 2 = -1.80 \text{ cm}$$

$f$  är negativ för en konvex spegel

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-1.80 \text{ cm}} - \frac{1}{75.0 \text{ cm}}$$

$$s' = -1.76 \text{ cm}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = \frac{-1.76 \text{ cm}}{75.0 \text{ cm}} = 0.0234$$

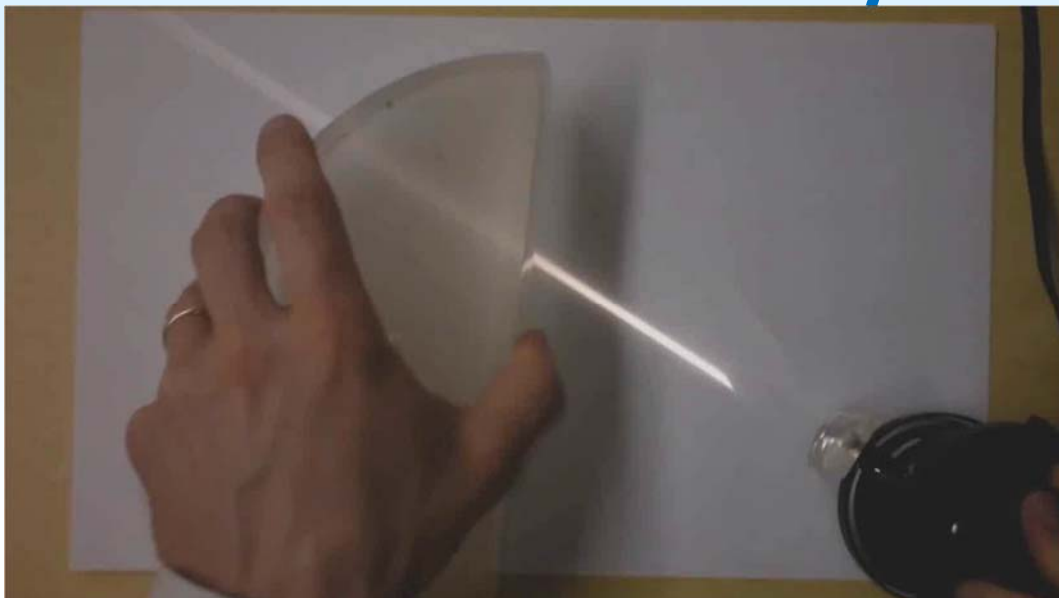
$$y' = my = 0.0234 \times 1.6 \text{ mm} = 3.8 \times 10^{-2} \text{ mm}$$



# Geometrisk optik Sfäriska ytor



## Del 6. Sfäriska ytor



<https://www.youtube.com/watch?v=uQE659ICjqQ>



# Geometrisk optik Problem



Givet

En sfärisk yta med krökningsradien  $R$  som har ett objekt på avståndet  $s$

Mål

Härled en formel så att man kan räkna ut var bilden hamnar dvs  $s'$

Hur

Brytningslagen + Trigonometri



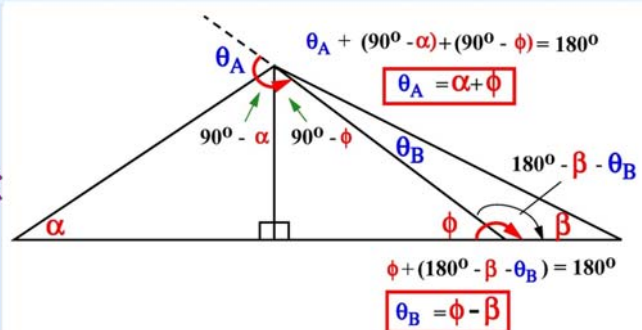
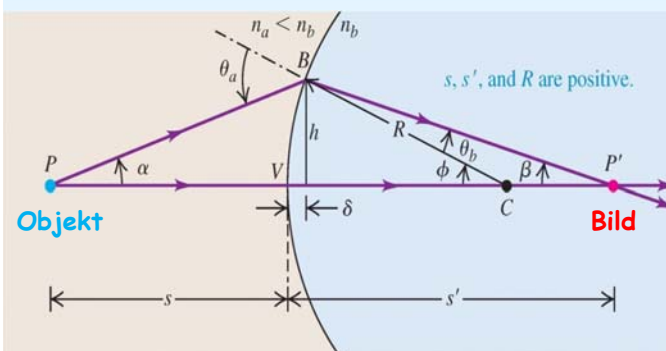
# Geometrisk optik Sfäriska ytor



Steg 1

Trigonometri

Summan av vinklarna över en rak linje är 180 grader  
 ➔ förhållande mellan  $\theta$  och  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\phi$



$$\theta_A = \alpha + \phi$$

$$\theta_B = \phi - \beta$$





# Geometrisk optik

## Sfäriska ytor

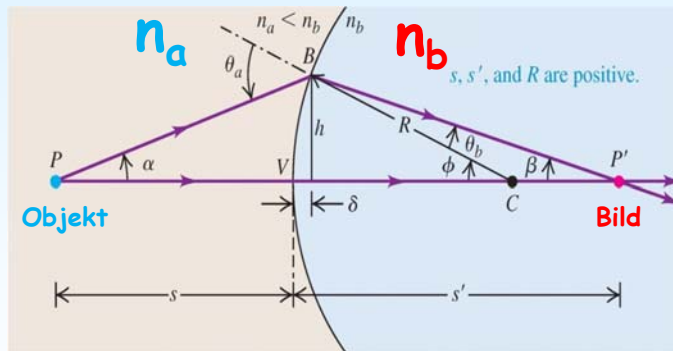


### Steg 2

### Brytninglagen

➔ förhållande mellan  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\phi$  och  $n_a$ ,  $n_b$

Brytninglagen  
 $n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$   
 Om små vinklar:  
 $n_a \theta_a = n_b \theta_b$



$$\theta_A = \alpha + \phi$$

$$\theta_B = \phi - \beta$$

$$n_a \alpha + n_b \beta = (n_b - n_a) \phi$$



# Geometrisk optik

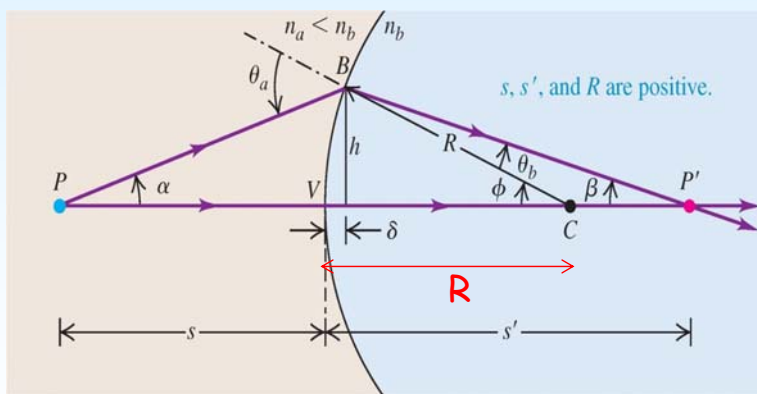
## Sfäriska ytor



### Steg 3

### Trigonometri

Använd tangens på trianglarna  
 ➔ förhållande mellan  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\phi$  och  $S$ ,  $R$ ,  $S'$



Om vinklarna och  $\delta$  är små gäller:

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s'} \quad \phi = \frac{h}{R}$$

$$\tan \alpha = \frac{h}{s + \delta} \quad \tan \beta = \frac{h}{s' - \delta} \quad \tan \phi = \frac{h}{R - \delta}$$



# Geometrisk optik

## Sfäriska ytor



### Steg 4 Kombinera steg 2 och 3

Steg 3:  $\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s'} \quad \phi = \frac{h}{R}$

Steg 2:  $n_a \alpha + n_b \beta = (n_b - n_a) \phi$

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$



# Geometrisk optik

## Sfäriska ytor



### Givet

En sfärisk yta med krökningsradien  $R$  som har ett objekt på avståndet  $S$  och en bild på avståndet  $S'$

### Mål

Härled en formel så att man kan räkna ut förstoringen  $m$

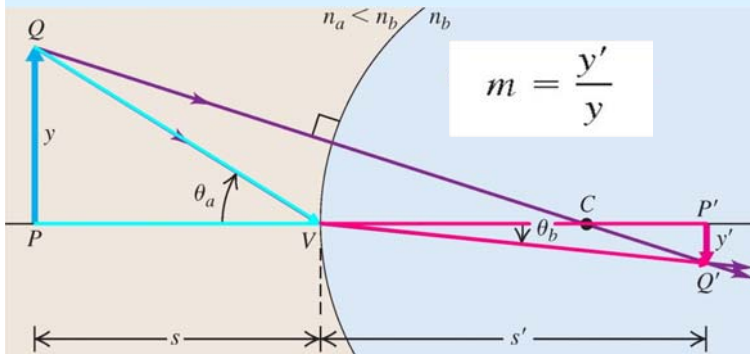
### Hur

Brytningslagen + Trigonometri



# Geometrisk optik

## Sfäriska ytor



**Steg 1 - Geometri**  
 Bild riktning inverterad

$$\tan \theta_a = \frac{y}{s} \quad \tan \theta_b = \frac{-y'}{s'}$$

Om vinklarna är små:

$$\theta_a = y/s \quad \theta_b = -y'/s'$$

**Steg 2 - Brytningslagen**

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

Om vinklarna är små:

$$n_a \theta_a = n_b \theta_b$$

Kombinera steg 1 och 2

$$\frac{n_a y}{s} = -\frac{n_b y'}{s'}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$



# Geometrisk optik

## Sfäriska ytor



### Sammanfattning - Sfäriska ytor

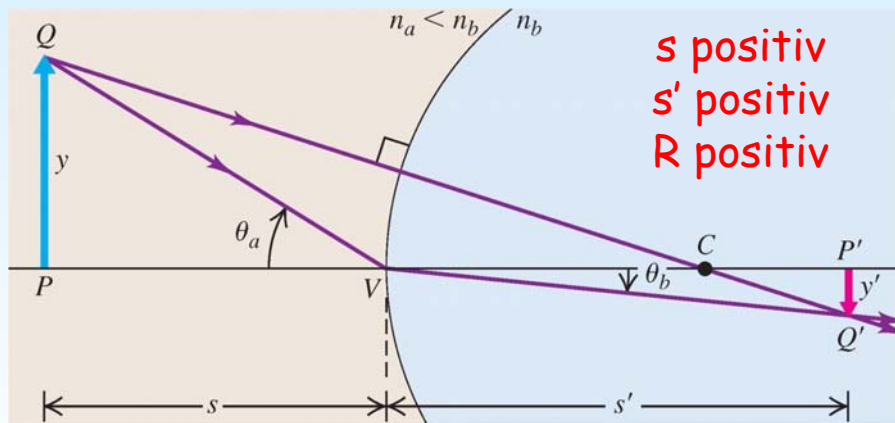
Tecken regler:

Positivt objekt avstånd (s)  
 objekt och inkommande ljus på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')  
 bild och utgående ljus på samma sida.

Positiv krökningradie (R)  
 center på samma sida som utgående ljus.

Positiv förstoring (m)  
 samma riktningen av objekt och bild.



s positiv  
 s' positiv  
 R positiv

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$



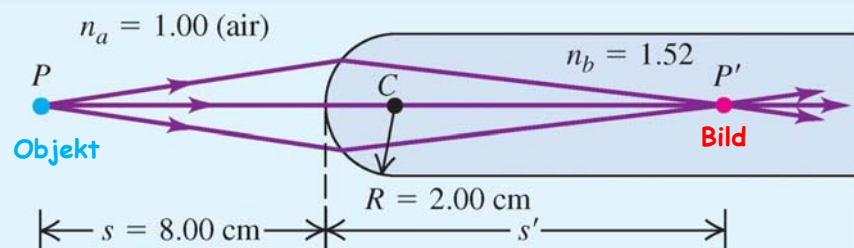
## Del 7. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$



Var hamnar bilden och vad blir förstoringen?



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

Bildens avstånd

$$\frac{1.00}{8.00 \text{ cm}} + \frac{1.52}{s'} = \frac{1.52 - 1.00}{+2.00 \text{ cm}}$$

$$s' = +11.3 \text{ cm}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$

Förstoringen

$$m = -\frac{n_a s'}{n_b s} = -\frac{(1.00)(11.3 \text{ cm})}{(1.52)(8.00 \text{ cm})} = -0.929$$



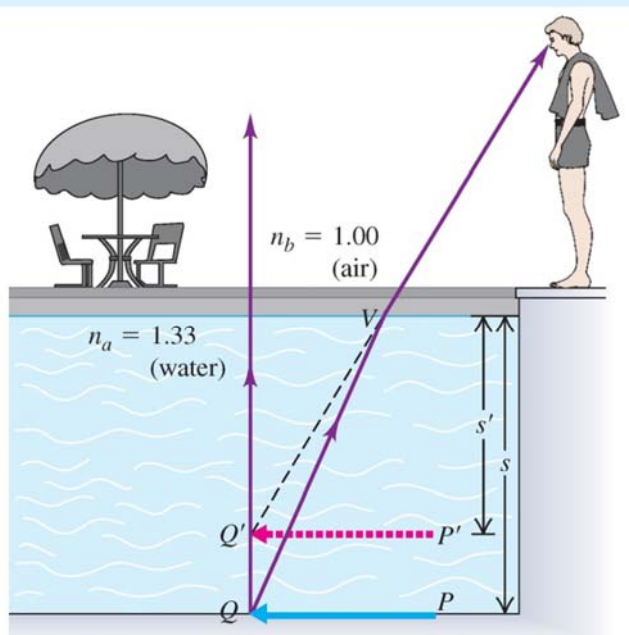
## Del 8. Platta ytor



<https://www.youtube.com/watch?v=7aU8sX8cFNs>

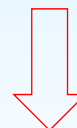


## Special fall: Platt yta



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} = 0$$

$\infty$



$$\begin{aligned} n_a/s &= -n_b/s' \\ -s'/s &= n_b/n_a \end{aligned}$$





# Geometrisk optik Problem



## Del 9. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

0

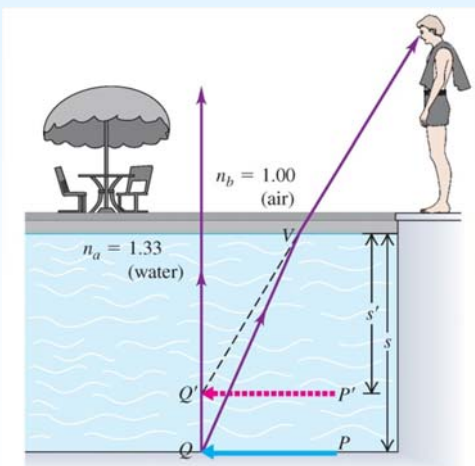


# Geometrisk optik Problem



En simbassäng är 2 m djup. En person tittar rakt ner på botten.

Hur djup verkar polen att vara ?



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{1.33}{2.00 \text{ m}} + \frac{1.00}{s'} = 0$$

$$s' = -1.50 \text{ m}$$



# Geometrisk optik Problem



The water in Flathead Lake is so clear that it appears very shallow. Can you believe it's actually 370 feet deep?



Image Credits: National Geographic

This is a simple illusion, but very cool nonetheless.

$$n_a / s = -n_b / s'$$

$$-s'/s = n_b/n_a = 1.00/1.33 = 0.75$$

Det vill säga brytningen av ljuset får sjön att se en faktor 0.75 grundare ut.

$$0.75 \times 370 \text{ feet} = 278 \text{ feet} = 85 \text{ m}$$

Sjön ska enligt artikeln se ut som om den är 85 m djup.

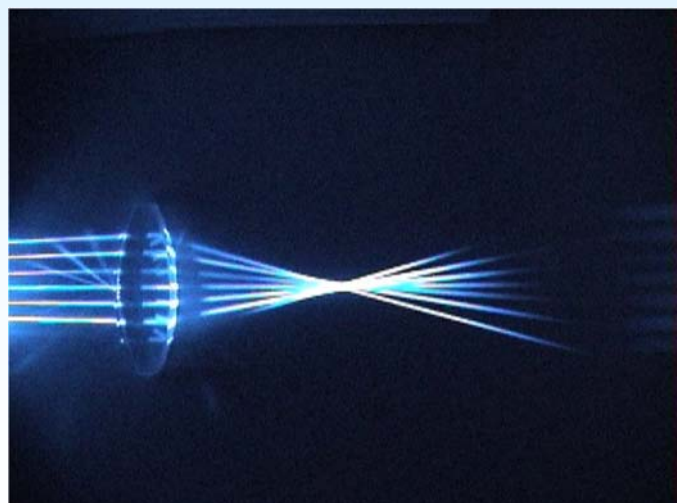
Detta stämmer uppenbarligen inte !  
Sjön är här bara några meter djup.



# Geometrisk optik Linser



## Del 10. Konvexa linser





# Geometrisk optik

## Linser

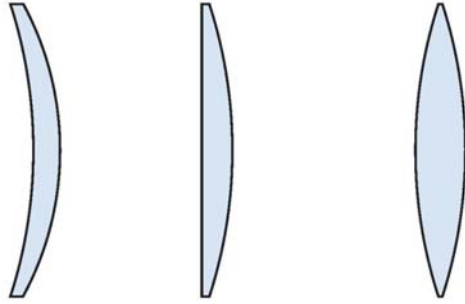


### Olika typer av linser

En lins som är tjockare i mitten än i kanterna är konvergent.

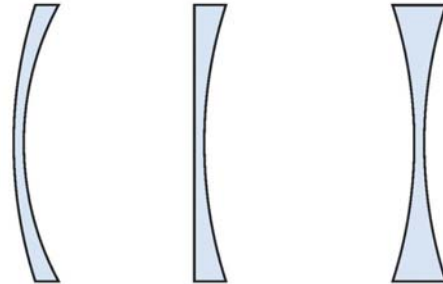
En lins som är tunnare i mitten än i kanterna är divergerande.

#### Converging lenses



Meniscus    Planoconvex    Double convex

#### Diverging lenses

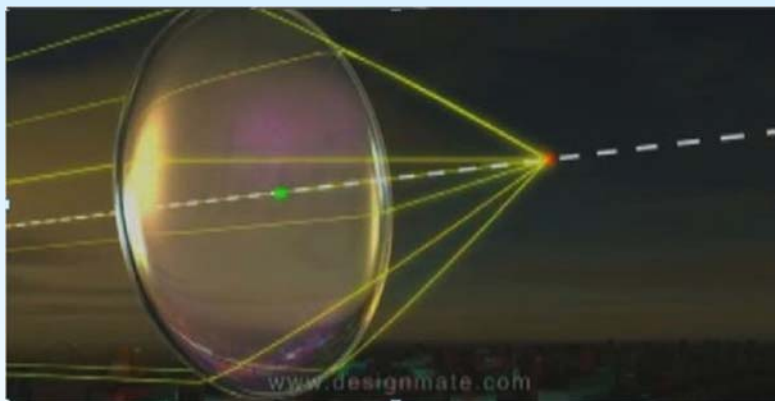


Meniscus    Planoconcave    Double concave

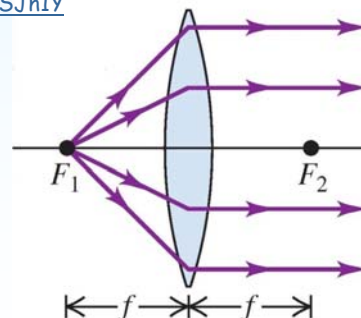
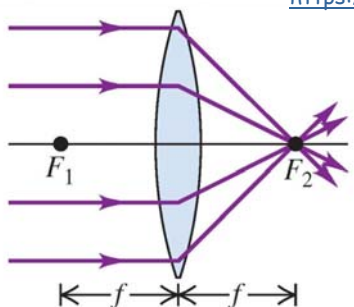


# Geometrisk optik

## Linser



[https://www.youtube.com/watch?v=4zuB\\_dSJn1Y](https://www.youtube.com/watch?v=4zuB_dSJn1Y)



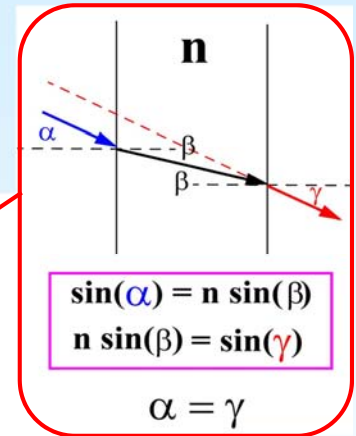
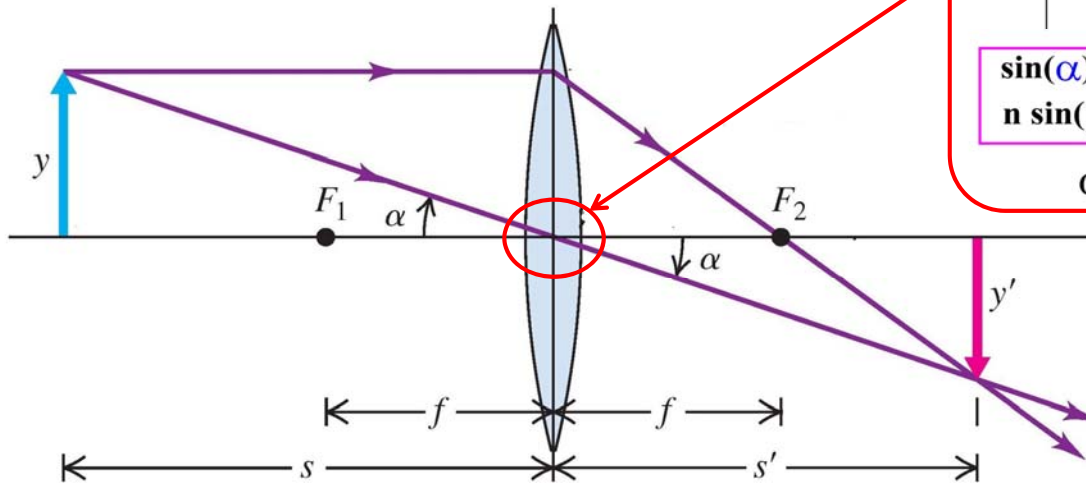


# Geometrisk optik

## Linser



Två användbara strålar



$$\sin(\alpha) = n \sin(\beta)$$

$$n \sin(\beta) = \sin(\gamma)$$

$$\alpha = \gamma$$



# Geometrisk optik

## Linser



**Givet**

En lins med brytpunktsavståndet **f** som har ett objekt på avståndet **s**

**Mål**

1. Härled en formel för förstoringen **m**
2. Härled en formel så att man kan räkna ut var bilden hamnar dvs **s'**

**Hur**

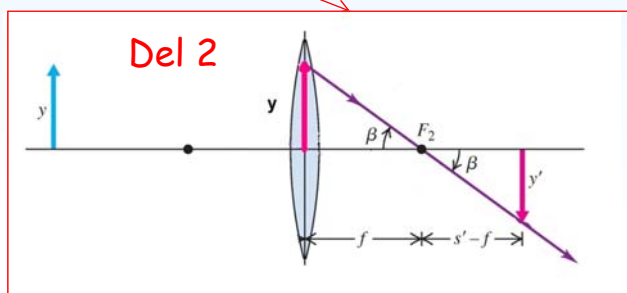
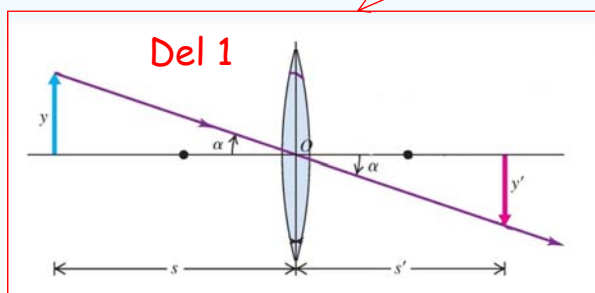
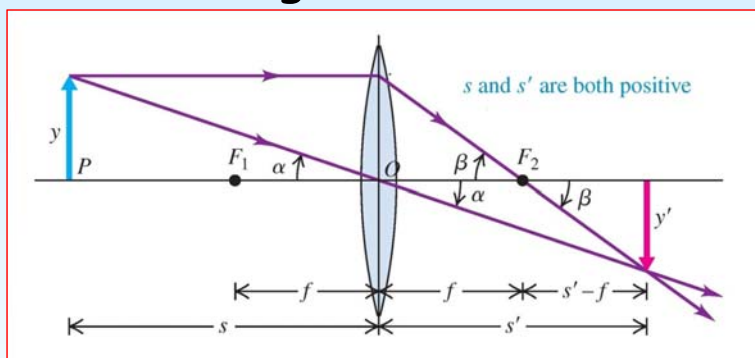
Trigonometri



# Geometrisk optik Linser



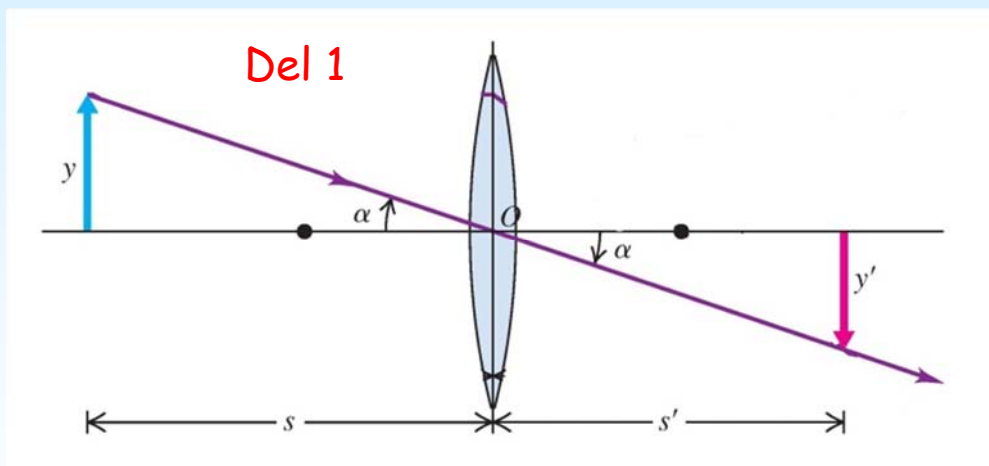
## Härledning av lens formler



# Geometrisk optik Linser



## Förstoringsformeln för linser

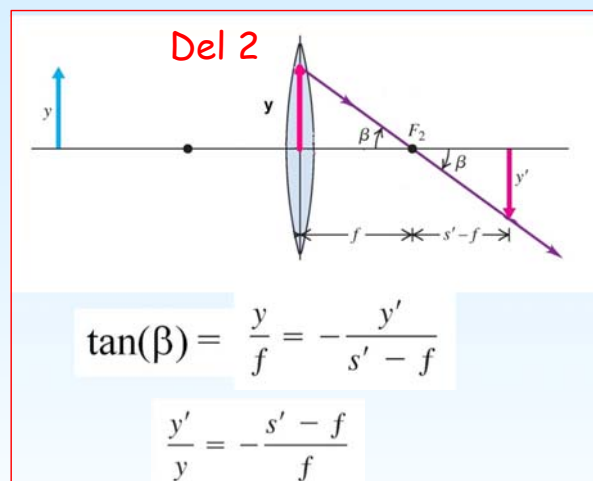
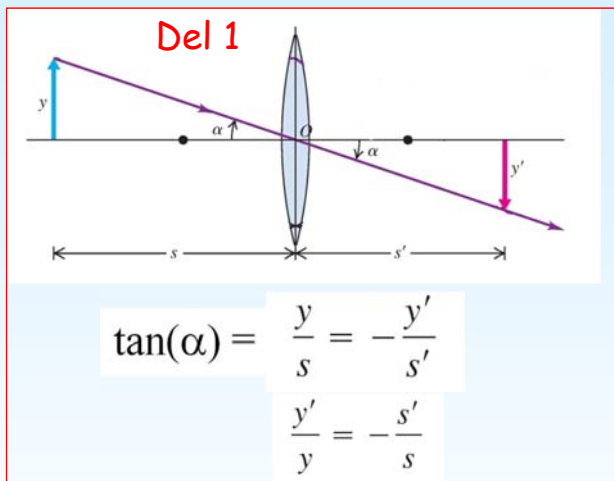


$$\tan(\alpha) = \frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'} \quad \Rightarrow \quad \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$





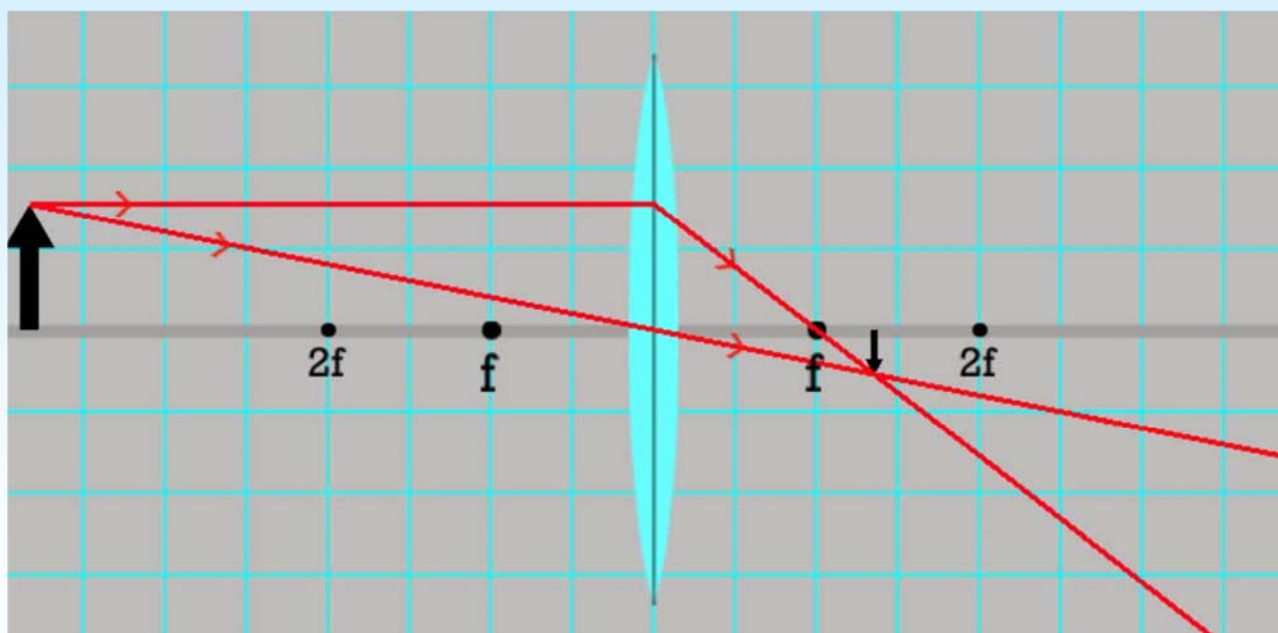
# Geometrisk optik Linser



$$-\frac{s'}{s} = -\frac{s' - f}{f} \Rightarrow \frac{s'}{s} = \frac{s' - f}{f} \Rightarrow \frac{1}{s} = \frac{s' - f}{fs'} = -\frac{1}{f} + \frac{1}{s'} \Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$



# Geometrisk optik Linser

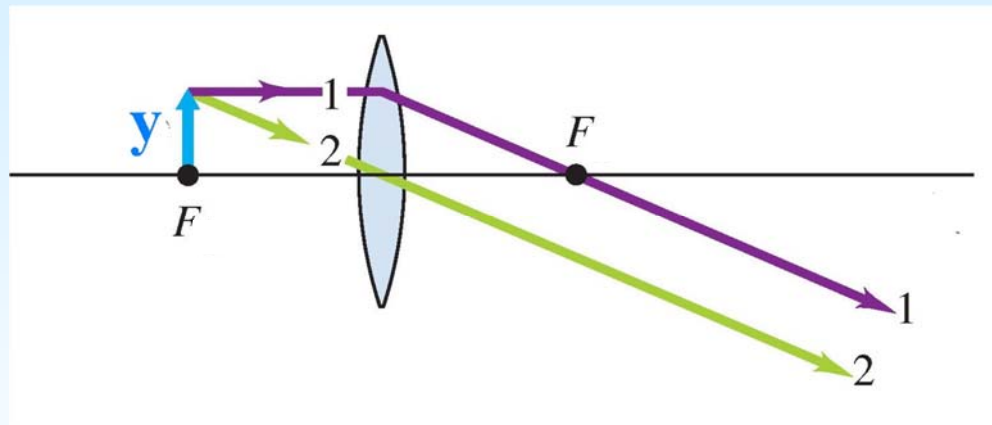


<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>



# Geometrisk optik

## Linser



Ett föremål placerat vid brännpunkten verkar vara oändligt långt borta



# Geometrisk optik

## Linser



### Tecken regler:

**Positivt objekt avstånd ( $s$ )**  
objekt och inkommande ljus på samma sida.

**Positivt bild avstånd ( $s'$ )**  
bild och utgående ljus på samma sida.

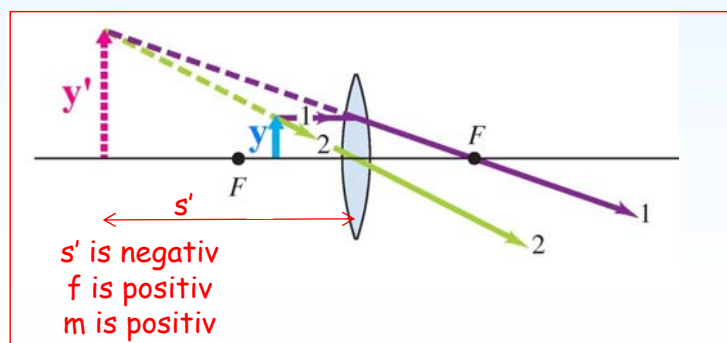
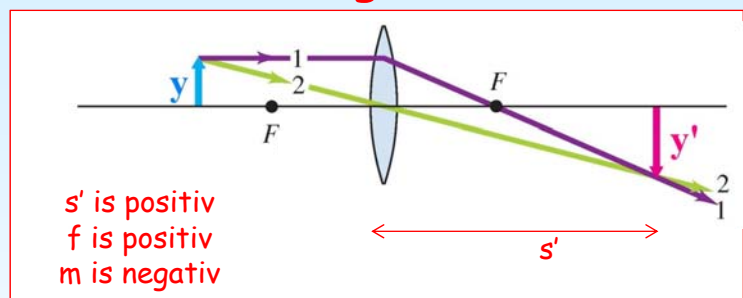
**Positivt brännpunktsavstånd ( $f$ )**  
Konvergerande (konvexa) linser

**Positiv förstoring ( $m$ )**  
samma riktningen av objekt och bild.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

### Sammanfattning konvexa linser





# Geometrisk optik

## Linser



### Gauss formel

### Newtons formel

Formelsamling

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$$f = \frac{s s'}{s + s'}$$

$$s = \frac{s' f}{s' - f}$$

$$s' = \frac{s f}{s - f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$m = -\frac{f}{s - f}$$

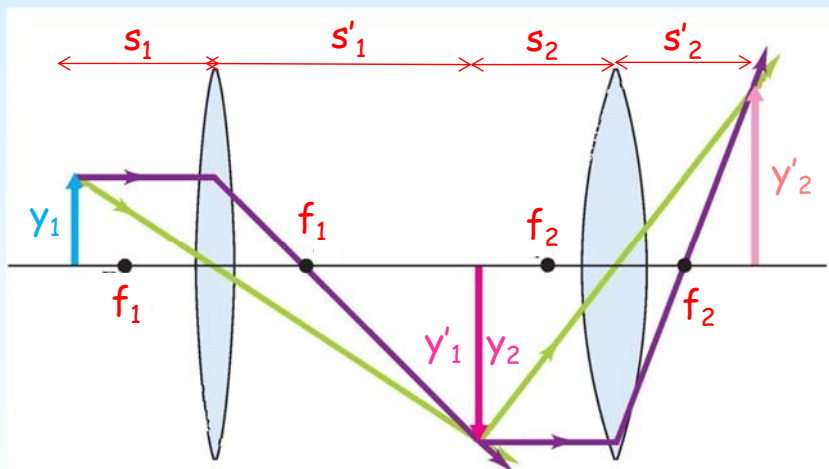


# Geometrisk optik

## Linser



### Kombinera två linser



$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1}$$

$$m_1 = -\frac{s'_1}{s_1}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2}$$

$$m_2 = -\frac{s'_2}{s_2}$$

$$\Rightarrow m = m_1 m_2 = \frac{s'_1 s'_2}{s_1 s_2}$$



# Geometrisk optik Problem



## Del 11. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

0

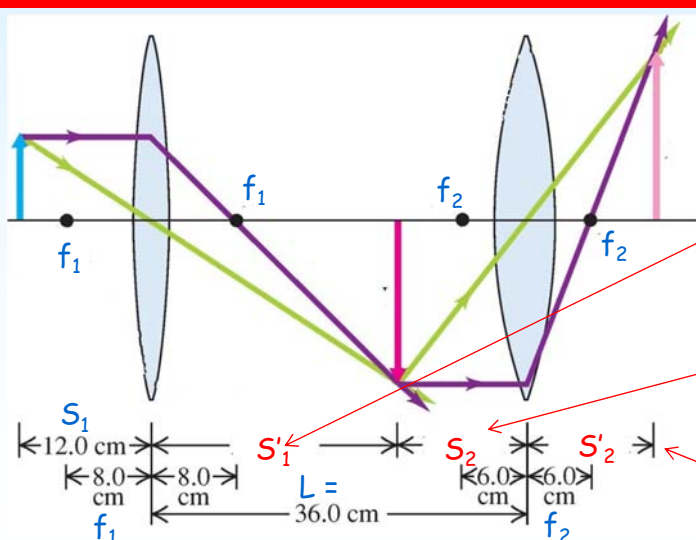


# Geometrisk optik Problem



Två linser med  $f_1 = 8.0$  cm och  $f_2 = 6.0$  cm placeras 36.0 cm ifrån varandra. Ett föremål placeras 12.0 cm framför den första linsen.

Var är läget av bilden ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{12.0 \text{ cm}} + \frac{1}{S'_1} = \frac{1}{8.0 \text{ cm}} \quad S'_1 = +24.0 \text{ cm}$$

$$S_2 = L - S'_1 = 36 - 24 = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{12.0 \text{ cm}} + \frac{1}{S'_2} = \frac{1}{6.0 \text{ cm}} \quad S'_2 = +12.0 \text{ cm}$$

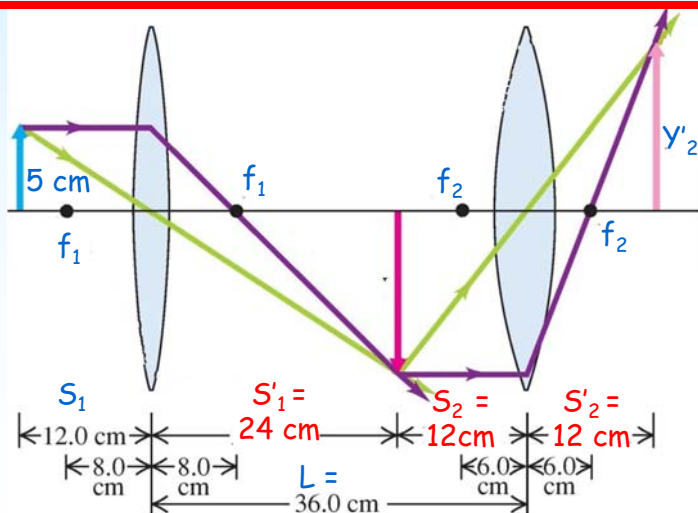


# Geometrisk optik Problem



Två linser med  $f_1 = 8.0$  cm och  $f_2 = 6.0$  cm placeras 36.0 cm i från varandra. Ett föremål som är 5.0 cm högt placeras 12.0 cm framför den första linsen.

Vad är storlekheten  $Y'_2$  av bilden ?



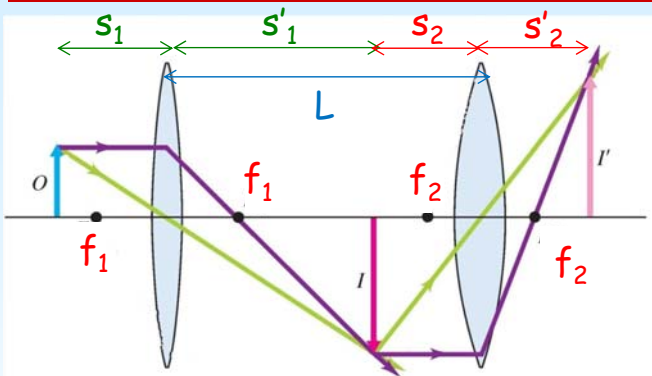
$$m = m_1 m_2 = \frac{s'_1 s'_2}{s_1 s_2}$$

$$m = m_1 m_2 = \frac{24 \cdot 12}{12 \cdot 12} = +2.0$$

$$Y'_2 = 5.0 \times 2.0 = 10 \text{ cm}$$



# Geometrisk optik Problem



Givna:  $s_1, f_1, f_2$  and  $L$

Ge ett uttryck för  $s'_2$

$$L = s'_1 + s_2$$

$$s = \frac{s'f}{s' - f}$$

$$s' = \frac{sf}{s - f}$$

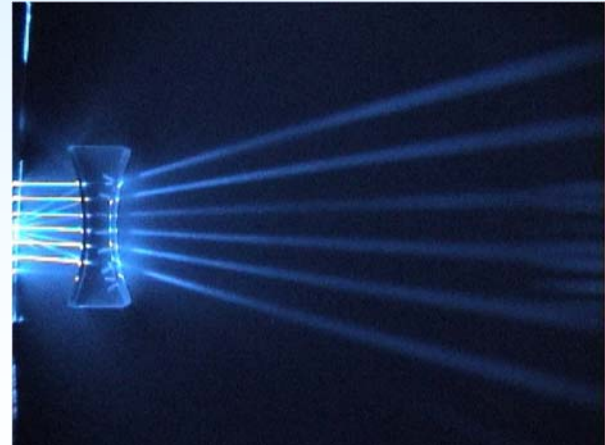
$$s_2 = L - s'_1 = L - \frac{s_1 f_1}{s_1 - f_1}$$

$$s'_2 = \frac{s_2 f_2}{s_2 - f_2} = \frac{L f_2 - \frac{s_1 f_1 f_2}{s_1 - f_1}}{L - \frac{s_1 f_1}{s_1 - f_1} - f_2}$$





# Del 12. Konkava linser



## Linser

### Converging lenses



Meniscus



Planoconvex



Double convex

### Diverging lenses



Meniscus



Planoconcave

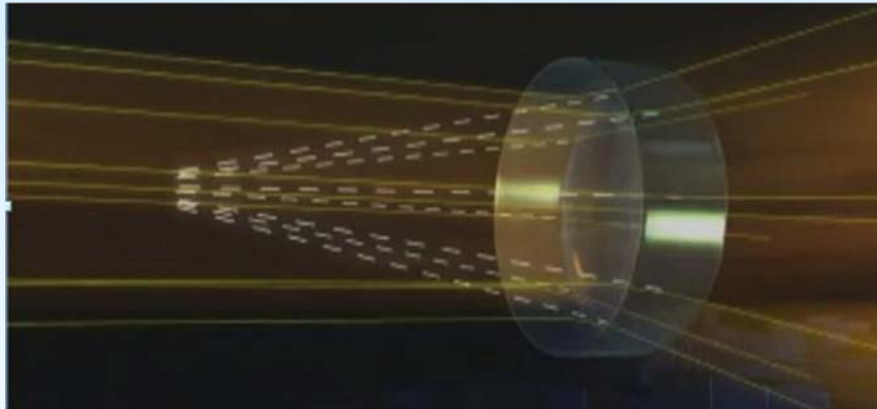


Double concave

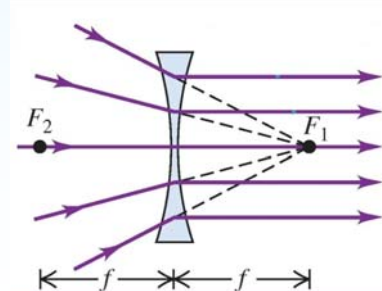
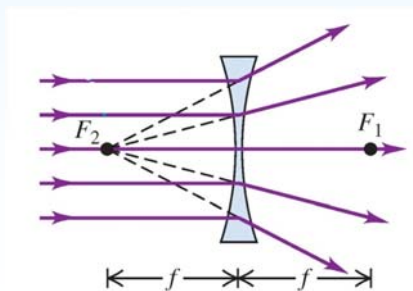




# Geometrisk optik Linser



[https://www.youtube.com/watch?v=4zuB\\_dSJn1Y](https://www.youtube.com/watch?v=4zuB_dSJn1Y)

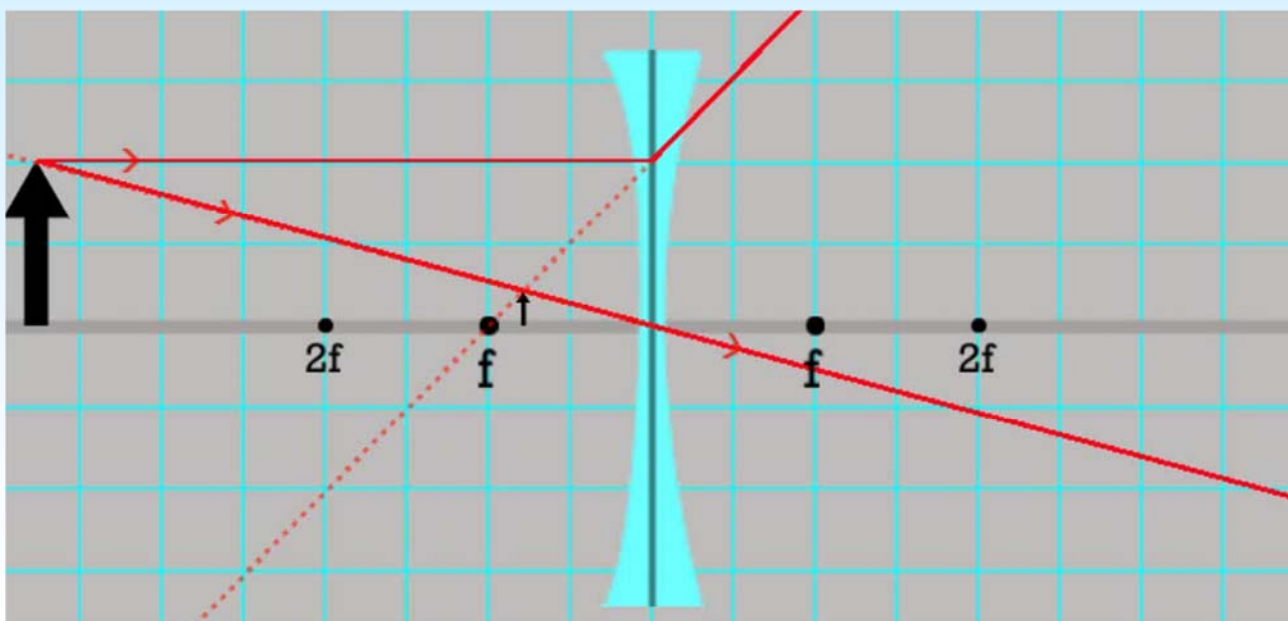


Vincent Hedberg - Lunds Universitet

69



# Geometrisk optik Linser



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

70

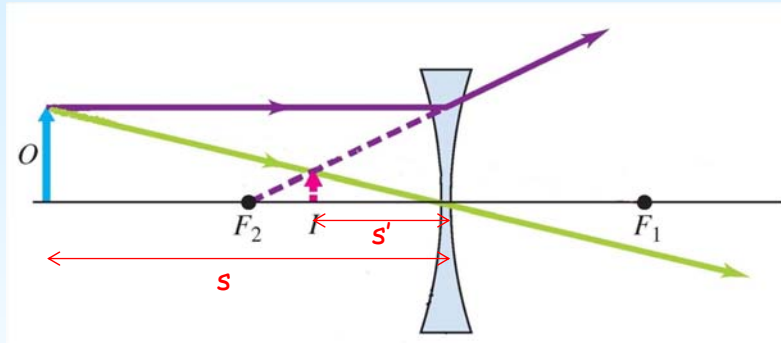


# Geometrisk optik

## Linser



### Lins formeln för konkava linser



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$f$  är negativ för divergerande linser

$s'$  är negativ för divergerande linser

$$m = -\frac{s'}{s}$$

$m$  är positiv



# Geometrisk optik

## Problem



# Del 13. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

0



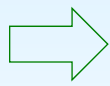
# Geometrisk optik Problem



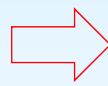
En divergerande lins har brännpunktsavståndet 20.0 cm.  
Förstoringen är 1/3.

Vad är läget av objektet och bilden ?

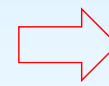
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



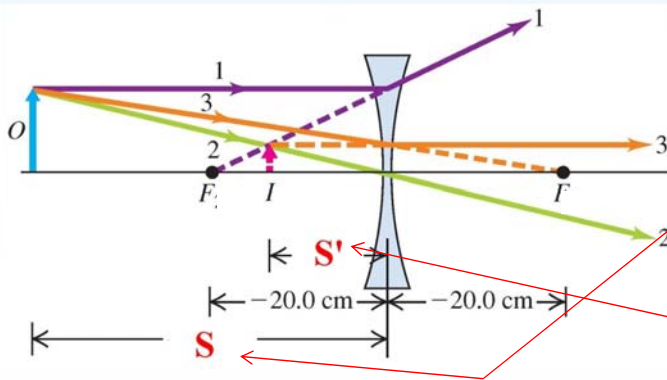
$$m = -\frac{s'}{s} = \frac{1}{3}$$



$$s' = -\frac{s}{3}$$



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$



$$f = -20.0 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{-s/3} = \frac{1}{s} - \frac{3}{s} = -\frac{2}{s} = \frac{1}{f}$$

$$s = -2f = -2(-20.0 \text{ cm}) = 40.0 \text{ cm}$$

$$s' = -\frac{s}{3} = -\frac{40.0 \text{ cm}}{3} = -13.3 \text{ cm}$$



# Geometrisk optik Linser



## Del 14. Linsmakarens formel





# Geometrisk optik

## Linser

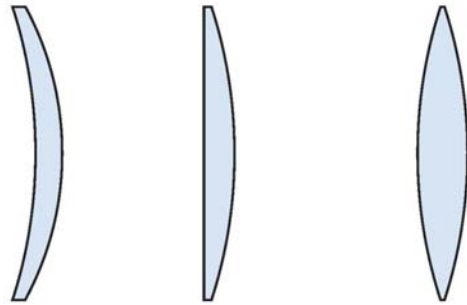


### Olika typer av linser

En lins som är tjockare i mitten än i kanterna är konvergent ( $f$  är positivt)

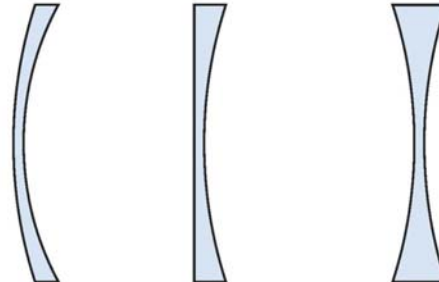
En lins som är tunnare i mitten än i kanterna är divergerande ( $f$  är negativt)

#### Converging lenses



Meniscus    Planoconvex    Double convex

#### Diverging lenses



Meniscus    Planoconcave    Double concave



# Geometrisk optik

## Linser



### Givet

En lins med brytningsindex  $n$  och krökningradierna  $R_1$  och  $R_2$  som har ett objekt på avståndet  $S$

### Mål

Härled linsmakarformeln så att man kan räkna ut var bilden hamnar  
dvs  $S'$

### Hur

Använd formeln för brytningen i en sfärisk yta

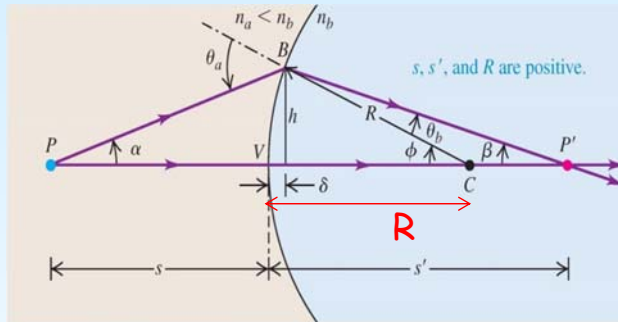




# Geometrisk optik Linser



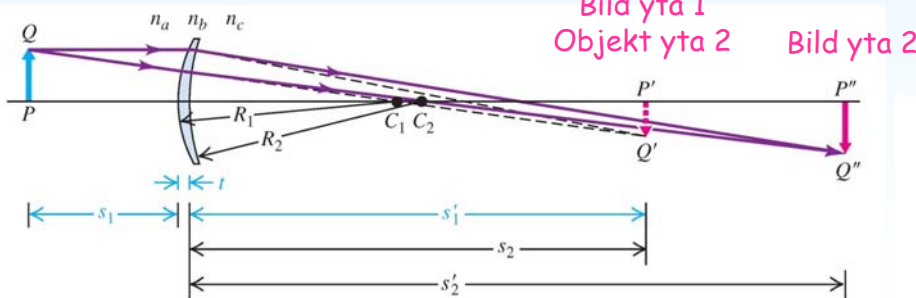
Sfärisk  
yta



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$

Objekt yta 1



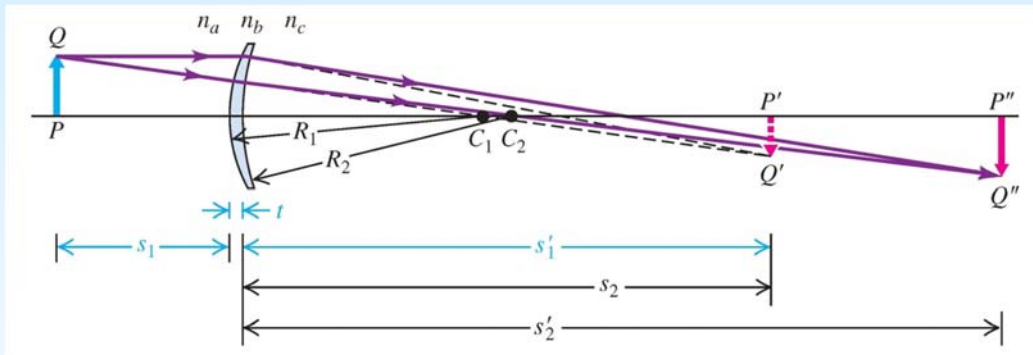
Steg 1

$$\frac{n_a}{s_1} + \frac{n_b}{s'_1} = \frac{n_b - n_a}{R_1}$$

$$\frac{n_b}{s_2} + \frac{n_c}{s'_2} = \frac{n_c - n_b}{R_2}$$



# Geometrisk optik Linser



Steg 1

$$\frac{n_a}{s_1} + \frac{n_b}{s'_1} = \frac{n_b - n_a}{R_1}$$

$$\frac{n_b}{s_2} + \frac{n_c}{s'_2} = \frac{n_c - n_b}{R_2}$$

Steg 2

$$n_a = n_c = 1$$

$$n_b = n$$

$$s_2 = -s'_1$$



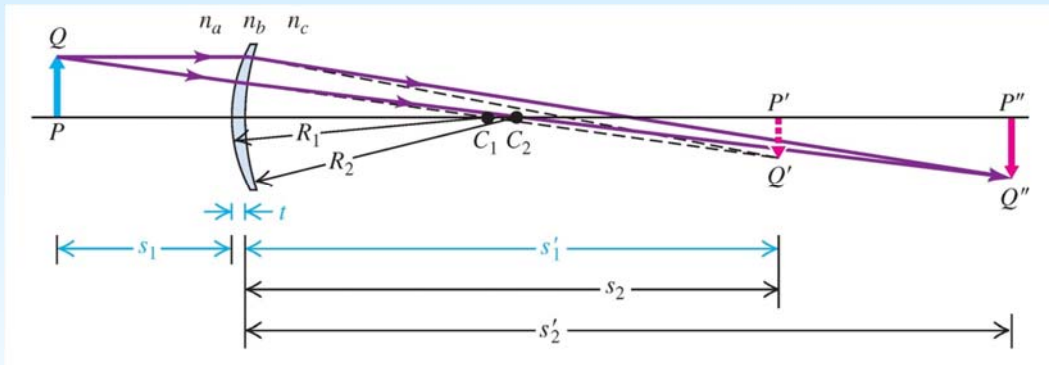
$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n - 1}{R_1}$$

$$-\frac{n}{s'_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1 - n}{R_2}$$



# Geometrisk optik

## Linser



### Steg 2

$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n-1}{R_1}$$

$$-\frac{n}{s'_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1-n}{R_2}$$



### Steg 3

Addera de två ekvationerna:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{n-1}{R_1} + \frac{1-n}{R_2}$$

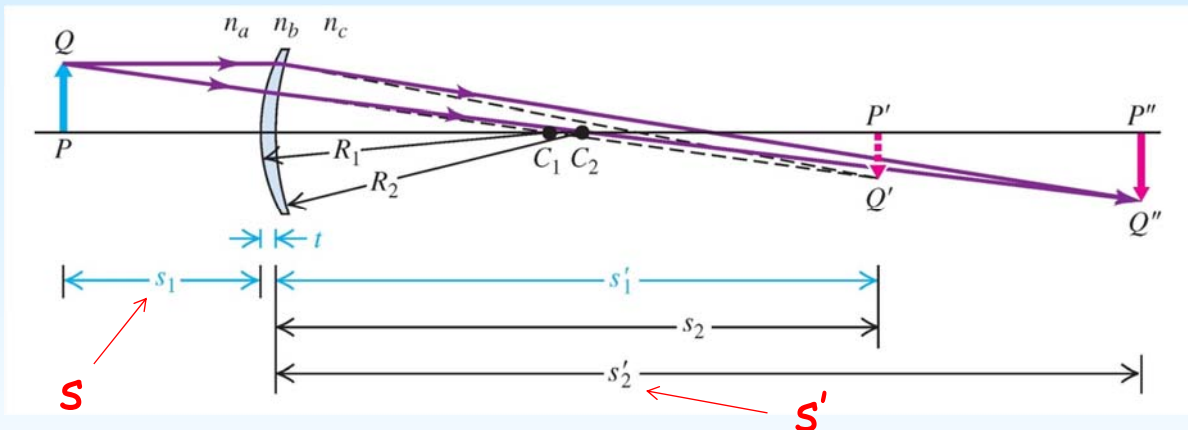
Förenkla:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



# Geometrisk optik

## Linser



### Steg 3

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

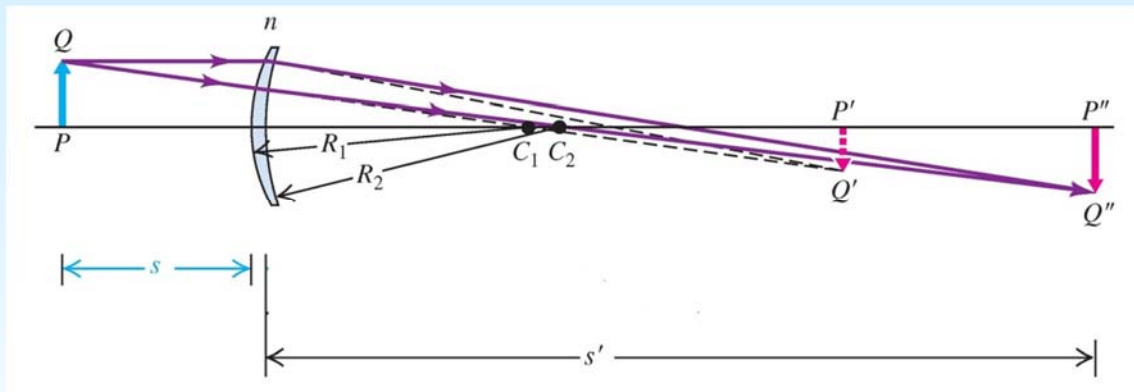
### Step 4

$$s_1 = s, \quad s'_2 = s' \Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



# Geometrisk optik

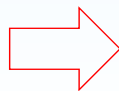
## Linser



### Steg 5

kombinera ny och gammal formel

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



Linsmakarens ekvation

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$



# Geometrisk optik

## Linser



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$m = -\frac{s'}{s}$$

$$m = \frac{y'}{y}$$

Tecken regel för krökningsradie - R är positiv om centrum är på sidan med utgående ljus.



f = positiv      R<sub>1</sub> = positiv      R<sub>2</sub> = positiv      s' = positiv eller negativ



f = positiv      R<sub>1</sub> = positiv      R<sub>2</sub> = negativ      s' = positiv eller negativ



f = negativ      R<sub>1</sub> = negativ      R<sub>2</sub> = positiv      s' = negativ



# Geometrisk optik Problem



## Del 15. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

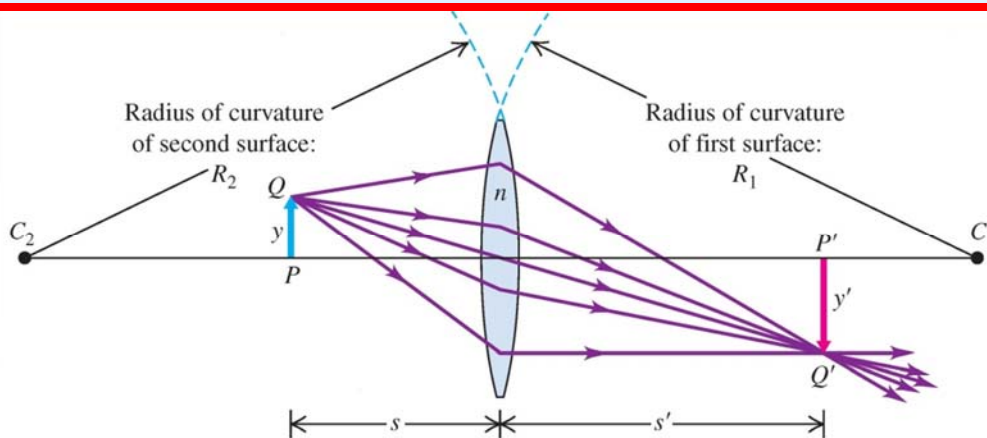
0



# Geometrisk optik Problem



En dubbel konvex lins har  $R_1 = R_2 = 10$  cm och  $n = 1.52$   
Vad är brännpunktsavståndet ?



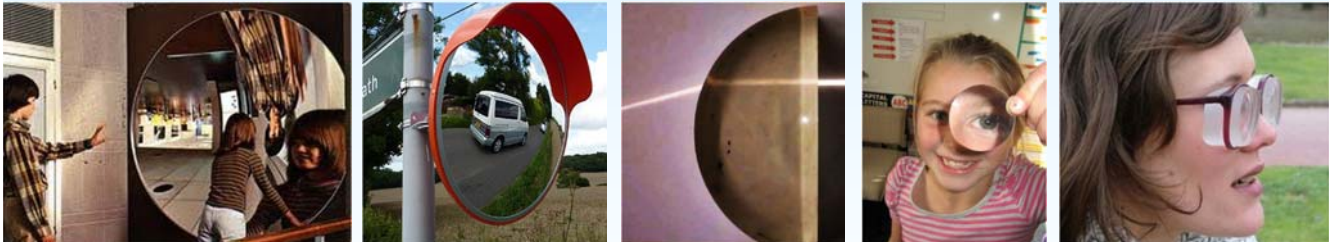
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (1.52 - 1) \left( \frac{1}{+10 \text{ cm}} - \frac{1}{-10 \text{ cm}} \right)$$

$$f = 9.6 \text{ cm}$$



## Del 16. Sammanfattning



Konkav  
spegel

Konvex  
spegel

Sfärisk  
yta

Konvex  
lins

Konkav  
lins



## Formler

Konkav  
spegel

Konvex  
spegel

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

Sfärisk  
yta

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$

Konvex  
lins

Konkav  
lins

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$





# Geometrisk optik Sammanfattning



## Tecken regler speglar:

**Positivt objekt avstånd ( $s$ )**  
om objekt och inkommande ljus  
på samma sida.

**Positivt bild avstånd ( $s'$ )**  
om bild och utgående ljus  
på samma sida.

**Positiv krökningradie ( $R$ )**  
om center på samma sida  
som utgående ljus.

**Positiv förstoring ( $m$ )**  
om samma riktningen  
av objekt och bild.

## Tecken regler linser:

**Positivt objekt avstånd ( $s$ )**  
om objekt och inkommande ljus  
på samma sida.

**Positivt bild avstånd ( $s'$ )**  
om bild och utgående ljus  
på samma sida.

**Positivt brännpunktsavstånd ( $f$ )**  
Konvergerande (konvexa) linser

**Positiv förstoring ( $m$ )**  
om samma riktningen  
av objekt och bild.



# Geometrisk optik Kameran



## Del 17. Kameran





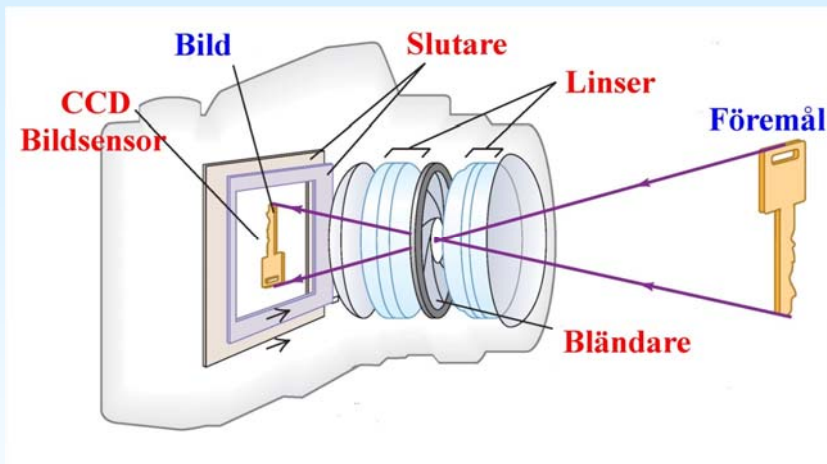
# Geometrisk optik Kameran



<https://www.youtube.com/watch?v=QAdkyA596xU>



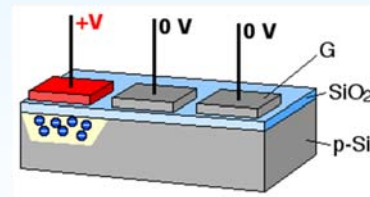
# Geometrisk optik Kameran



## CCD Charge Coupled Device

I varje pixel omvandlas rött, grönt och blått ljus till elektroner.

Elektronerna leds ut till kanterna av sensorn.



Elektronernas laddning omvandlas sedan till ett digitalt värde.

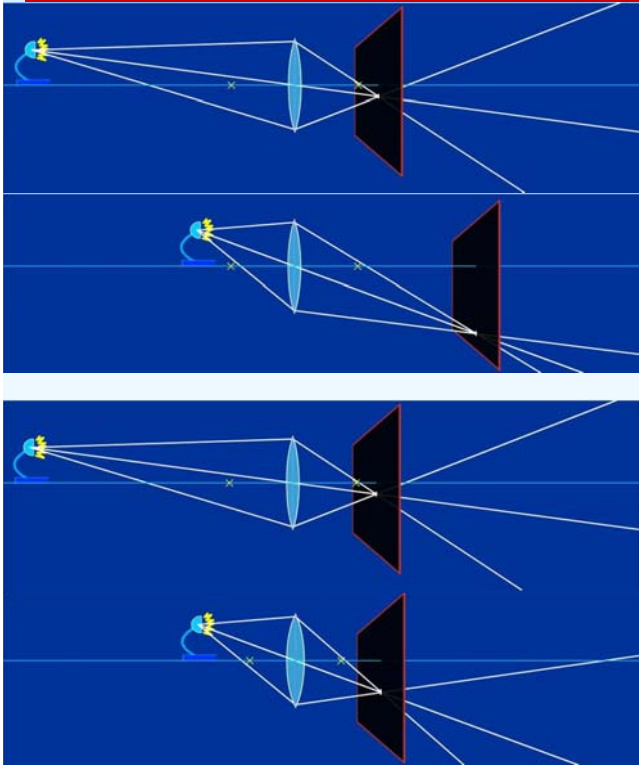
De två viktigaste uppgifterna för en kamera:

1. Fokusering av bilden på bildsensorn (CCD)
2. Lagom exponering (rätt mängd ljus på bildsensorn)



# Geometrisk optik

## Kameran



### Fokusering

1. Ändra avståndet mellan linsen och CCD.

eller

2. Ändra brännvidden av objektivet.

Telefoto lins: Lång brännvidd  
Vidvinkel lins: Kort brännvidd



# Geometrisk optik

## Kameran



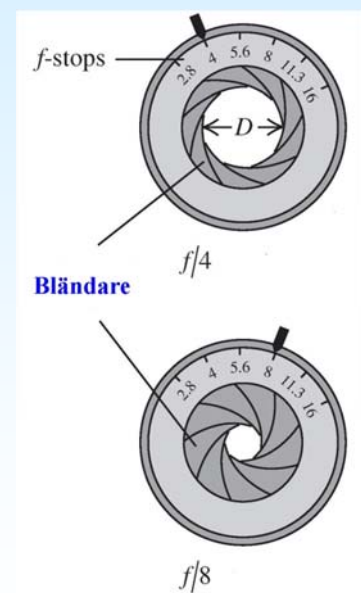
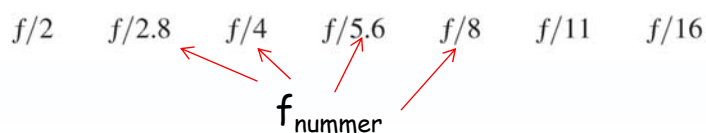
### Exponering: Ijusenergi per ytenhet som träffar CCD

Exponeringen beror på slutartiden och bländaren.

Långa slutartider leder till problem om objektet rör sig.

Öppningen styrs av bländaren som kan ändra sin diameter (D).

$$f_{\text{nummer}} = f / D \quad \text{Exponering} \sim 1 / f_{\text{nummer}}^2$$



Litet  $f_{\text{nummer}}$  = Stor D



# Geometrisk optik

## Kameran



### Kamera utan zoom lins



50 mm  
1:1.7

Brännpunkts avstånd:  $f = 50 \text{ mm}$   
 $f_{\text{nummer}} = 1.7$

Bländarens diameter:  $D = f / f_{\text{nummer}} = 50 / 1.7 = 29 \text{ mm}$

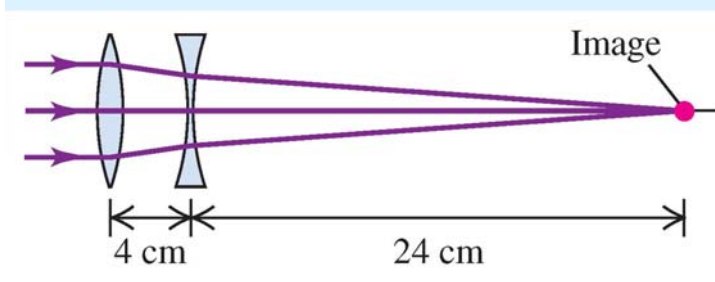


# Geometrisk optik

## Kameran

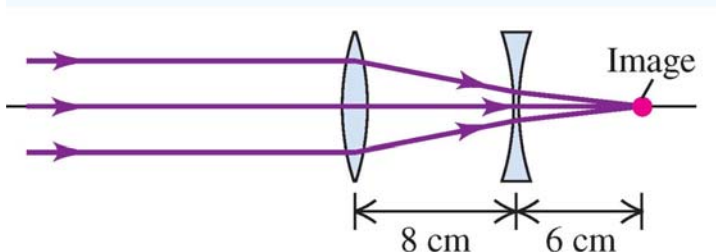


### Zoom lins: Kombination av flera linsar



Linserna är nära varandra:

Långt brännpunkts avstånd  
Telefoto lins



Linserna mer separerade:

Kortare brännpunktsavstånd  
Vidvinkel lins





# Geometrisk optik Kameran



4.6 - 23.0 mm  
1:3.2 - 6.5

Brännpunkts avstånd:  $f = 4.6 - 23.0$  mm  
 $f_{\text{nummer}} = 3.2 - 6.5$

litet  $f_{\text{nummer}}$   $\Rightarrow$  mer ljuskänslig  $\Rightarrow$  bättre i mörka rum



18 - 135 mm  
1:3.5 - 5.6

Brännpunkts avstånd:  $f = 18 - 135$  mm  
 $f_{\text{nummer}} = 3.5 - 5.6$

stort  $f$   $\Rightarrow$  stor "förstoring"



# Geometrisk optik Problem



## Del 18. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

0





# Geometrisk optik

## Problem



En telefoto lins har brännpunktsavståndet 200 mm och f-värden mellan  $f/2.8$  och  $f/22$ .

Vilka bländardiametrar motsvarar  $f/2.8$  och  $f/22$  ?

Vad är skillnaden i exponering mellan  $f/2.8$  och  $f/22$  ?

$$f_{\text{nummer}} = f / D$$

$$D = \frac{f}{f\text{-number}} = \frac{200 \text{ mm}}{2.8} = 71 \text{ mm}$$

$$D = \frac{200 \text{ mm}}{22} = 9.1 \text{ mm}$$

$$\text{Exponering} \sim 1 / f_{\text{nummer}}^2$$

$$\text{Maximal exponering} = C / 2.8^2$$

$$\text{Minimal exponering} = C / 22^2$$

$$\text{Maximal / Minimal} = 22^2 / 2.8^2 = 62$$



# Geometrisk optik

## Ögat



# Del 19. Ögat



1936 var 9% av svenska rekryter närsynta.  
2009 var 38% av svenska rekryter närsynta.

**Anledningen: Tid tillbringad utomhus (exponering till dagsljus).**

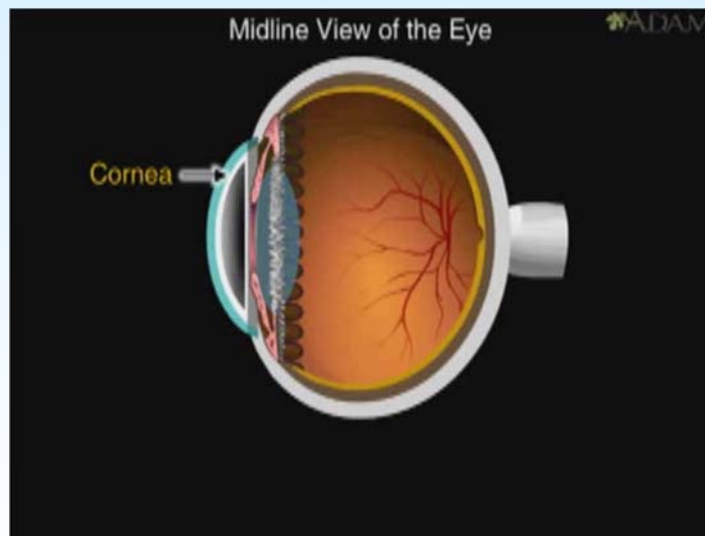


# Geometrisk optik

## Ögat



### Ögats funktion



<https://www.youtube.com/watch?v=YcedXDN6a88>

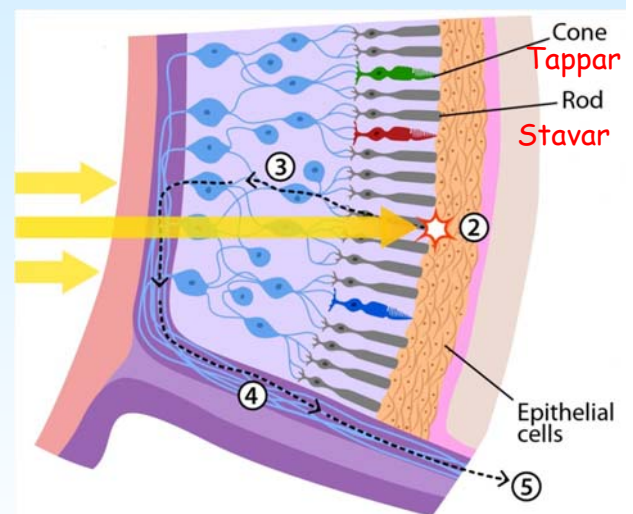
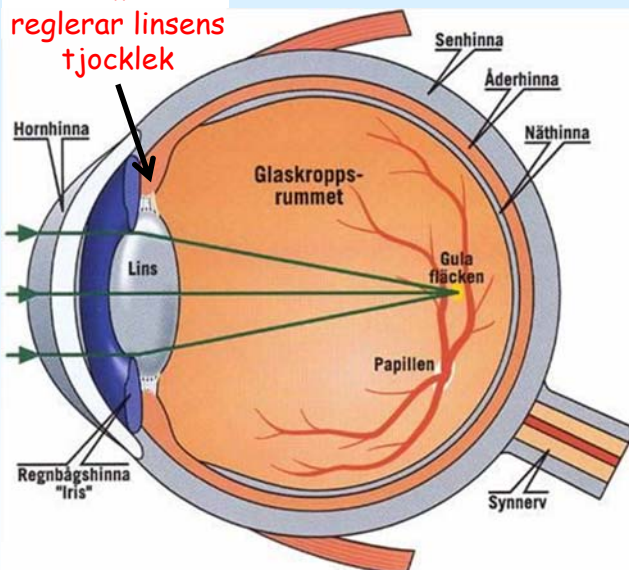


# Geometrisk optik

## Ögat



Ciliar muskeln reglerar linsens tjocklek



Stavar: Mycket ljuskänsliga. Används för mörkerseende i svart och vitt

Tappar: Tre typer (röd, blå, grön). Används för att se färg.

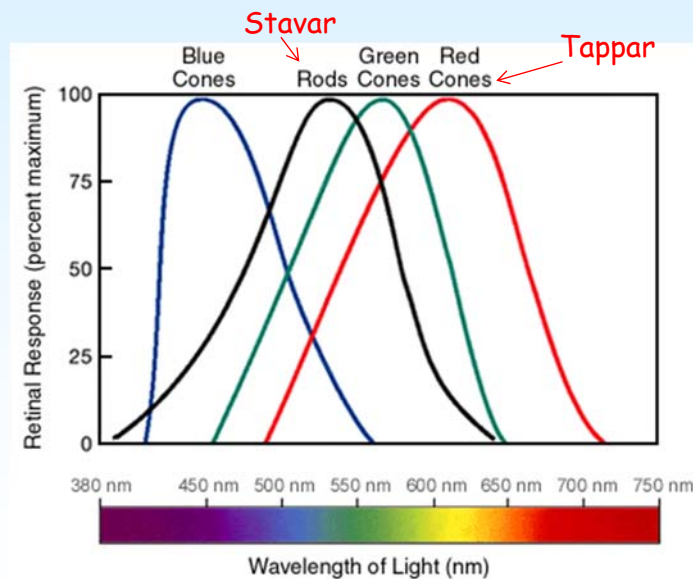


# Geometrisk optik

## Ögat



Det mänskliga ögats känslighet för olika våglängder.



# Geometrisk optik

## Ögat

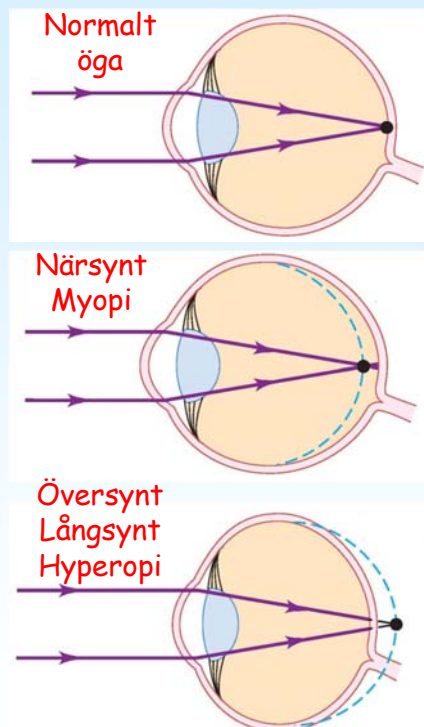


**När punkten:** kortaste avståndet till ögat vid vilken människor kan se klart (från 7cm vid 10 års ålder till 40 cm vid 50 års ålder för normalt ögat).

**Normalt läsavstånd:** antas vara 25 cm när man utformar korrektionslinsar.

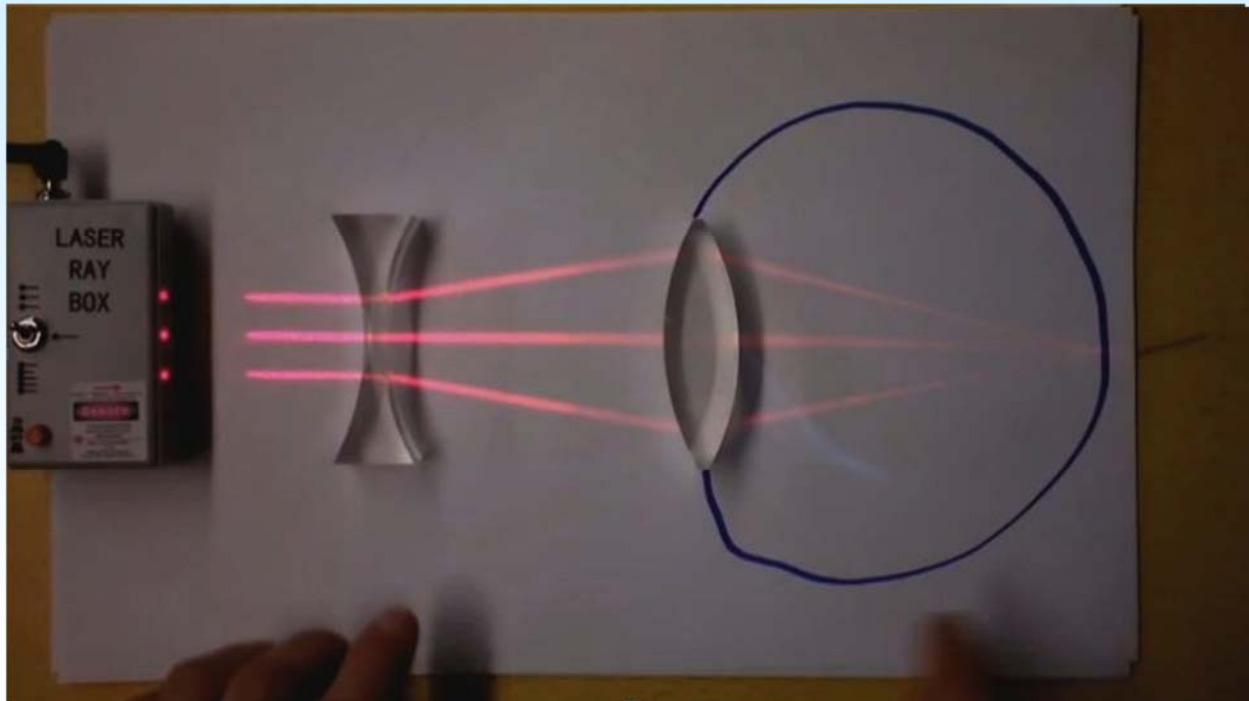
**Fjärr punkten:** Längsta avståndet till ögat vid vilken människor kan se klart.

Linsar för korrigeringar anges i dioptrier:  
**Lins styrka =  $1/f$**  (enhet: dioptrier =  $m^{-1}$ )





# Geometrisk optik Ögat



[https://www.youtube.com/watch?v=VDehC\\_Txa1U](https://www.youtube.com/watch?v=VDehC_Txa1U)

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

103



# Geometrisk optik Problem



## Del 20. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

9

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

104

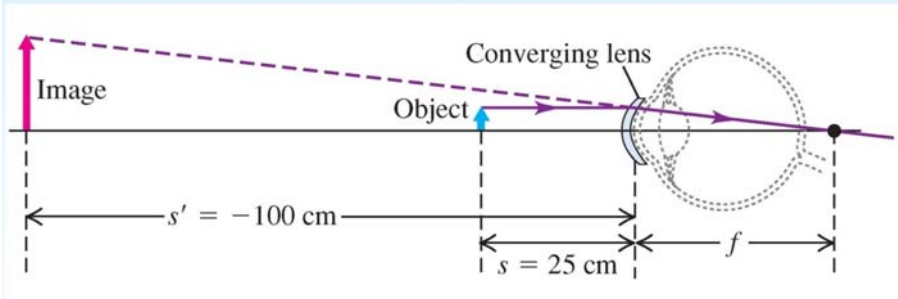


# Geometrisk optik Problem



Ett översynt öga har närpunkten på ett avstånd av 100 cm.

Vilken linsstyrka behövs för att närpunkten ska flyttas till 25 cm ?



Med ett föremål på  $s = 25$  cm från korrektionslinsen vill vi att bilden ska hamna vid  $s' = 100$  cm för det är den närmsta punkten ögat kan se skarpt.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{+25 \text{ cm}} + \frac{1}{-100 \text{ cm}}$$

$$f = +33 \text{ cm}$$

Lins styrka =  $1/f = 1/0.33 \text{ m}^{-1} = 3$  dioptrier

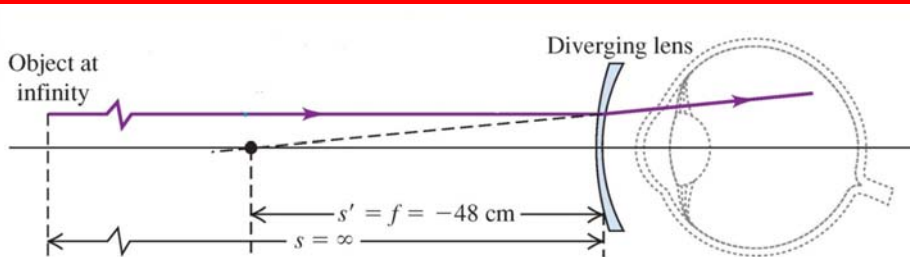


# Geometrisk optik Problem



Ett närsynt öga har fjärrpunkten på ett avstånd av 50 cm.

Vilken linsstyrka behövs för att korrigera ögat om linsen sitter 2 cm framför ögat?



Linsen ska flytta fjärrpunkten från 50 cm till oändligt långt bort. Korrektionslinsen ska därför ha  $s =$  oändligheten och  $s' = 50 - 2 = 48$  cm.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-48 \text{ cm}}$$

$$f = -48 \text{ cm}$$

OBS

Lins styrka =  $1/f = -1/0.48 \text{ m}^{-1} = -2.1$  dioptrier



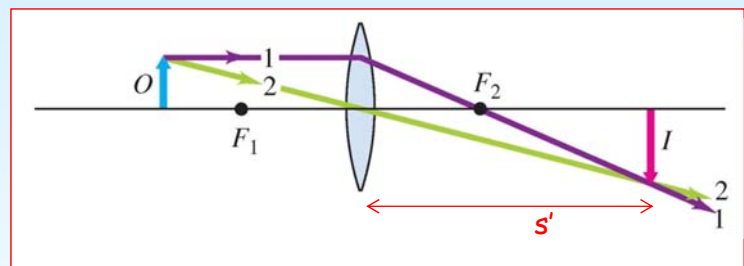


## Del 21. Förstoringsglas

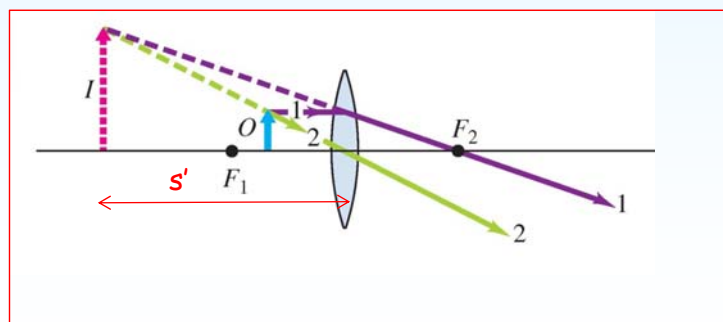


## Ett förstoringsglas är en konvex lins.

Håller man ett förstoringsglas långt borta från ögat (armlängds avstånd) kan man se en förstorad och upp och ner vänd bild.



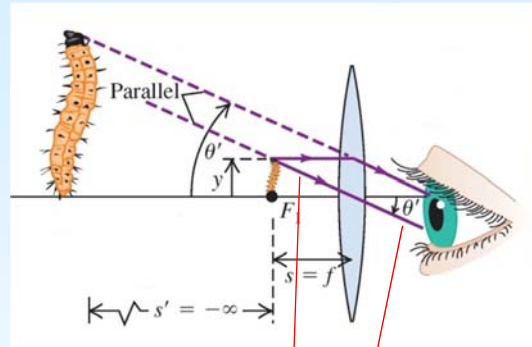
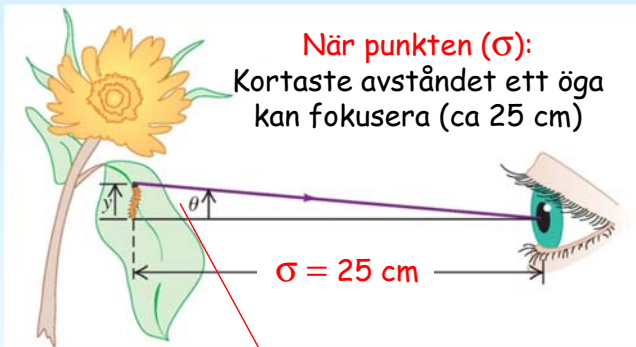
Normal användning av ett förstoringsglas är att sätta objektet mellan brännpunkten och glaset för att få en förstorad upprätt bild.





# Geometrisk optik

## Förstoringsglas



Maximal vinkel utan  
förstoringsglas

$$\tan(\theta) \approx \theta = \frac{y}{\sigma} \approx \frac{y}{25 \text{ cm}}$$

Maximal vinkel med  
förstoringsglas

$$\tan(\theta') \approx \theta' = \frac{y}{f}$$

När objektet är i brännpunkten använder  
man vinkel förstoring ( $M$ ) i stället för  
lateral förstoring ( $m$ ).

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{y/f}{y/\sigma} = \frac{\sigma}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{f}$$

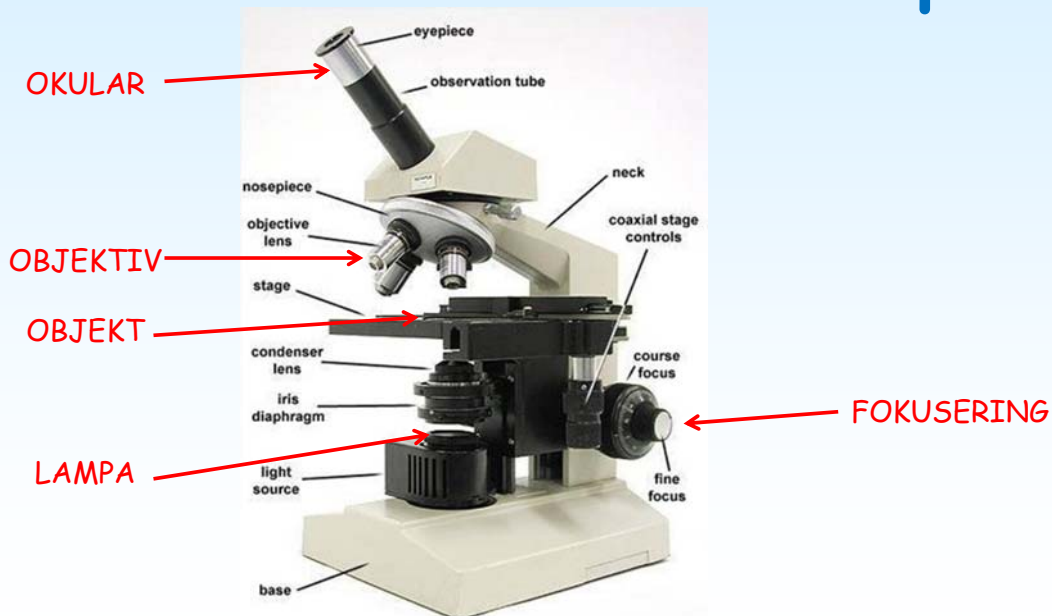


# Geometrisk optik

## Mikroskop

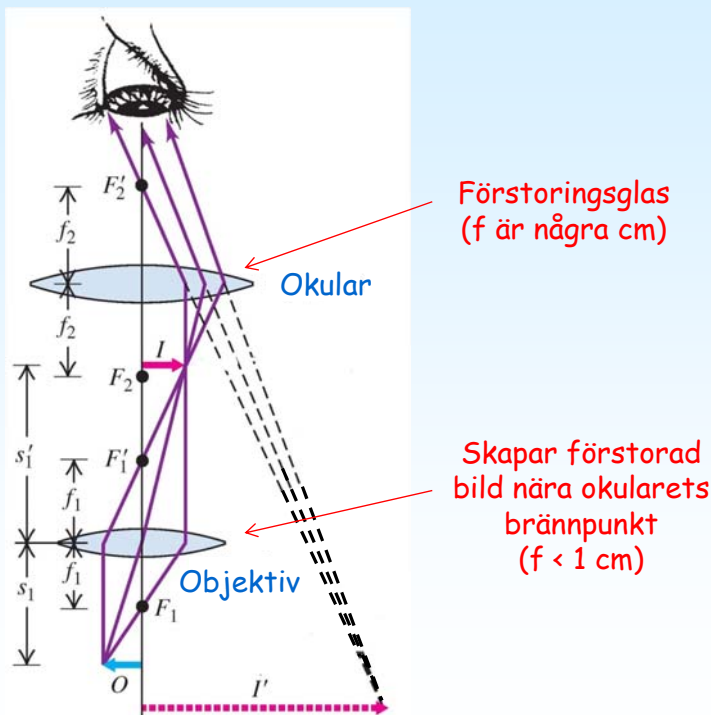
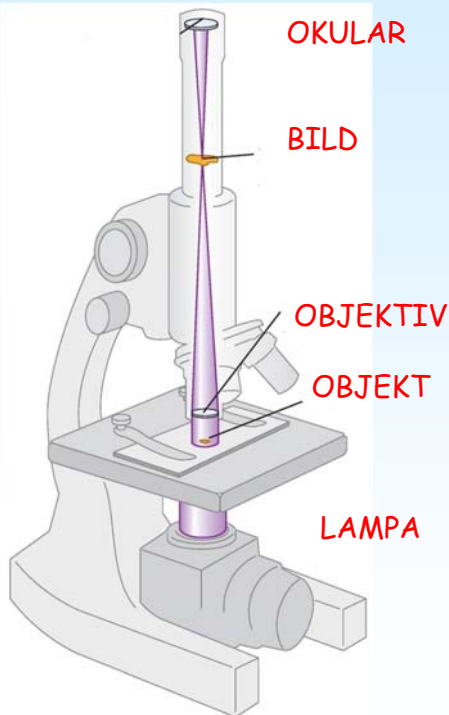


# Del 22. Mikroskop

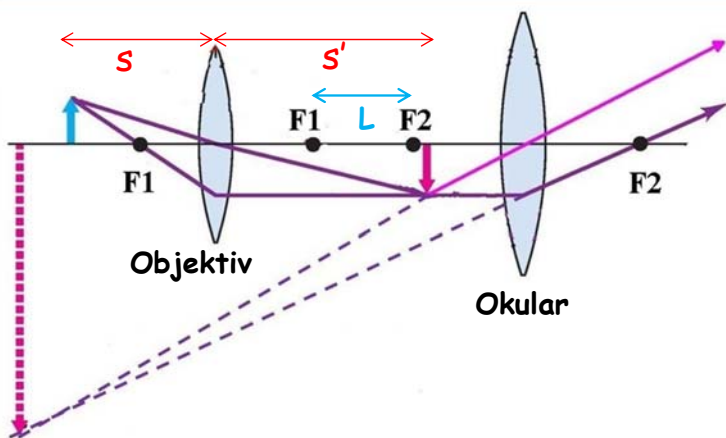




# Geometrisk optik Mikroskop



# Geometrisk optik Mikroskop



**OKULAR**

Vinkel förstoringen av ett förstoringsglas:

$$M = \frac{\sigma}{f} \quad \text{where } \sigma = 25 \text{ cm}$$

**OBJEKTIV**

$s' \approx f + L$

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{s' - f}{f} \approx -\frac{f + L - f}{f} = -\frac{L}{f}$$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \Rightarrow s = \frac{s'f}{s' - f}$

**MIKROSKOP**

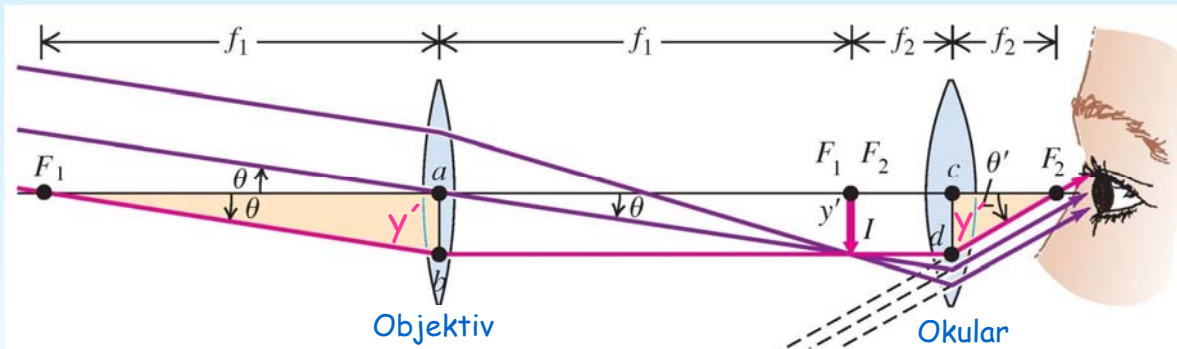
Förstoring:

$$M = m_1 M_2 = -\frac{s'_1 \sigma}{s_1 f_2} = -\frac{L \sigma}{f_1 f_2}$$

$\sigma$  är närpunkts avståndet vilket är typiskt 25 cm



# Del 23. Teleskop



Föremålet är oändligt långt borta så bilden kommer att vara i brännpunkten av objektivet.

$$\tan(\theta) = \theta = \frac{-y'}{f_1}$$

Okularet fungerar som ett förstöringsglas med bilden  $y'$  i dess brännpunkt.

$$\tan(\theta') = \theta' = \frac{y'}{f_2}$$

Ett teleskops vinkelförstoringen är definierad som förhållandet mellan vinkeln av bilden till det av det inkommande ljuset.

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{y'/f_2}{y'/f_1} = -\frac{f_1}{f_2}$$

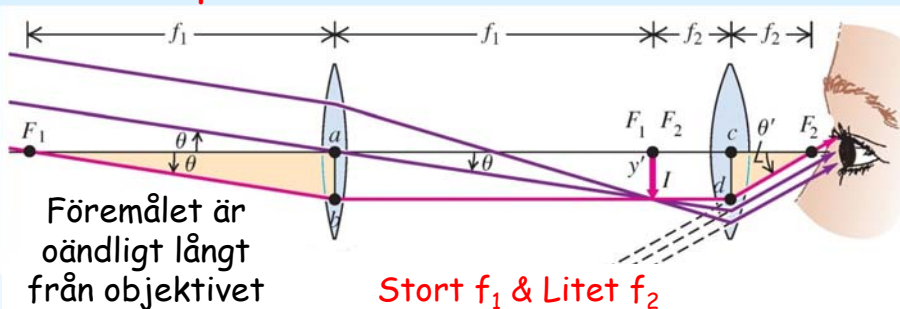


# Geometrisk optik

## Teleskop



### Teleskop



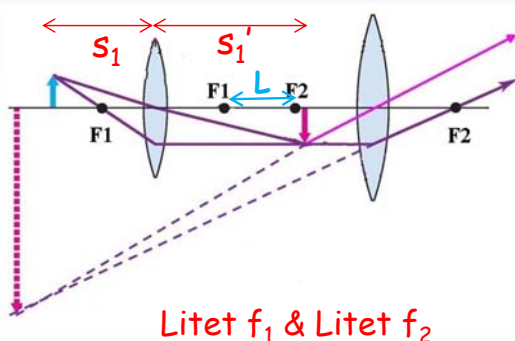
Föremålet är oändligt långt från objektivet

Stort  $f_1$  & Litet  $f_2$

$$M = -\frac{f_1}{f_2}$$

### Mikroskop

Föremålet är nära objektivet



Litet  $f_1$  & Litet  $f_2$

$$M = m_1 M_2 = -\frac{s_1'}{s_1} \frac{\sigma}{f_2} = -\frac{L\sigma}{f_1 f_2}$$

$\sigma$  är närpunkten (typiskt 25 cm)

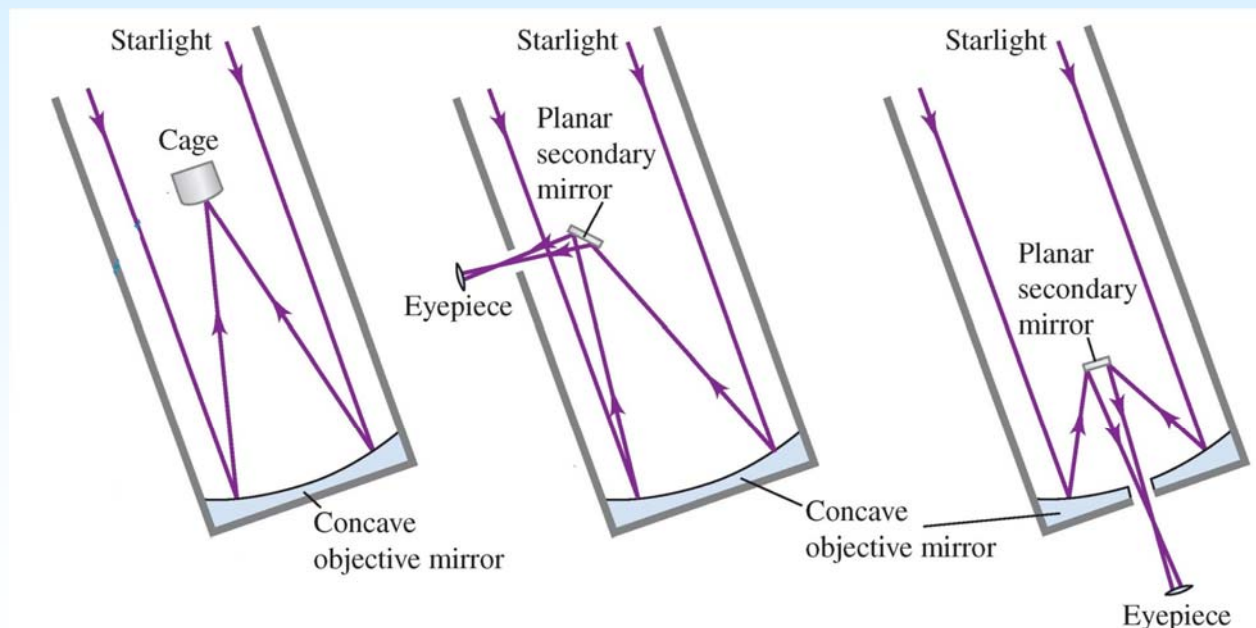


# Geometrisk optik

## Teleskop



### Olika typer av spegel teleskop







# Geometrisk optik Teleskop



The Giant Magellan Telescope - världens största !



<https://www.youtube.com/watch?v=7bzD8VEKMKQ>