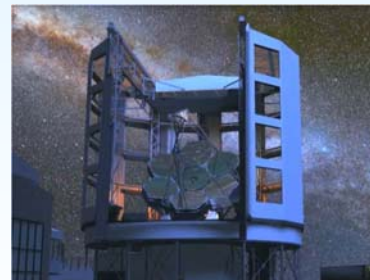
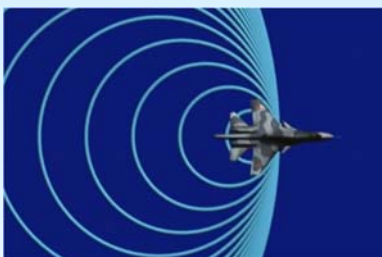




Vågrörelselära och optik



Kapitel 34 - Optik

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

1



Geometrisk optik Speglar



Del 1. Platta speglar



<https://www.youtube.com/watch?v=uQE659ICjqQ>

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

2

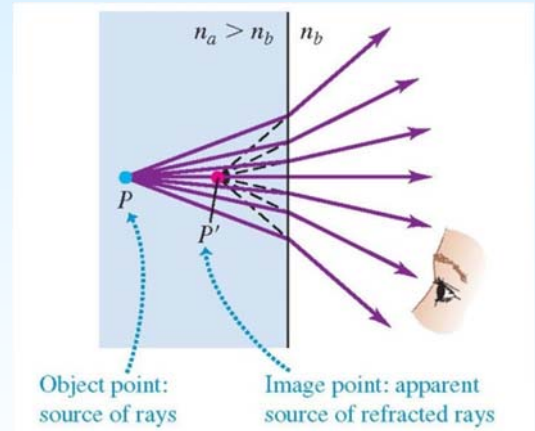
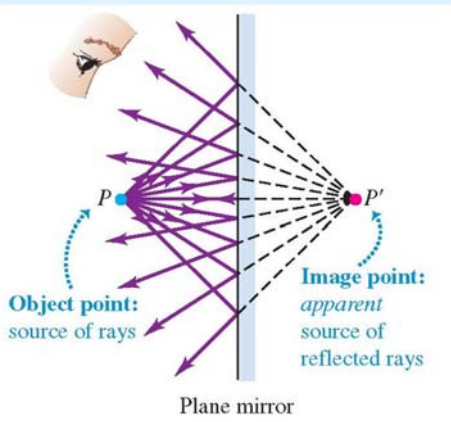


Geometrisk optik

Speglar



Virtuella bilder: utgående strålar divergerar



Reella Bilder: utgående strålar konvergerar till en bild som kan visas på en skärm



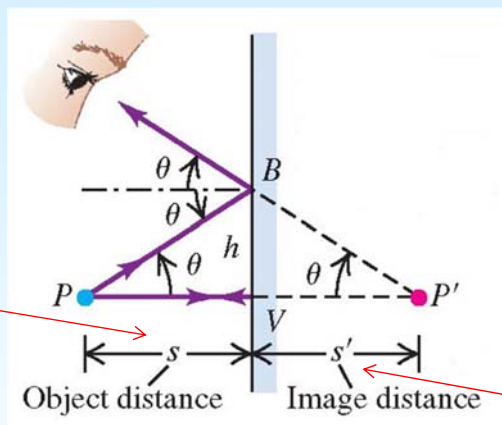
Geometrisk optik

Speglar



• Punkt objekt

positiv



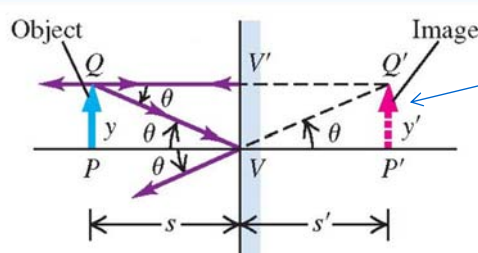
Tecken regler:

Objekt avstånd (s) - positiv om samma sida som inkommande ljus.

Bild avstånd (s') - positiv om samma sida som utgående ljus.

negativ

Utsträckt objekt



Virtuell bild

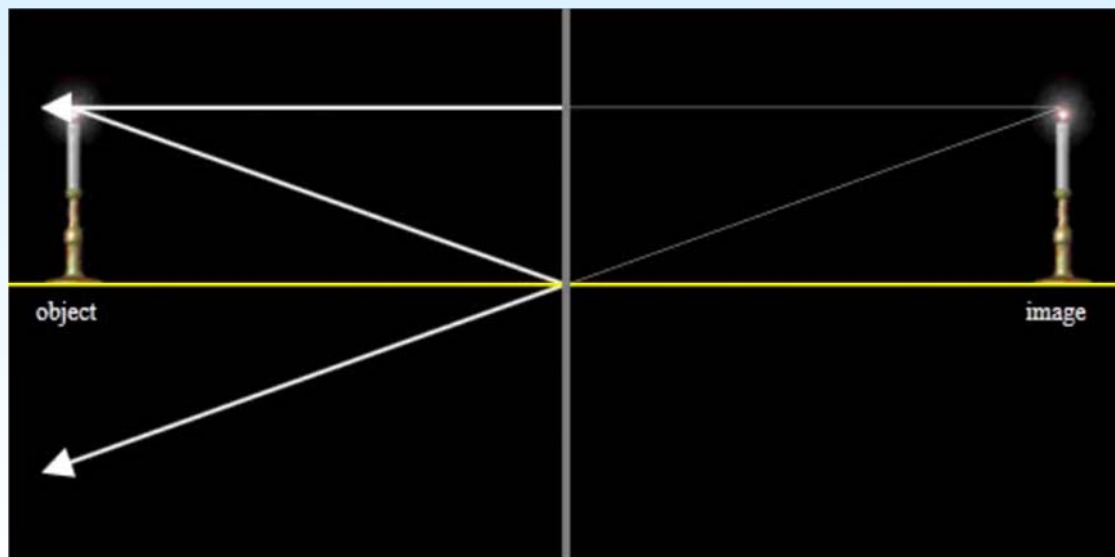
$$m = \frac{y'}{y} \quad (\text{lateral magnification})$$



Geometrisk optik Speglar



Platt spegel



<http://www.opensourcephysics.org/osp/EJSS/3650/21.htm>



Geometrisk optik Speglar



Del 2. Konkava speglar





Geometrisk optik

Speglar



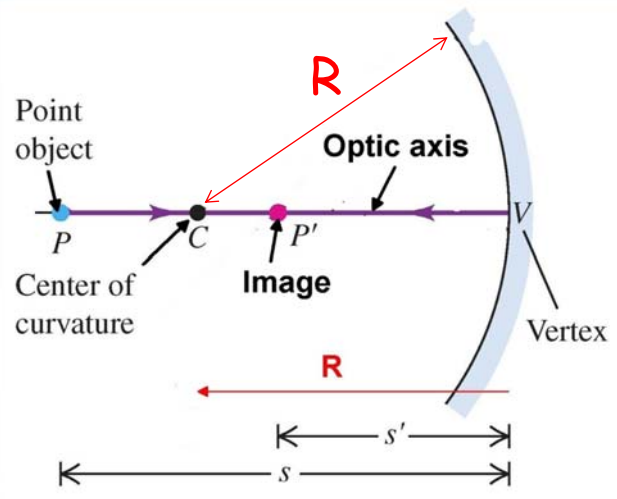
Sfärisk spegel

Ett punktobjekt på en optisk axel kommer att ha bilden på den optiska axeln.

s = avstånd spegel - objekt

s' = avstånd spegel - bild

R = spegelns krökningsradie



Tecken regel:

Krökningsradie (R) - positiv om centrum ligger på samma sida som utgående ljus.



Geometrisk optik

Speglar



Givet

En konkav spegel med krökningsradien R som har ett objekt på avståndet s

Mål

Härled en formel så att man kan räkna ut var bilden hamnar dvs s'

Hur

Reflektionslagen + Trigonometri



Geometrisk optik Speglar



Steg 1

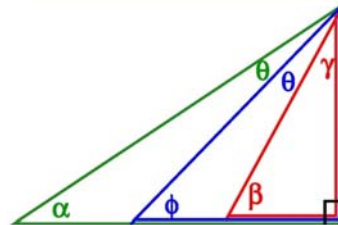
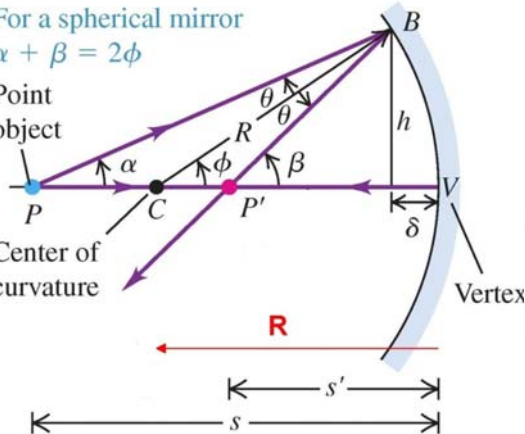
Trigonometri

Summan av vinklarna i en triangel är 180 grader
 ➔ förhållande mellan α , β och ϕ

For a spherical mirror
 $\alpha + \beta = 2\phi$

Point object

Center of curvature



$$\beta + \gamma + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ - \beta$$

$$\phi + \gamma + \theta + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\phi + 90^\circ - \beta + \theta + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\theta = \beta - \phi$$

$$\alpha + \gamma + 2\theta + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + 90^\circ - \beta + 2(\beta - \phi) + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta - 2\phi = 0$$

$$\alpha + \beta = 2\phi$$



Geometrisk optik Speglar



Steg 2

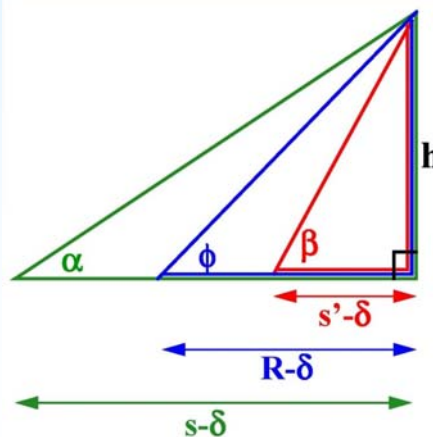
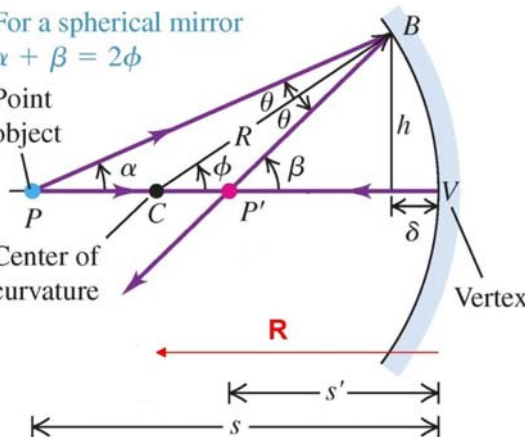
Trigonometri

Använd tangens på trianglarna
 ➔ förhållande mellan α , β , ϕ och S , R , S'

For a spherical mirror
 $\alpha + \beta = 2\phi$

Point object

Center of curvature



$$\tan(\alpha) = \frac{h}{s-\delta}$$

$$\tan(\phi) = \frac{h}{R-\delta}$$

$$\tan(\beta) = \frac{h}{s'-\delta}$$



Geometrisk optik Speglar



Steg 3 Approximera och kombinera steg 1 och 2

$$\tan \alpha = \frac{h}{s - \delta} \quad \tan \beta = \frac{h}{s' - \delta} \quad \tan \phi = \frac{h}{R - \delta}$$

For a spherical mirror
 $\alpha + \beta = 2\phi$

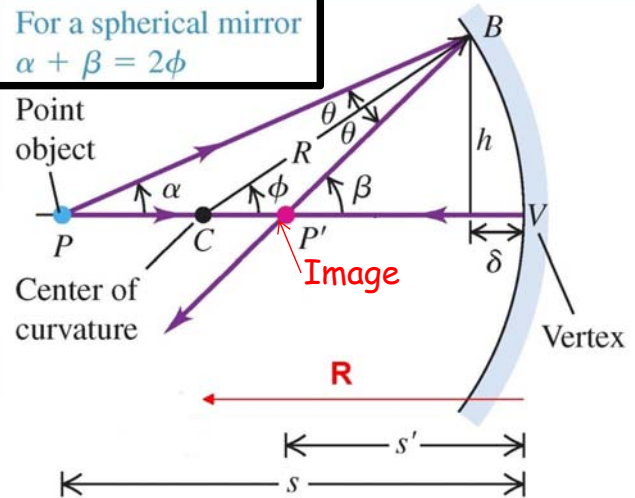
Om vinklarna och δ är små så gäller

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s'} \quad \phi = \frac{h}{R}$$

$$\alpha + \beta = 2\phi$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

(object-image relationship, spherical mirror)



Geometrisk optik Speglar



Hur bra är approximationen för små vinklar ?

$$\sin(\theta) = \theta$$

$$\tan(\theta) = \theta$$

$$\sin(1^\circ) = \sin(0.0175 \text{ rad}) = 0.0175$$

$$\tan(1^\circ) = \tan(0.0175 \text{ rad}) = 0.0175$$

$$\sin(5^\circ) = \sin(0.0873 \text{ rad}) = 0.0872$$

$$\tan(5^\circ) = \tan(0.0873 \text{ rad}) = 0.0875$$

$$\sin(10^\circ) = \sin(0.175 \text{ rad}) = 0.174$$

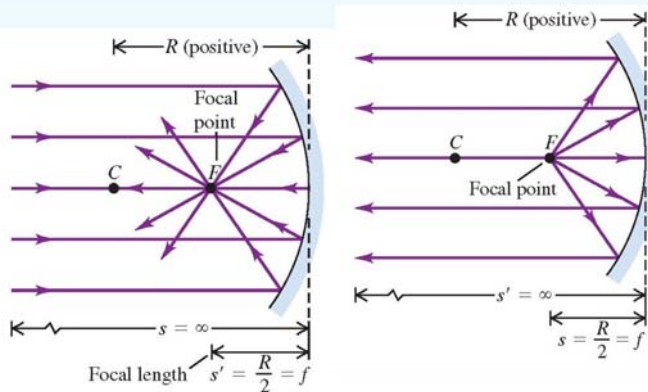
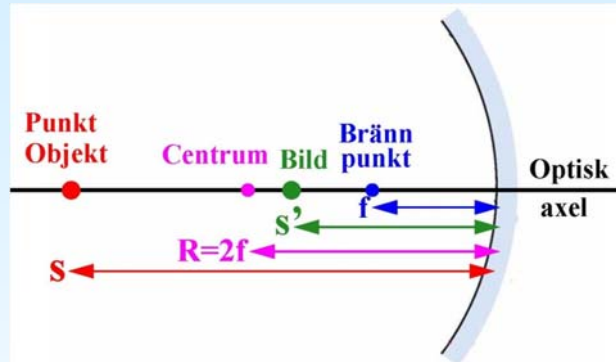
$$\tan(10^\circ) = \tan(0.175 \text{ rad}) = 0.176$$

$$\sin(20^\circ) = \sin(0.349 \text{ rad}) = 0.342$$

$$\tan(20^\circ) = \tan(0.349 \text{ rad}) = 0.364$$



Geometrisk optik Spegel



$$f = \frac{R}{2} \quad \text{Brännpunkts avstånd}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$



Geometrisk optik Spegel



Givet

En sfärisk spegel med krökningsradien **R** som har ett objekt på avståndet **S** och en bild på avståndet **S'**

Mål

Härled en formel så att man kan räkna ut förstoringen **m**

Hur

Brytningslagen + Trigonometri



Geometrisk optik

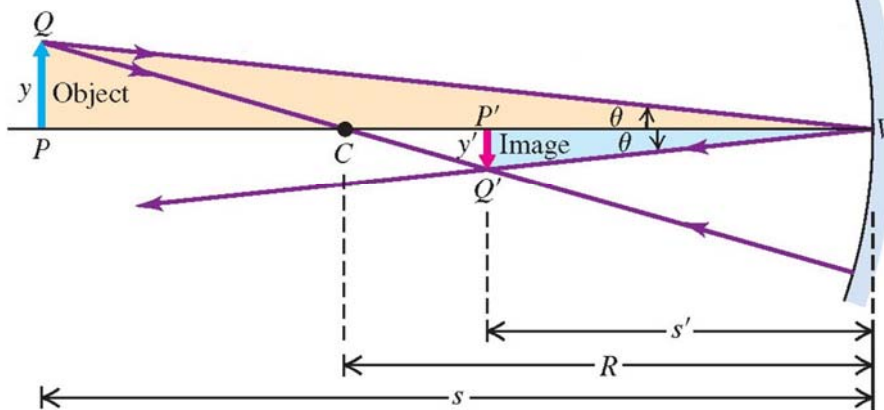
Speglar



Sfäriska speglar - Förstoring

Definition av förstoring

$$m = \frac{y'}{y}$$



$$\tan(\theta) = y/s$$

$$\tan(\theta) = -y'/s'$$



$$\frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'}$$



$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Bildens riktning inverterad



Geometrisk optik

Speglar



Sammanfattning sfäriska speglar

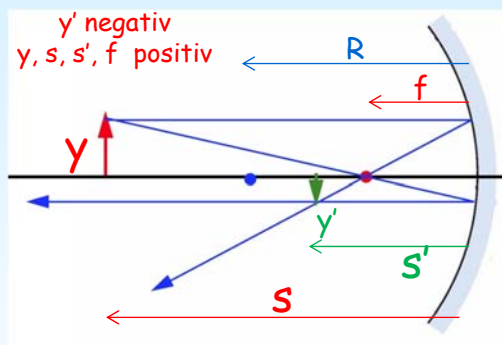
Tecken regler:

Positivt objekt avstånd (s) =
om objekt och inkommande ljus på samma sida.

Positivt bild avstånd (s') =
om bild och utgående ljus på samma sida.

Positiv krökningradie (R) =
om center på samma sida som utgående ljus.

Positiv förstoring (m) =
om samma riktningen av objekt och bild.



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



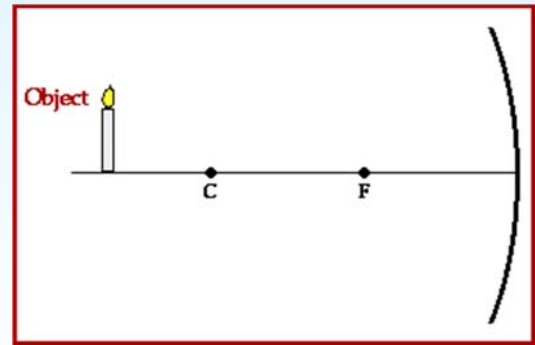
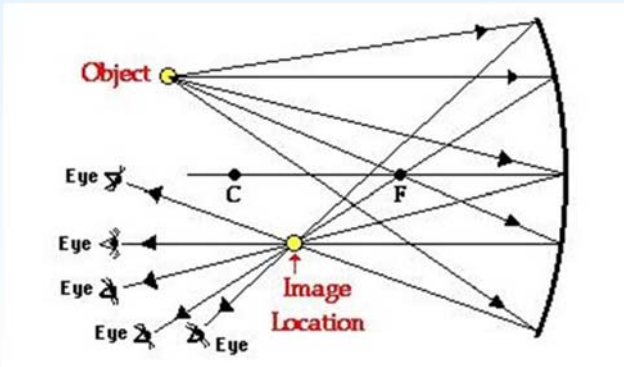
Geometrisk optik

Speglar



Ett oändligt antal strålar kan dras från ett objekt till sin bild.

Men endast två strålar behövs för att bestämma läget för bilden.



Geometrisk optik

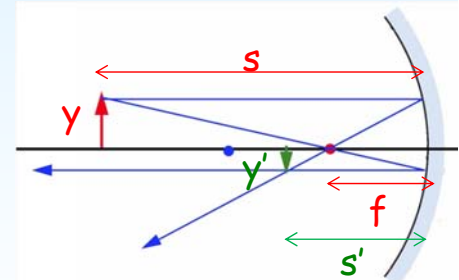
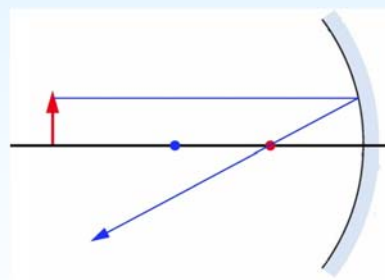
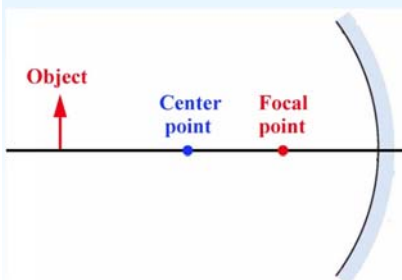
Speglar



Hur man hittar bilden i en konkav spegel

Botten av objektet är på den optiska axeln och så botten av bilden kommer också att vara på den optiska axeln.

Den övre delen av bilden kan hittas med vilka två strålar som helst. Använd till exempel två strålar som går genom brännpunkten.



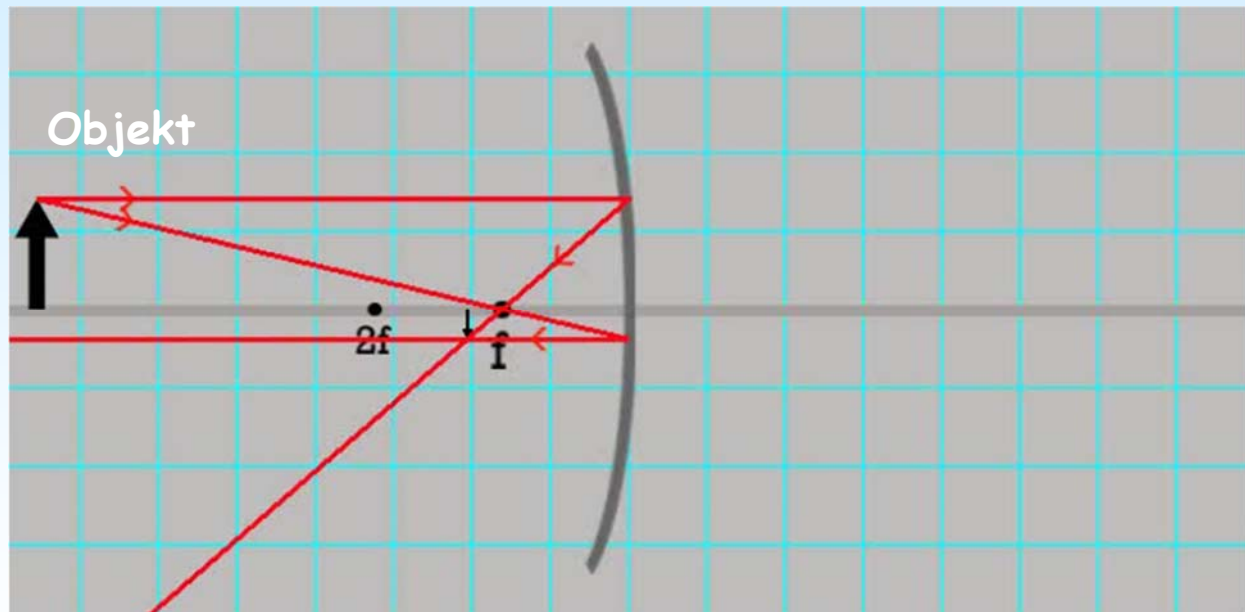
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



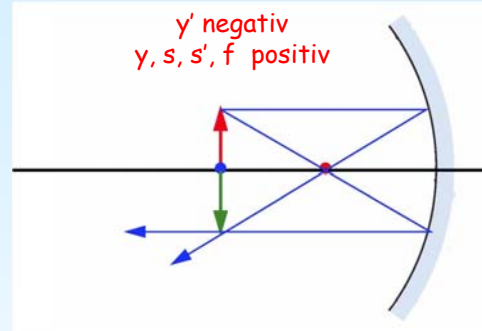
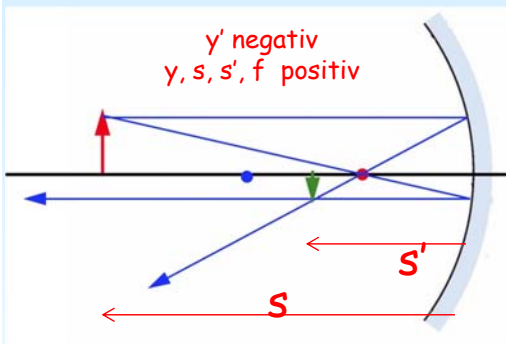
Geometrisk optik Speglar



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>

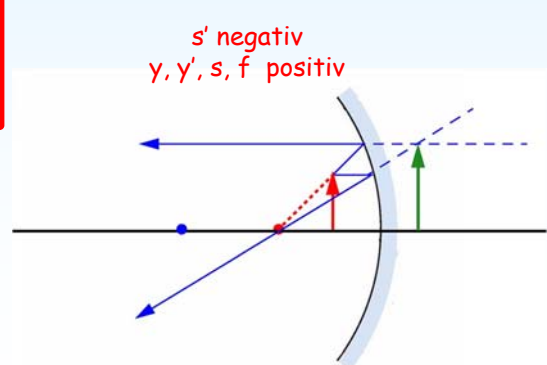
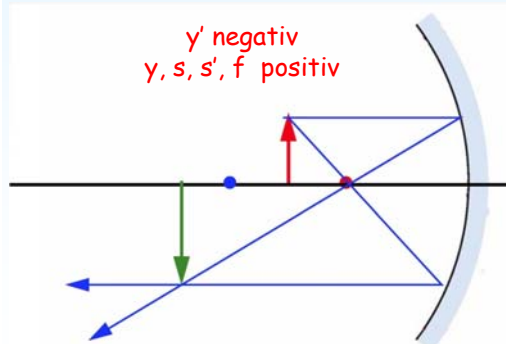


Geometrisk optik Speglar



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$





Geometrisk optik Problem



Del 3. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

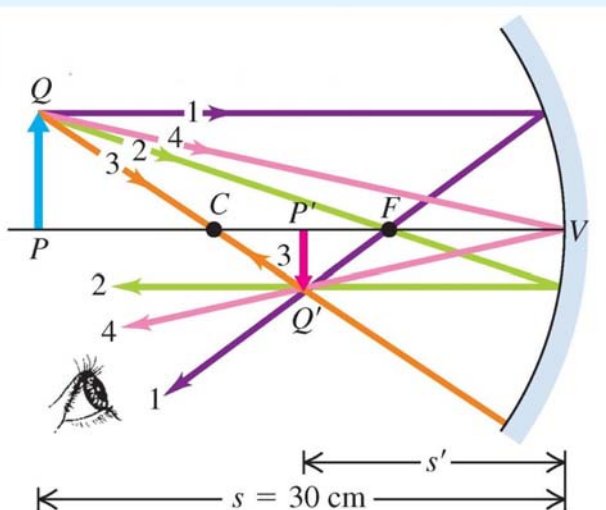


Geometrisk optik Problem



En konkav spegel har $R = 20$ cm.
Ett föremål placeras 30 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

$f = R/2 = 10$ cm och $s = 30$ cm

$$\frac{1}{30 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad s' = 15 \text{ cm}$$

$$m = -\frac{15 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = -\frac{1}{2}$$

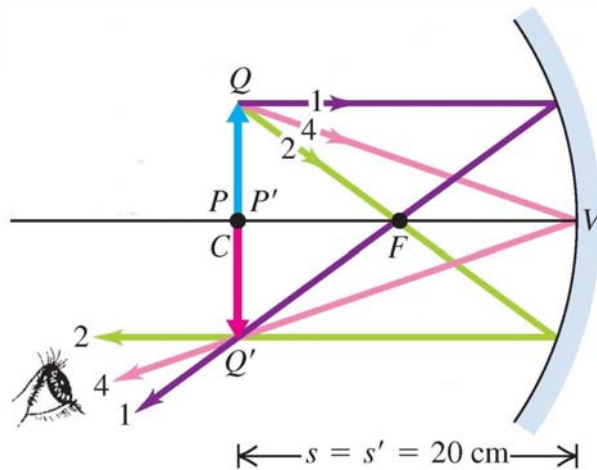


Geometrisk optik Problem



En konkav spegel har $R = 20$ cm.
Ett föremål placeras 20 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

$f = R/2 = 10$ cm och $s = 20$ cm

$$\frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad s' = 20 \text{ cm}$$

$$m = -\frac{20 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = -1$$

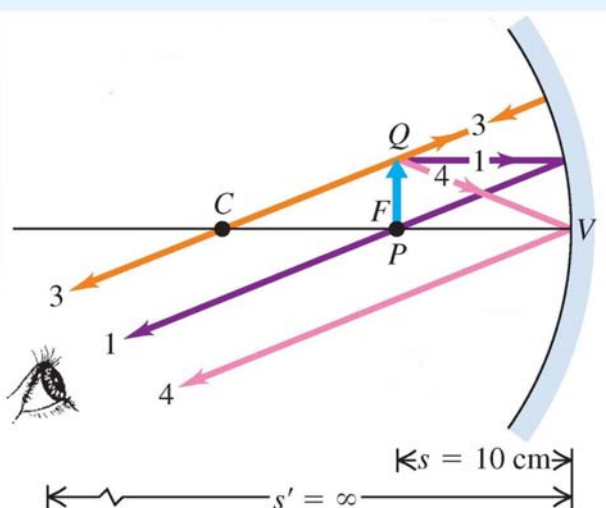


Geometrisk optik Problem



En konkav spegel har $R = 20$ cm.
Ett föremål placeras 10 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

$f = R/2 = 10$ cm och $s = 10$ cm

$$\frac{1}{10 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad s' = \infty \text{ (or } -\infty)$$

$$m = -\frac{\infty \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = -\infty \text{ (or } +\infty)$$

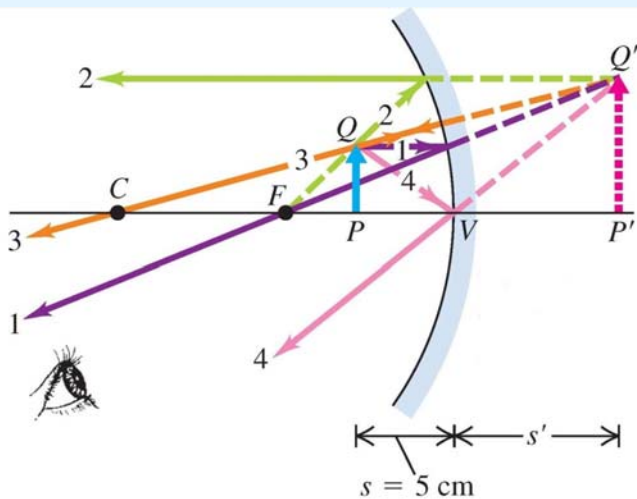


Geometrisk optik Problem



En konkav spegel har $R = 20$ cm.
Ett föremål placeras 5 cm framför spegeln.

Var hamnar bilden och vad blir förstoringen ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Alltid positiv för en konkav spegel

$$f = R/2 = 10 \text{ cm} \text{ och } s = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{5 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad s' = -10 \text{ cm}$$

$$m = -\frac{-10 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = +2$$

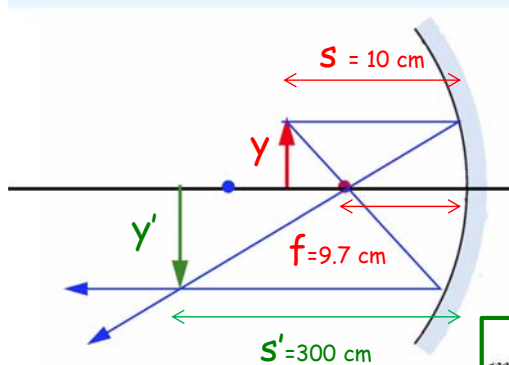


Geometrisk optik Problem



Ett 5 mm stort föremål placeras 10.0 cm framför en konkav spegel och ger en bild på en vägg 3.00 meter bort.

Vad är spegelns radie och brytpunktsavstånd ?
Vad är förstoringen och storleken av bilden ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{10.0 \text{ cm}} + \frac{1}{300 \text{ cm}} = \frac{2}{R}$$

$$R = 2 \left(\frac{1}{10.0 \text{ cm}} + \frac{1}{300 \text{ cm}} \right)^{-1} = 19.4 \text{ cm}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

$$f = R/2 = 9.7 \text{ cm}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{300 \text{ cm}}{10.0 \text{ cm}} = -30.0$$

Höjden av bilden är $30 \times 5 \text{ mm} = 150 \text{ mm}$



Del 4. Konvexa speglar



Vincent Hedberg - Lunds Universitet

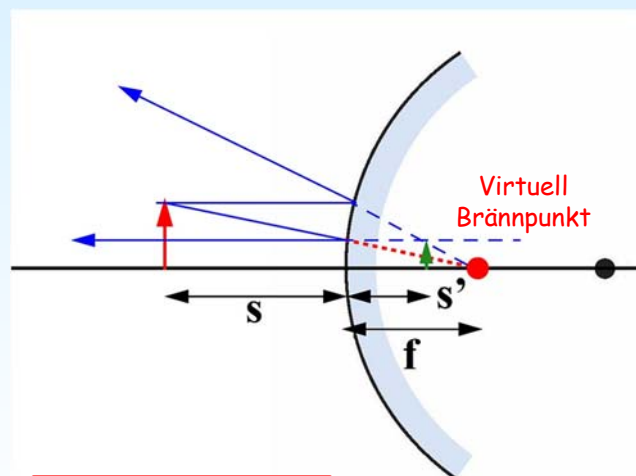
27



Konvexa speglar



https://www.youtube.com/watch?v=J6LQM6re_1s



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

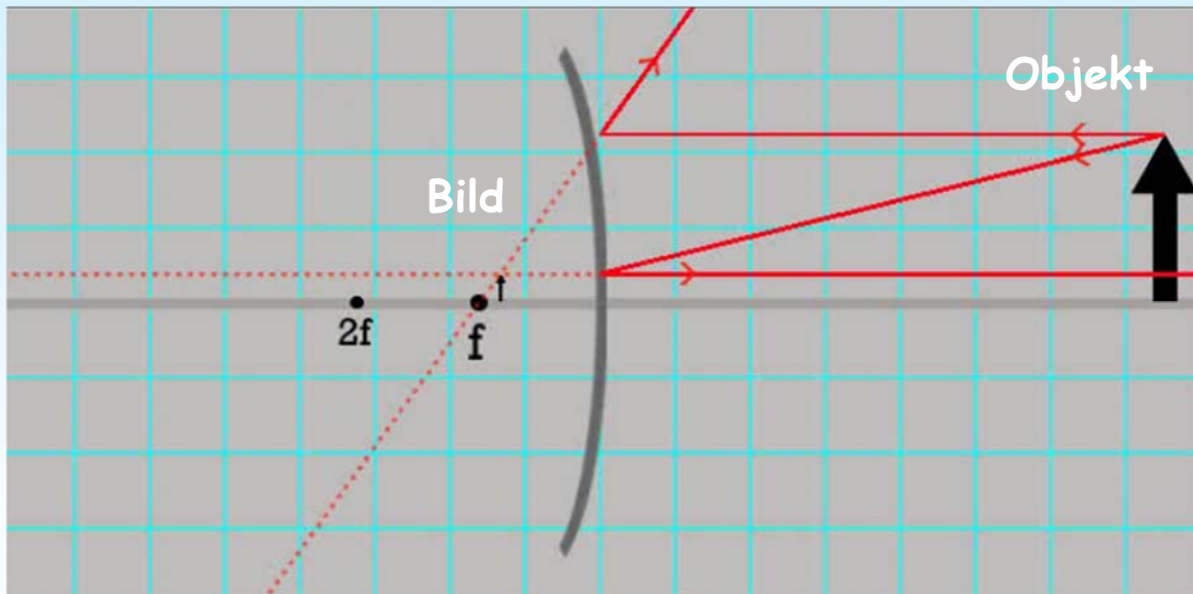
**s', f negativ
 y, y', s positiv**

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

28



Geometrisk optik Speglar



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>



Geometrisk optik Problem



Del 5. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

0



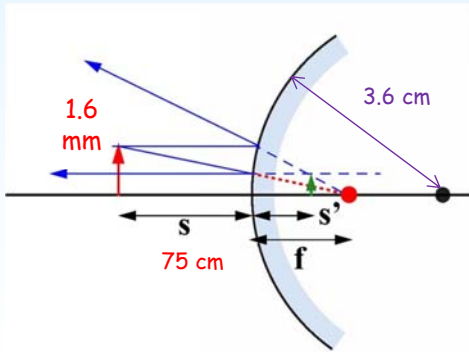
Geometrisk optik Problem



Jultomten som är 1.60 m hög, speglar sig i en julgranskula som har diametern 7.20 cm på ett avstånd av 0.750 m. En 1.6 mm stor mygga sitter på hans näsa.



Var hamnar bilden av myggan och hur stor är den ?



$$f = \frac{R}{2} = 7.2 / 2 / 2 = -1.80 \text{ cm}$$

f är negativ för en konvex spegel

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-1.80 \text{ cm}} - \frac{1}{75.0 \text{ cm}}$$

$$s' = -1.76 \text{ cm}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = \frac{-1.76 \text{ cm}}{75.0 \text{ cm}} = 0.0234$$

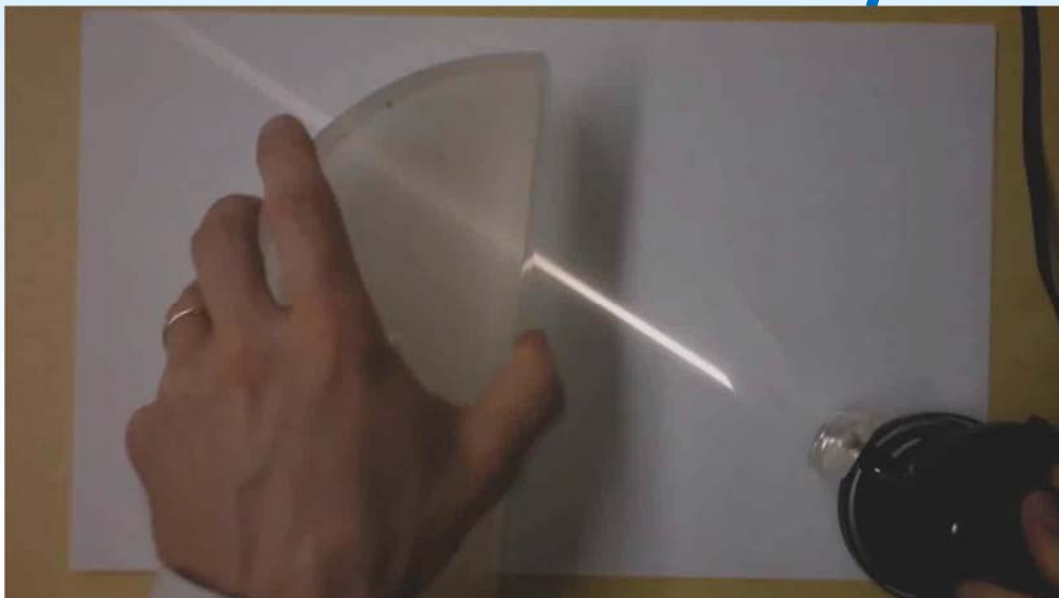
$$y' = my = 0.0234 \times 1.6 \text{ mm} = 3.8 \times 10^{-2} \text{ mm}$$



Geometrisk optik Sfäriska ytor



Del 6. Sfäriska ytor



<https://www.youtube.com/watch?v=uQE659ICjqQ>



Geometrisk optik Problem



Givet

En sfärisk yta med krökningsradien R som har ett objekt på avståndet s

Mål

Härled en formel så att man kan räkna ut var bilden hamnar dvs s'

Hur

Brytningslagen + Trigonometri



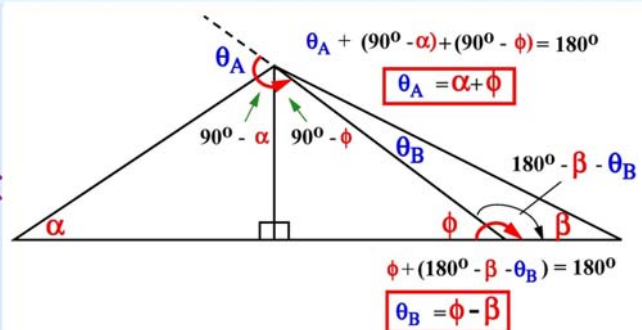
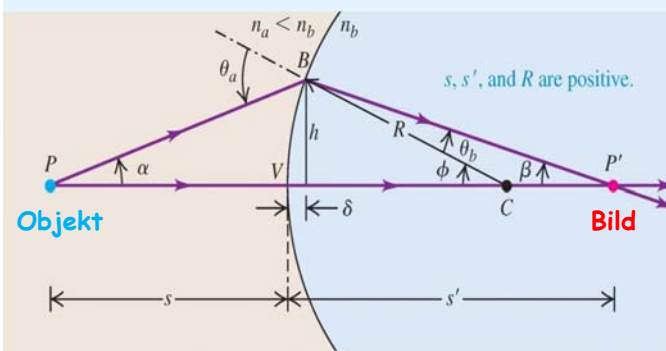
Geometrisk optik Sfäriska ytor



Steg 1

Trigonometri

Summan av vinklarna över en rak linje är 180 grader
➔ förhållande mellan θ och α , β , ϕ



$$\theta_A = \alpha + \phi$$

$$\theta_B = \phi - \beta$$



Geometrisk optik Sfäriska ytor

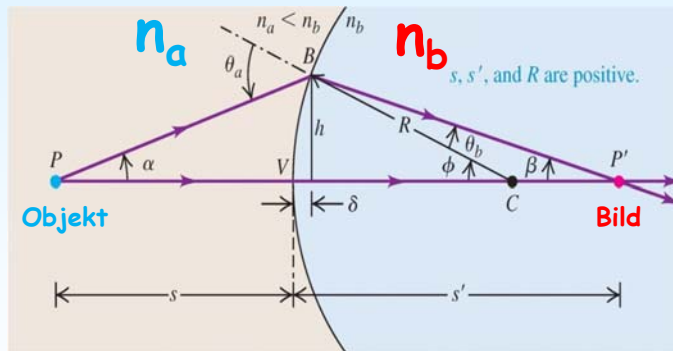


Steg 2

Brytninglagen

➔ förhållande mellan α , β , ϕ och n_a , n_b

Brytninglagen
 $n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$
 Om små vinklar:
 $n_a \theta_a = n_b \theta_b$



$$\theta_A = \alpha + \phi$$

$$\theta_B = \phi - \beta$$

$$n_a \alpha + n_b \beta = (n_b - n_a) \phi$$



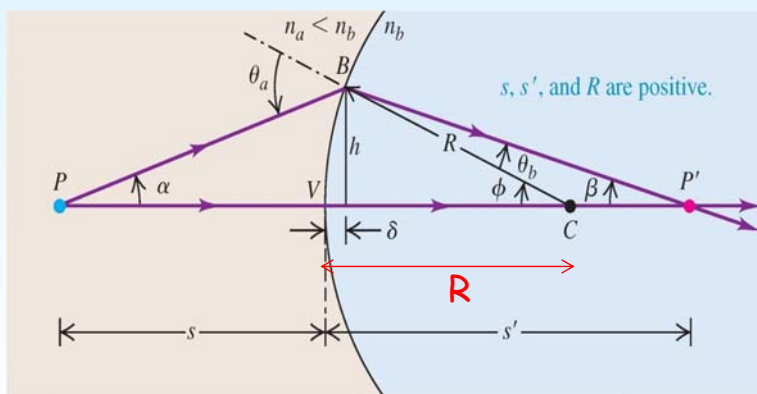
Geometrisk optik Sfäriska ytor



Steg 3

Trigonometri

Använd tangens på trianglarna
 ➔ förhållande mellan α , β , ϕ och S , R , S'



Om vinklarna och δ är små gäller:

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s'} \quad \phi = \frac{h}{R}$$

$$\tan \alpha = \frac{h}{s + \delta} \quad \tan \beta = \frac{h}{s' - \delta} \quad \tan \phi = \frac{h}{R - \delta}$$



Geometrisk optik

Sfäriska ytor



Steg 4 Kombinera steg 2 och 3

Steg 3: $\alpha = \frac{h}{s} \quad \beta = \frac{h}{s'} \quad \phi = \frac{h}{R}$

Steg 2: $n_a \alpha + n_b \beta = (n_b - n_a) \phi$

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$



Geometrisk optik

Sfäriska ytor



Givet

En sfärisk yta med krökningsradien R som har ett objekt på avståndet S och en bild på avståndet S'

Mål

Härled en formel så att man kan räkna ut förstoringen m

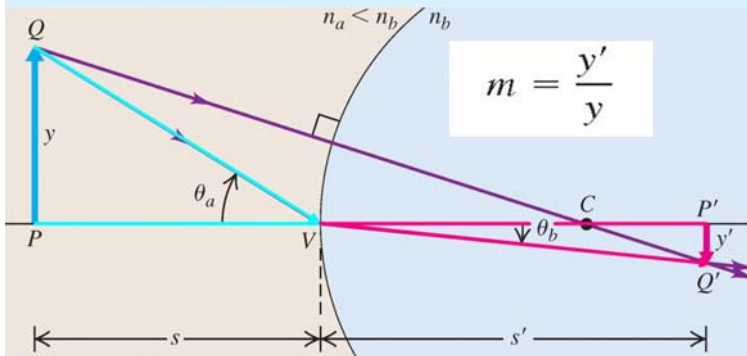
Hur

Brytningslagen + Trigonometri



Geometrisk optik

Sfäriska ytor



Steg 1 - Geometri

Bild riktning inverterad

$$\tan \theta_a = \frac{y}{s}$$

$$\tan \theta_b = \frac{-y'}{s'}$$

Om vinklarna är små:

$$\theta_a = y/s$$

$$\theta_b = -y'/s'$$

Steg 2 - Brytningslagen

$$n_a \sin \theta_a = n_b \sin \theta_b$$

Om vinklarna är små:

$$n_a \theta_a = n_b \theta_b$$

Kombinera steg 1 och 2

$$\frac{n_a y}{s} = -\frac{n_b y'}{s'}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$



Geometrisk optik

Sfäriska ytor



Sammanfattning - Sfäriska ytor

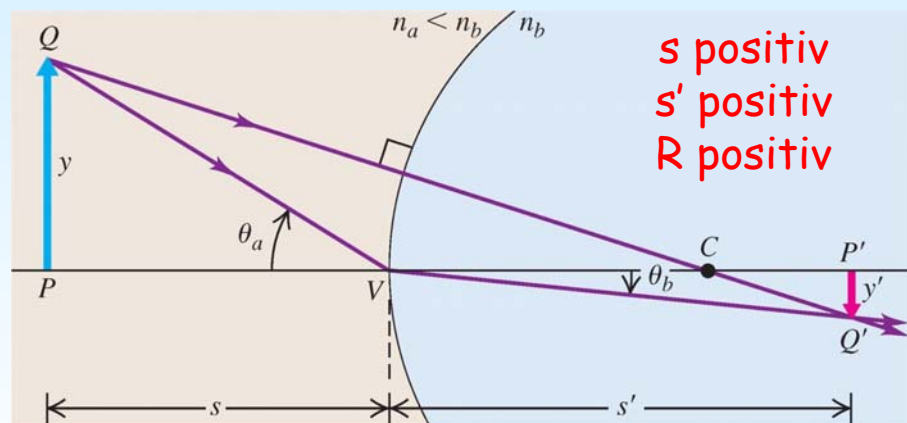
Tecken regler:

Positivt objekt avstånd (s)
objekt och inkommande ljus på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
bild och utgående ljus på samma sida.

Positiv krökningradie (R)
center på samma sida som utgående ljus.

Positiv förstoring (m)
samma riktningen av objekt och bild.



s positiv
s' positiv
R positiv

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$



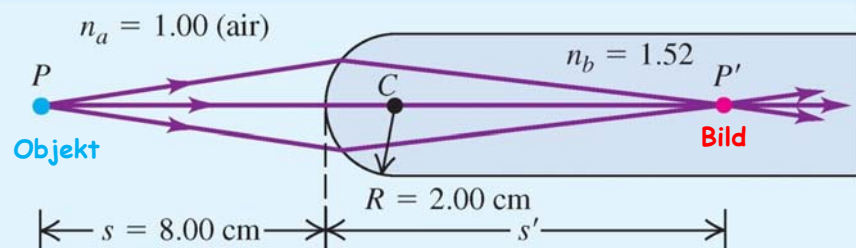
Del 7. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$



Var hamnar bilden och vad blir förstoringen?



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

Bildens avstånd

$$\frac{1.00}{8.00 \text{ cm}} + \frac{1.52}{s'} = \frac{1.52 - 1.00}{+2.00 \text{ cm}}$$

$$s' = +11.3 \text{ cm}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$

Förstoringen

$$m = -\frac{n_a s'}{n_b s} = -\frac{(1.00)(11.3 \text{ cm})}{(1.52)(8.00 \text{ cm})} = -0.929$$



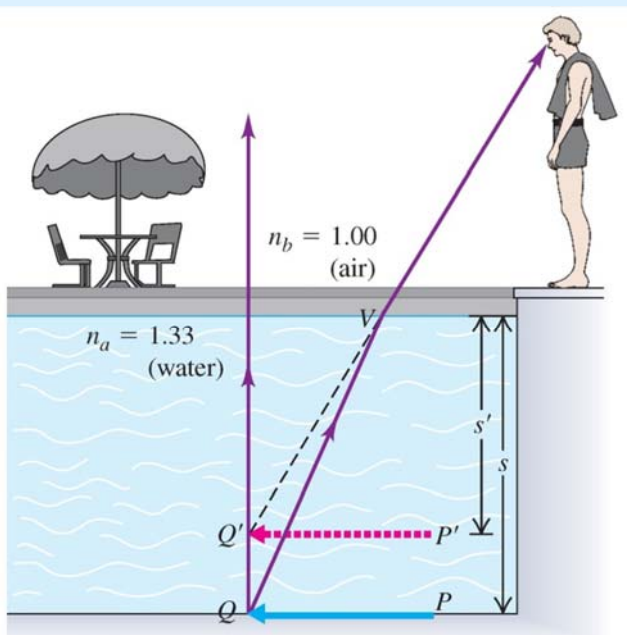
Del 8. Platta ytor



<https://www.youtube.com/watch?v=7aU8sX8cFNs>

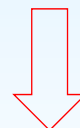


Special fall: Platt yta



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} = 0$$

∞



$$n_a/s = -n_b/s'$$

$$-s'/s = n_b/n_a$$



Geometrisk optik Problem



Del 9. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

0

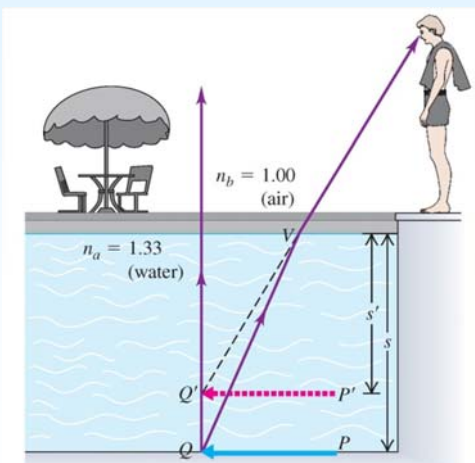


Geometrisk optik Problem



En simbassäng är 2 m djup. En person tittar rakt ner på botten.

Hur djup verkar polen att vara ?



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{1.33}{2.00 \text{ m}} + \frac{1.00}{s'} = 0$$

$$s' = -1.50 \text{ m}$$



Geometrisk optik Problem



The water in Flathead Lake is so clear that it appears very shallow. Can you believe it's actually 370 feet deep?



Image Credits: National Geographic

This is a simple illusion, but very cool nonetheless.

$$n_a / s = -n_b / s'$$

$$-s'/s = n_b/n_a = 1.00/1.33 = 0.75$$

Det vill säga brytningen av ljuset får sjön att se en faktor 0.75 grundare ut.

$$0.75 \times 370 \text{ feet} = 278 \text{ feet} = 85 \text{ m}$$

Sjön ska enligt artikeln se ut som om den är 85 m djup.

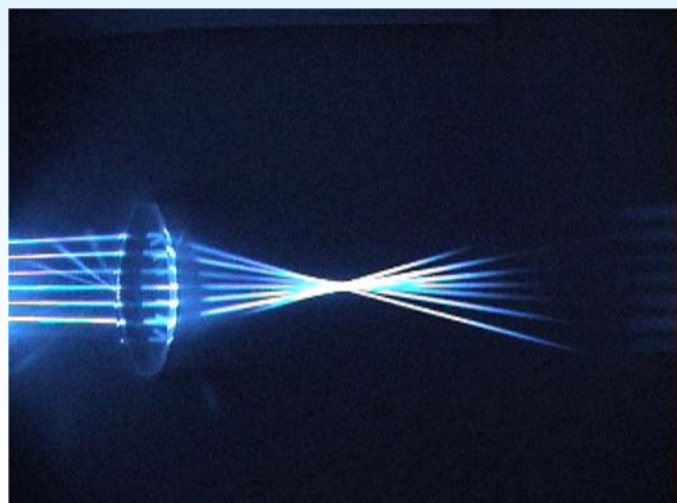
Detta stämmer uppenbarligen inte !
Sjön är här bara några meter djup.



Geometrisk optik Linser



Del 10. Konvexa linser





Geometrisk optik

Linser

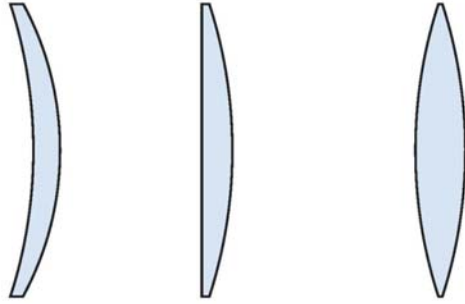


Olika typer av linser

En lins som är tjockare i mitten än i kanterna är konvergent.

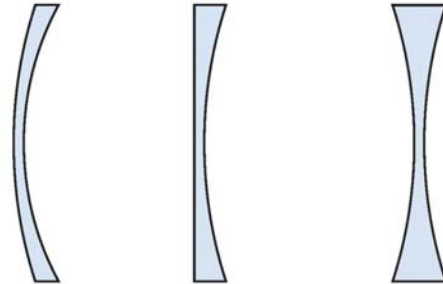
En lins som är tunnare i mitten än i kanterna är divergerande.

Converging lenses



Meniscus Planoconvex Double convex

Diverging lenses

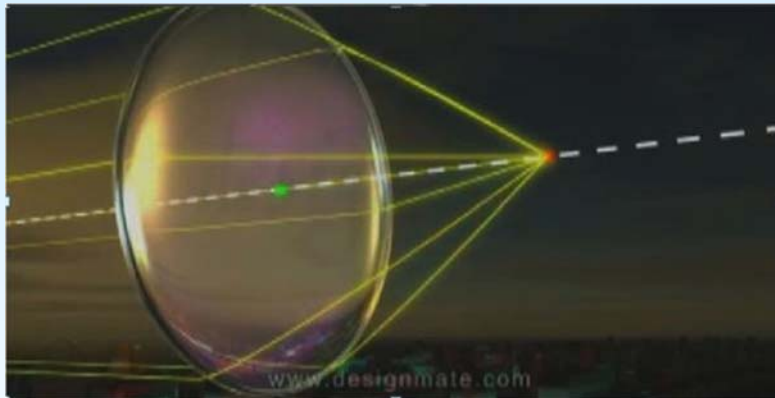


Meniscus Planoconcave Double concave

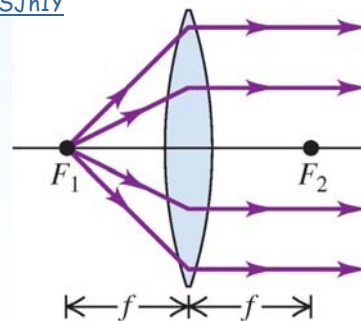
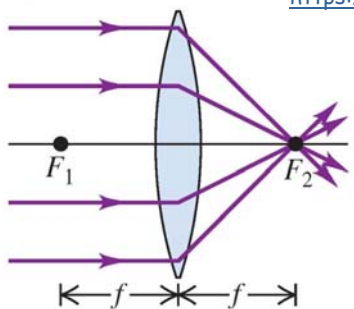


Geometrisk optik

Linser



https://www.youtube.com/watch?v=4zuB_dSJn1Y



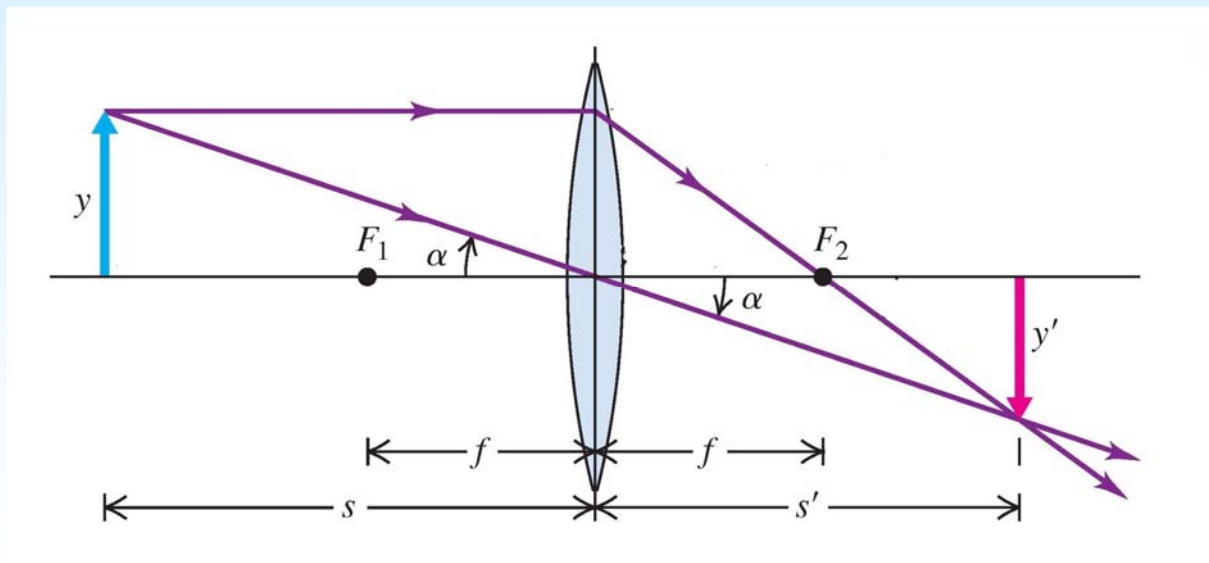


Geometrisk optik

Linser



Två användbara strålar



Geometrisk optik

Linser



Givet

En lins med brytpunktsavståndet f som har ett objekt på avståndet s

Mål

Härled en formel för förstoringen m

Härled en formel så att man kan räkna ut var bilden hamnar dvs s'

Hur

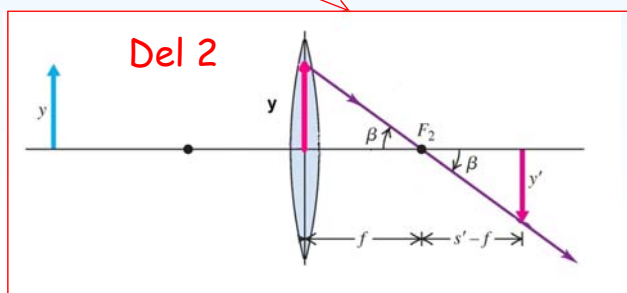
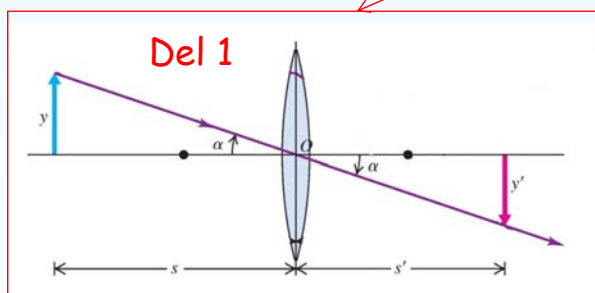
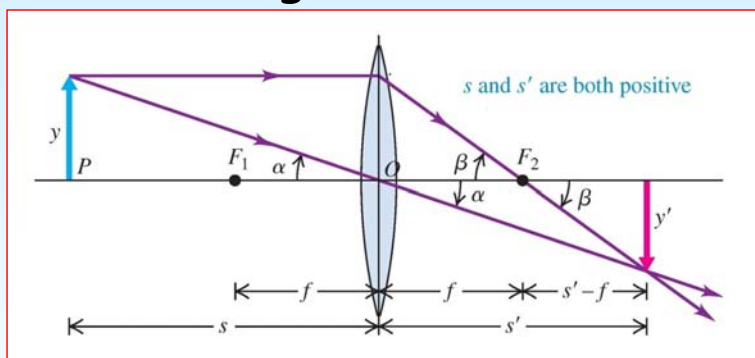
Trigonometri



Geometrisk optik Linser



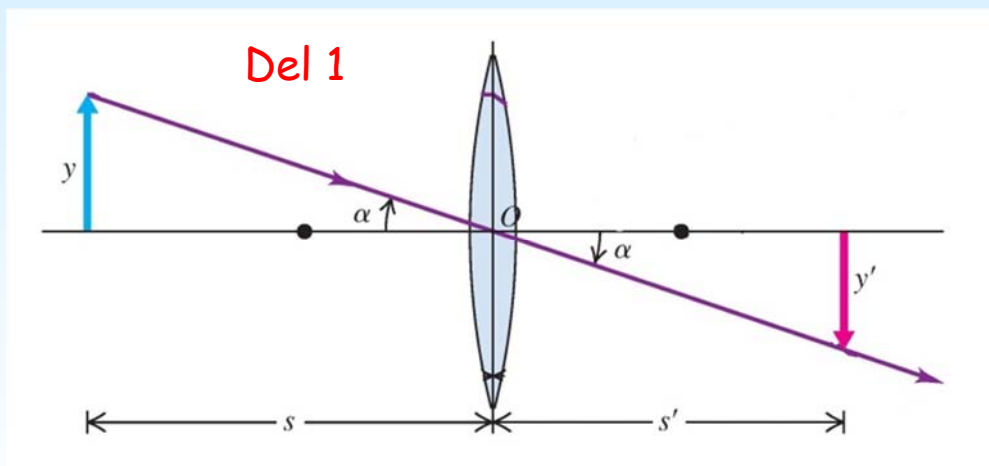
Härledning av lens formler



Geometrisk optik Linser



Förstoringsformeln för linser

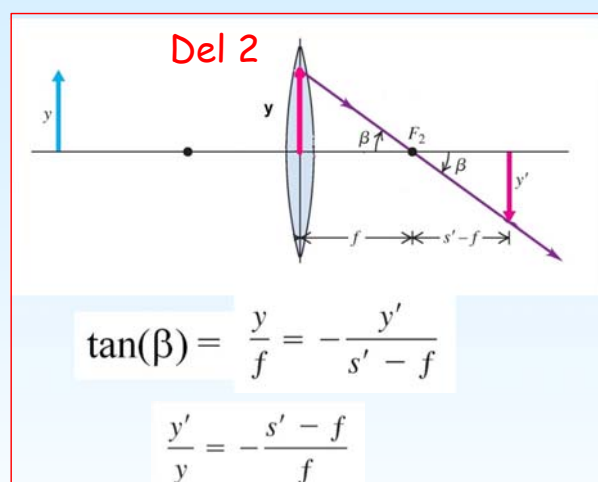
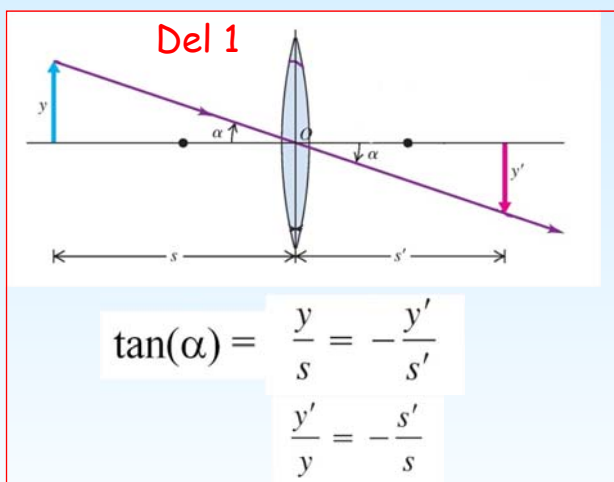


$$\tan(\alpha) = \frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'} \quad \Rightarrow \quad \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



Geometrisk optik

Linser

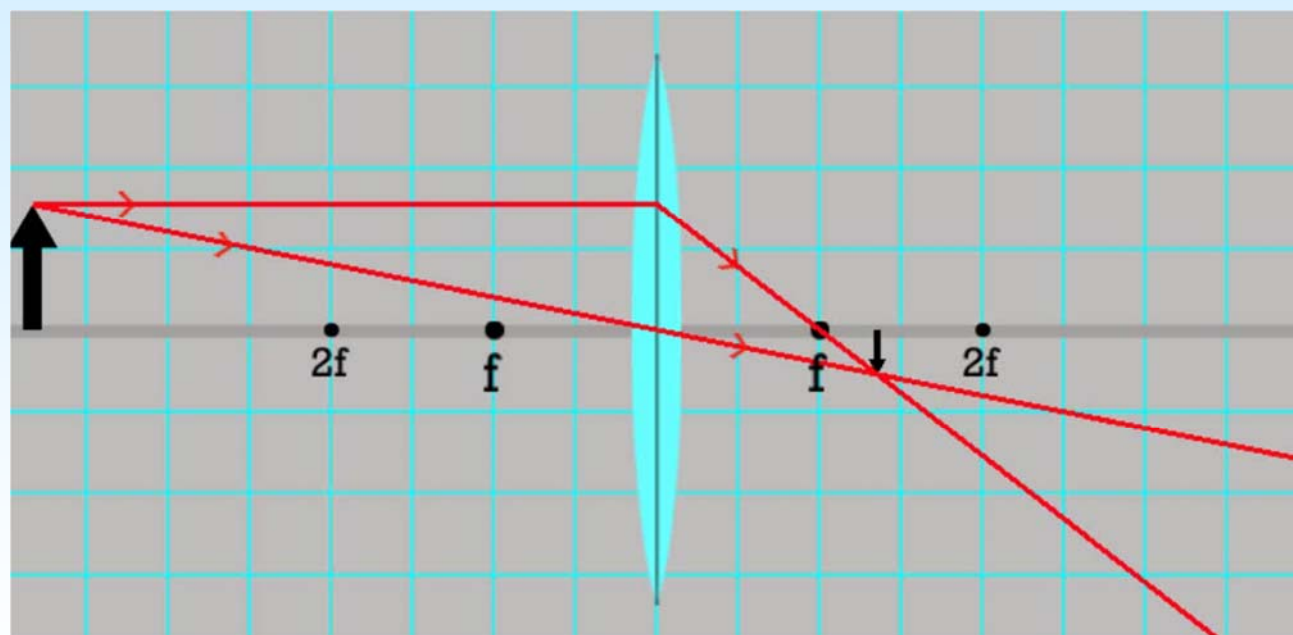


$$-\frac{s'}{s} = -\frac{s' - f}{f} \Rightarrow \frac{s'}{s} = \frac{s' - f}{f} \Rightarrow \frac{1}{s} = \frac{s' - f}{fs'} = -\frac{1}{f} + \frac{1}{s'} \Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$



Geometrisk optik

Linser

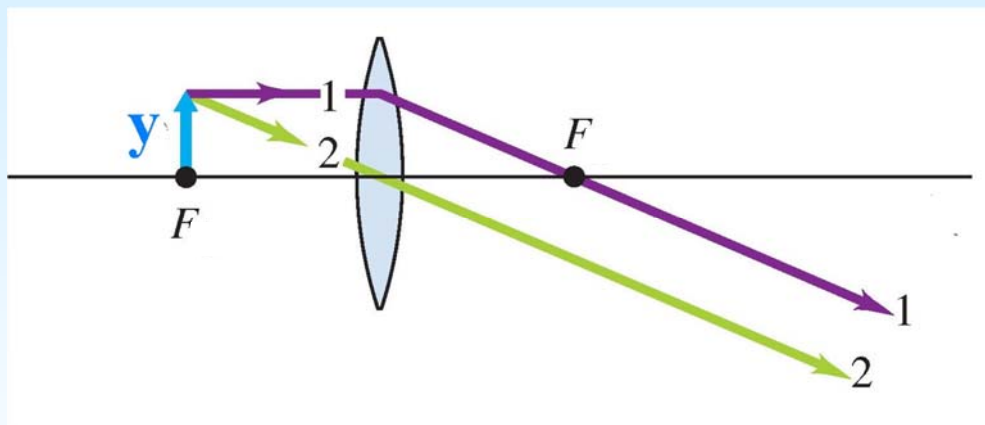


<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>



Geometrisk optik

Linser



Ett föremål placerat vid brännpunkten verkar vara oändligt långt borta



Geometrisk optik

Linser



Tecken regler:

Positivt objekt avstånd (s)
objekt och inkommande ljus på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
bild och utgående ljus på samma sida.

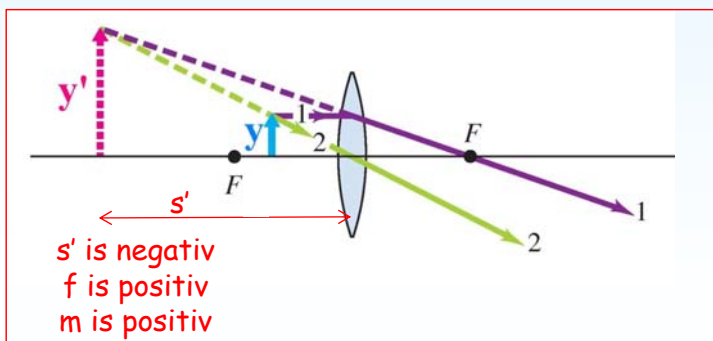
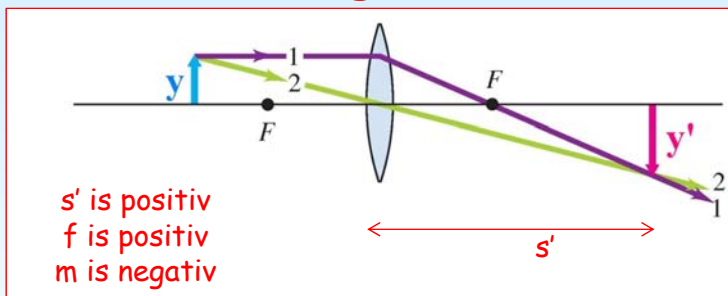
Positivt brännpunktsavstånd (f)
Konvergerande (konvexa) linser

Positiv förstoring (m)
samma riktningen av objekt och bild.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

Sammanfattning konvexa linser





Geometrisk optik

Linser



Gauss formel

Newtons formel

Formelsamling

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$$f = \frac{s s'}{s + s'}$$

$$s = \frac{s' f}{s' - f}$$

$$s' = \frac{s f}{s - f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$m = -\frac{f}{s - f}$$

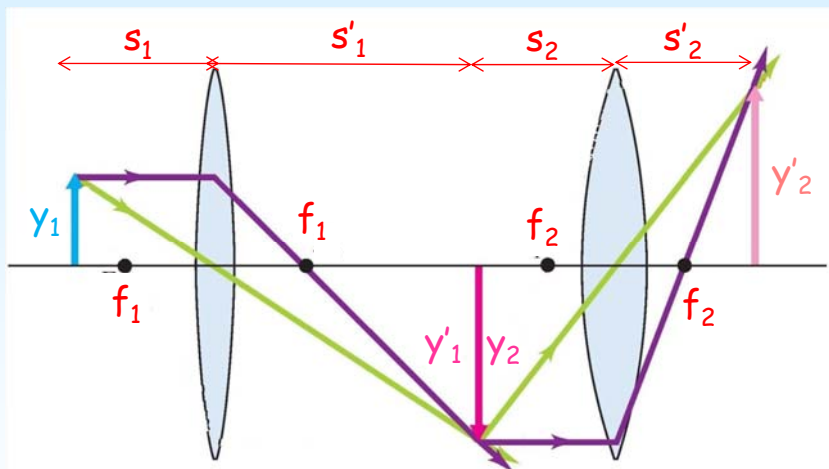


Geometrisk optik

Linser



Kombinera två linser



$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1}$$

$$m_1 = -\frac{s'_1}{s_1}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2}$$

$$m_2 = -\frac{s'_2}{s_2}$$

$$\Rightarrow m = m_1 m_2 = \frac{s'_1 s'_2}{s_1 s_2}$$



Geometrisk optik Problem



Del 11. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

0

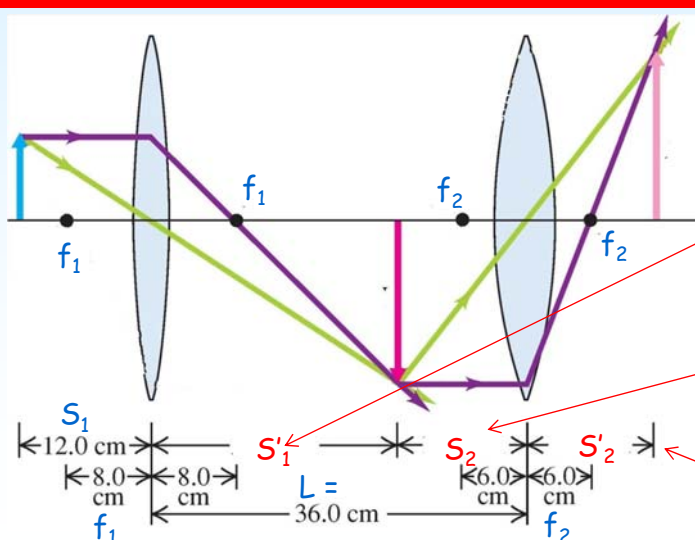


Geometrisk optik Problem



Två linser med $f_1 = 8.0$ cm och $f_2 = 6.0$ cm placeras 36.0 cm i från varandra. Ett föremål placeras 12.0 cm framför den första linsen.

Var är läget av bilden ?



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{12.0 \text{ cm}} + \frac{1}{S'_1} = \frac{1}{8.0 \text{ cm}} \quad S'_1 = +24.0 \text{ cm}$$

$$S_2 = L - S'_1 = 36 - 24 = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{12.0 \text{ cm}} + \frac{1}{S'_2} = \frac{1}{6.0 \text{ cm}} \quad S'_2 = +12.0 \text{ cm}$$

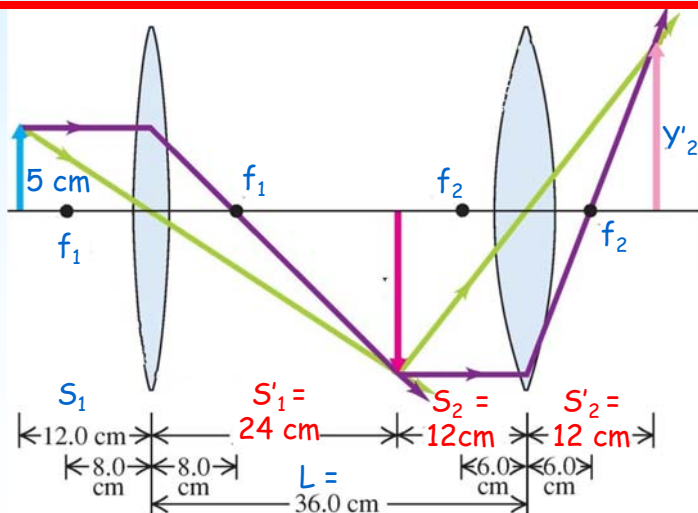


Geometrisk optik Problem



Två linser med $f_1 = 8.0$ cm och $f_2 = 6.0$ cm placeras 36.0 cm i från varandra. Ett föremål som är 5.0 cm högt placeras 12.0 cm framför den första linsen.

Vad är storlekheten Y'_2 av bilden ?



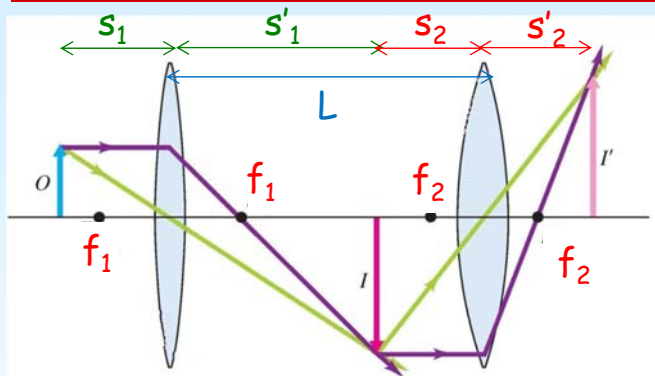
$$m = m_1 m_2 = \frac{s'_1 s'_2}{s_1 s_2}$$

$$m = m_1 m_2 = \frac{24 \cdot 12}{12 \cdot 12} = +2.0$$

$$Y'_2 = 5.0 \times 2.0 = 10 \text{ cm}$$



Geometrisk optik Problem



Givna: s_1, f_1, f_2 and L

Ge ett uttryck för s'_2

$$L = s'_1 + s_2$$

$$s = \frac{s'f}{s' - f}$$

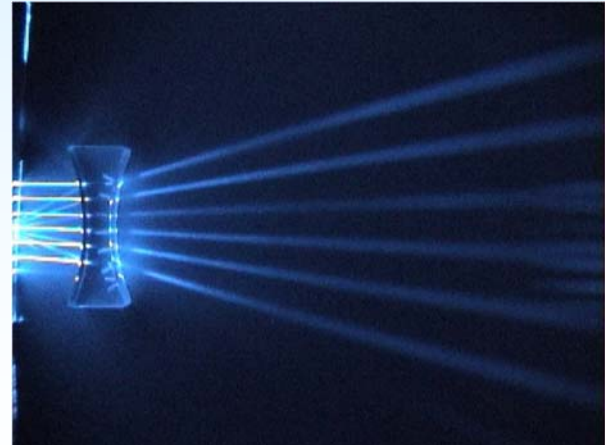
$$s' = \frac{sf}{s - f}$$

$$s_2 = L - s'_1 = L - \frac{s_1 f_1}{s_1 - f_1}$$

$$s'_2 = \frac{s_2 f_2}{s_2 - f_2} = \frac{L f_2 - \frac{s_1 f_1 f_2}{s_1 - f_1}}{L - \frac{s_1 f_1}{s_1 - f_1} - f_2}$$



Del 12. Konkava linser



Linser

Converging lenses



Meniscus



Planoconvex



Double convex

Diverging lenses



Meniscus



Planoconcave

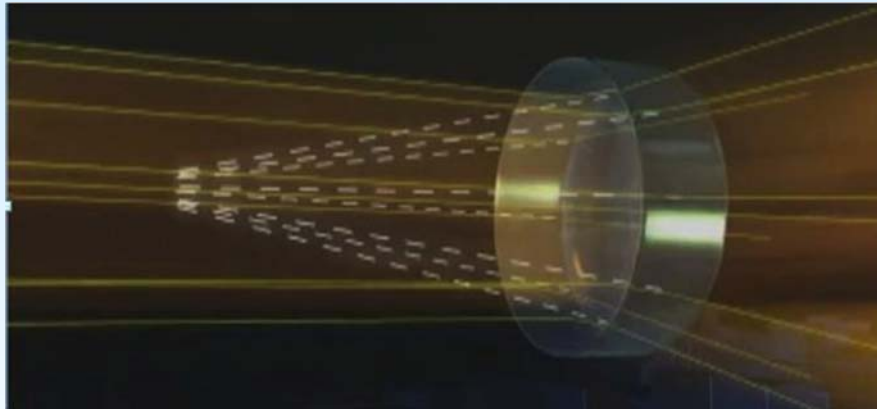


Double concave

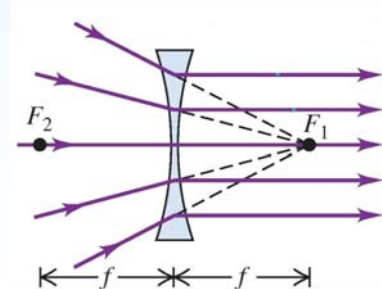
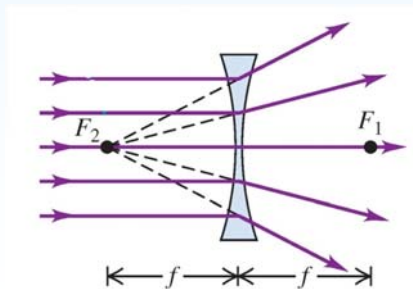




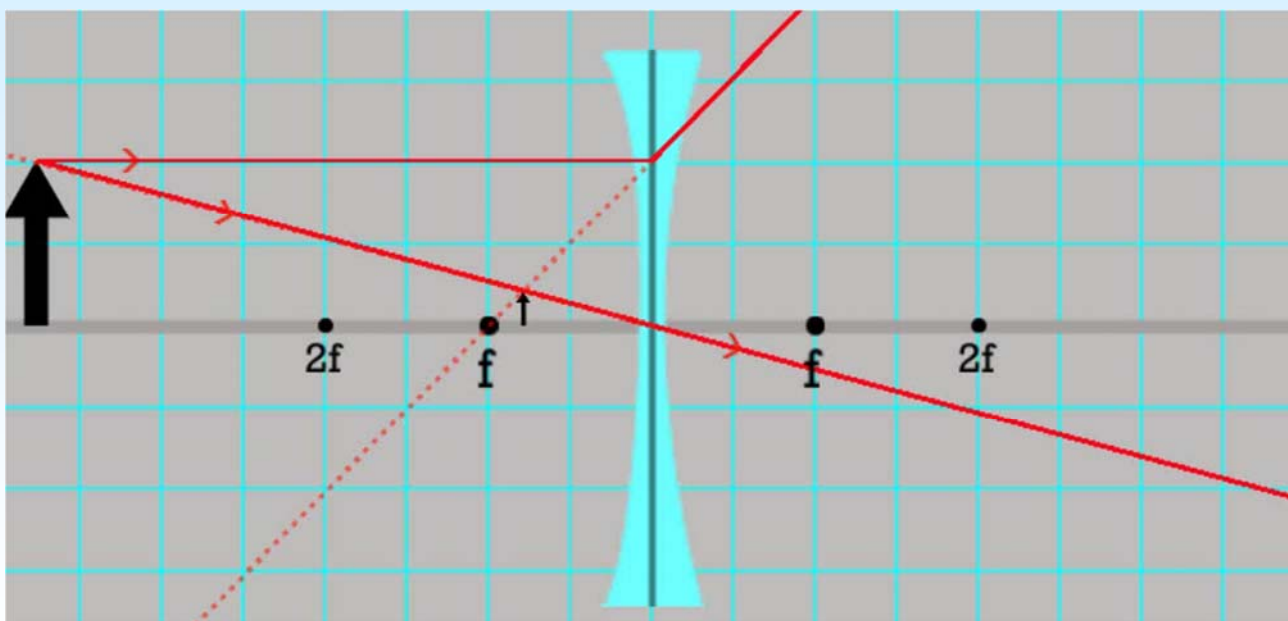
Geometrisk optik Linser



https://www.youtube.com/watch?v=4zuB_dSJn1Y



Geometrisk optik Linser



<http://simbucket.com/lensesandmirrors/>

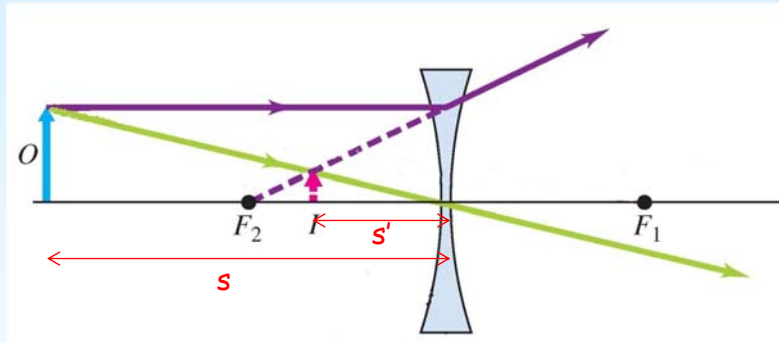


Geometrisk optik

Linser



Lins formeln för konkava linser



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

f är negativ för divergerande linser

s' är negativ för divergerande linser

$$m = -\frac{s'}{s}$$

m är positiv



Geometrisk optik

Problem



Del 13. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

0



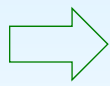
Geometrisk optik Problem



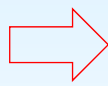
En divergerande lens har brännpunktsavståndet 20.0 cm.
Förstoringen är 1/3.

Vad är läget av objektet och bilden ?

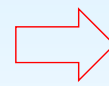
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$



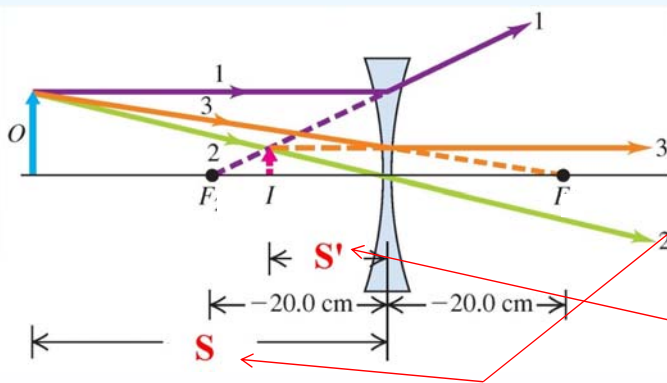
$$m = -\frac{s'}{s} = \frac{1}{3}$$



$$s' = -\frac{s}{3}$$



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$



$f = -20.0 \text{ cm}$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{-s/3} = \frac{1}{s} - \frac{3}{s} = -\frac{2}{s} = \frac{1}{f}$$

$$s = -2f = -2(-20.0 \text{ cm}) = 40.0 \text{ cm}$$

$$s' = -\frac{s}{3} = -\frac{40.0 \text{ cm}}{3} = -13.3 \text{ cm}$$



Geometrisk optik Linser



Del 14. Linsmakarens formel





Geometrisk optik

Linser

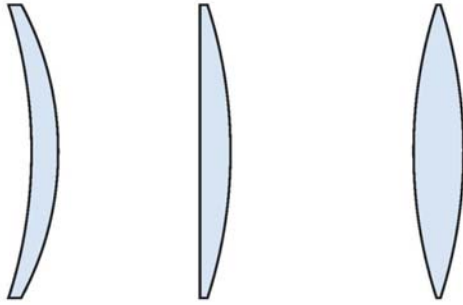


Olika typer av linser

En lins som är tjockare i mitten än i kanterna är konvergent (f är positivt)

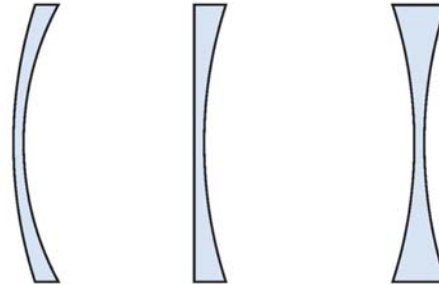
En lins som är tunnare i mitten än i kanterna är divergerande (f är negativt)

Converging lenses



Meniscus Planoconvex Double convex

Diverging lenses



Meniscus Planoconcave Double concave



Geometrisk optik

Linser



Givet

En lins med brytningsindex n och krökningradierna R_1 och R_2 som har ett objekt på avståndet S

Mål

Härled linsmakarformeln så att man kan räkna ut var bilden hamnar
dvs S'

Hur

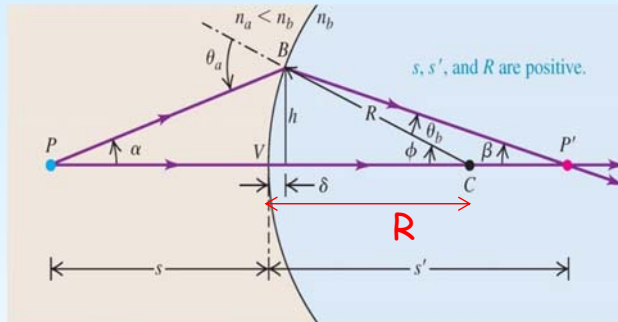
Använd formeln för brytningen i en sfärisk yta



Geometrisk optik Linser



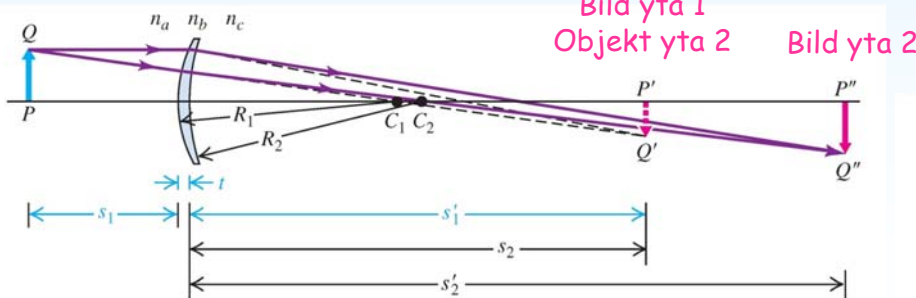
Sfärisk yta



$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$

Objekt yta 1



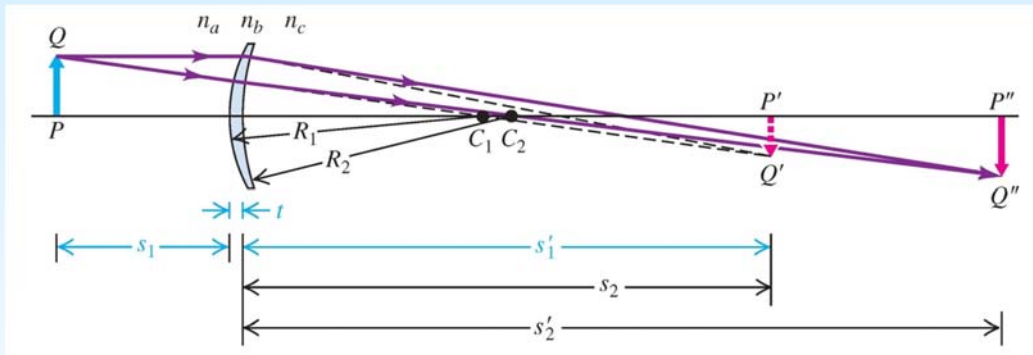
Steg 1

$$\frac{n_a}{s_1} + \frac{n_b}{s'_1} = \frac{n_b - n_a}{R_1}$$

$$\frac{n_b}{s_2} + \frac{n_c}{s'_2} = \frac{n_c - n_b}{R_2}$$



Geometrisk optik Linser



Steg 1

$$\frac{n_a}{s_1} + \frac{n_b}{s'_1} = \frac{n_b - n_a}{R_1}$$

$$\frac{n_b}{s_2} + \frac{n_c}{s'_2} = \frac{n_c - n_b}{R_2}$$

Steg 2

$$n_a = n_c = 1$$

$$n_b = n$$

$$s_2 = -s'_1$$

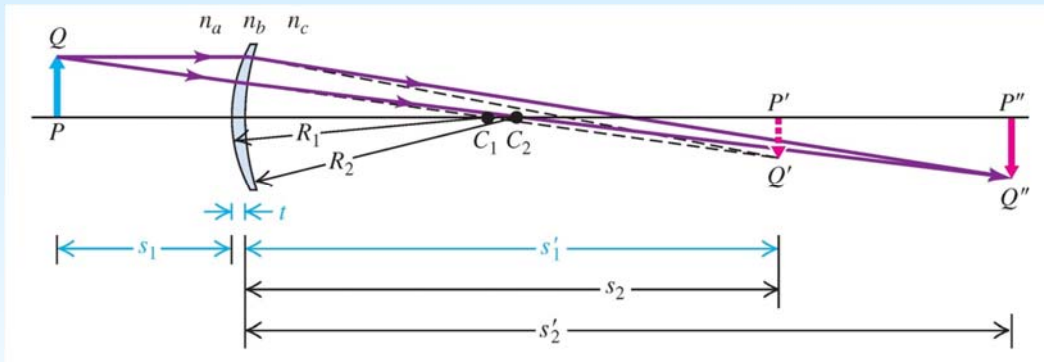


$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n - 1}{R_1}$$

$$-\frac{n}{s'_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1 - n}{R_2}$$



Geometrisk optik Linser



Steg 2

$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n-1}{R_1}$$

$$-\frac{n}{s'_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1-n}{R_2}$$



Steg 3

Addera de två ekvationerna:

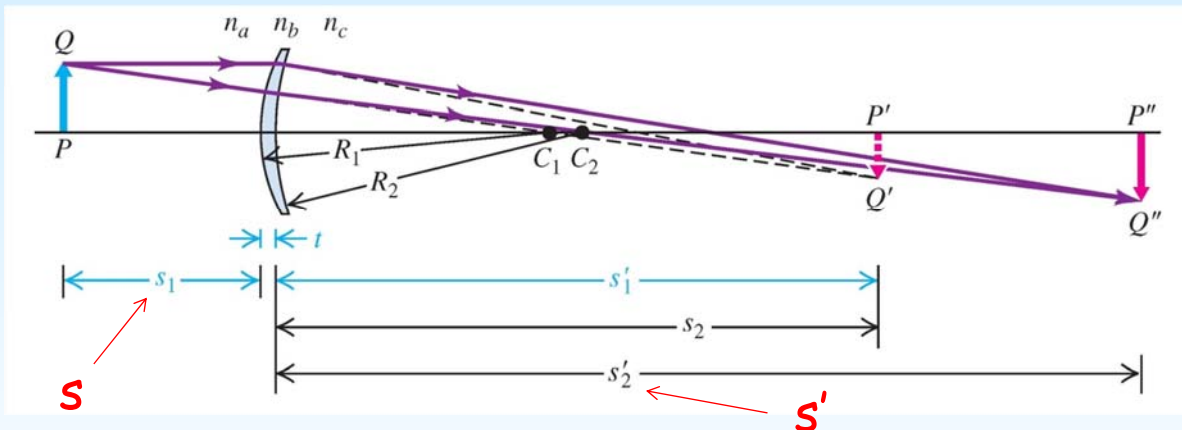
$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{n-1}{R_1} + \frac{1-n}{R_2}$$

Förenkla:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



Geometrisk optik Linser



Steg 3

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

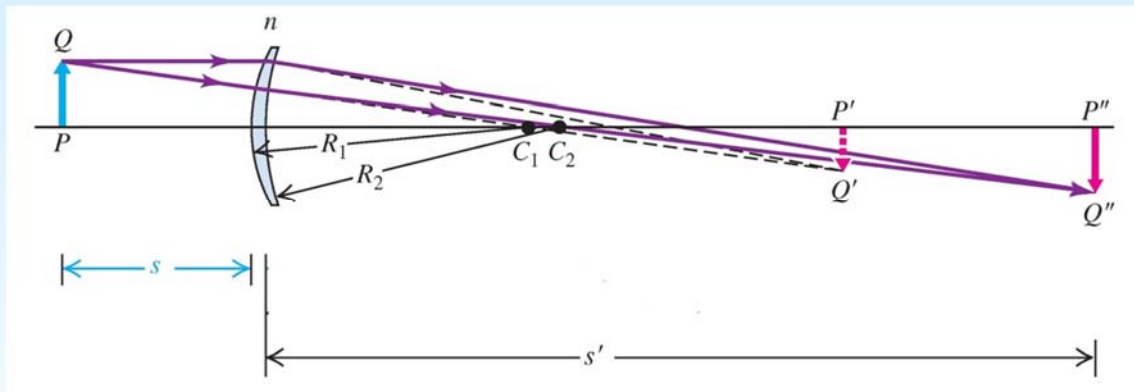
Step 4

$$s_1 = s, \quad s'_2 = s' \Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



Geometrisk optik

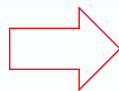
Linser



Steg 5

kombinera ny och gammal formel

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



Linsmakarens ekvation

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$



Geometrisk optik

Linser



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$m = -\frac{s'}{s}$$

$$m = \frac{y'}{y}$$

Tecken regel för krökningsradie - R är positiv om centrum är på sidan med utgående ljus.



f = positiv R₁ = positiv R₂ = positiv s' = positiv eller negativ



f = positiv R₁ = positiv R₂ = negativ s' = positiv eller negativ



f = negativ R₁ = negativ R₂ = positiv s' = negativ



Geometrisk optik Problem



Del 15. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

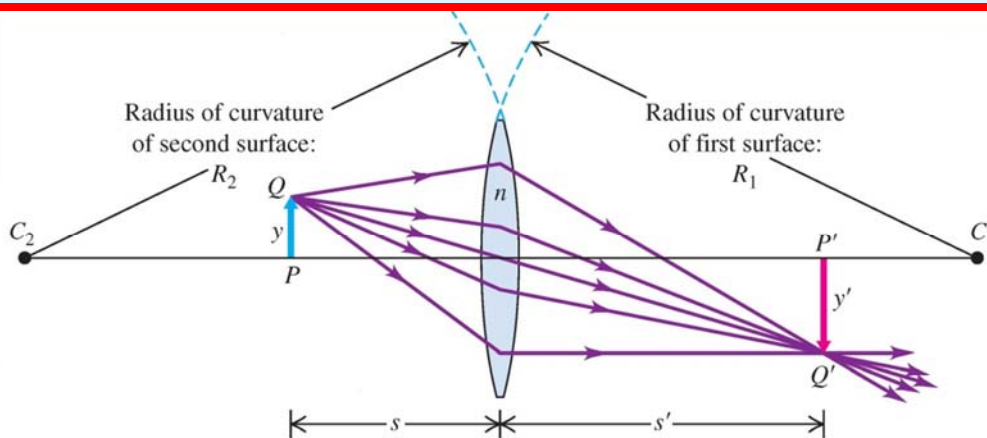
0



Geometrisk optik Problem



En dubbel konvex lins har $R_1 = R_2 = 10$ cm och $n = 1.52$
Vad är brännpunktsavståndet ?



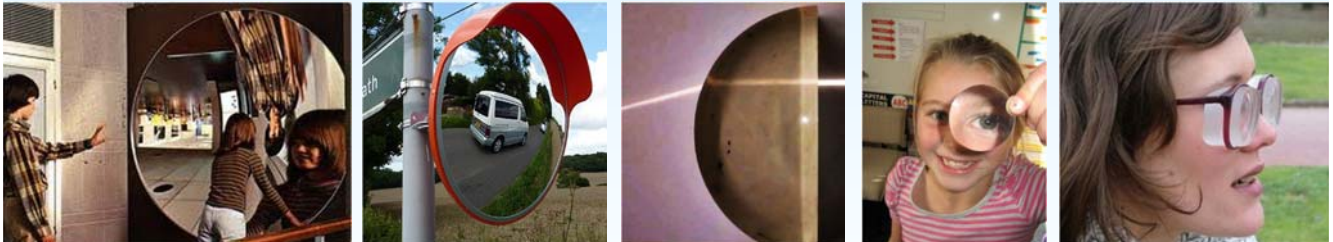
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (1.52 - 1) \left(\frac{1}{+10 \text{ cm}} - \frac{1}{-10 \text{ cm}} \right)$$

$$f = 9.6 \text{ cm}$$



Del 16. Sammanfattning



Konkav
spegel

Konvex
spegel

Sfärisk
yta

Konvex
lins

Konkav
lins



Formler

Konkav
spegel

Konvex
spegel

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$f = \frac{R}{2}$$

Sfärisk
yta

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$$

Konvex
lins

Konkav
lins

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$



Geometrisk optik Sammanfattning



Tecken regler speglar:

Positivt objekt avstånd (s)
om objekt och inkommande ljus
på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
om bild och utgående ljus
på samma sida.

Positiv krökningradie (R)
om center på samma sida
som utgående ljus.

Positiv förstoring (m)
om samma riktningen
av objekt och bild.

Tecken regler linser:

Positivt objekt avstånd (s)
om objekt och inkommande ljus
på samma sida.

Positivt bild avstånd (s')
om bild och utgående ljus
på samma sida.

Positivt brännpunktsavstånd (f)
Konvergerande (konvexa) linser

Positiv förstoring (m)
om samma riktningen
av objekt och bild.



Geometrisk optik Kameran



Del 17. Kameran





Geometrisk optik

Kameran

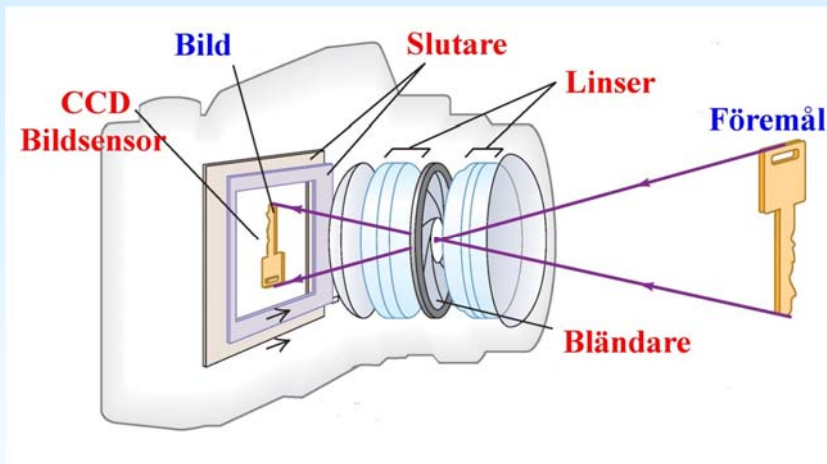


<https://www.youtube.com/watch?v=QAdkyA596xU>



Geometrisk optik

Kameran



De två viktigaste uppgifterna för en kamera:

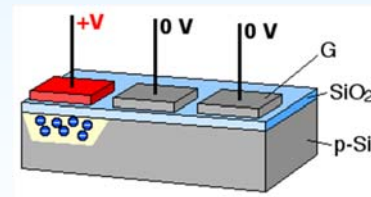
1. Fokusering av bilden på bildsensorn (CCD)
2. Lagom exponering (rätt mängd ljus på bildsensorn)

CCD

Charge Coupled Device

I varje pixel omvandlas rött, grönt och blått ljus till elektroner.

Elektronerna leds ut till kanterna av sensorn.

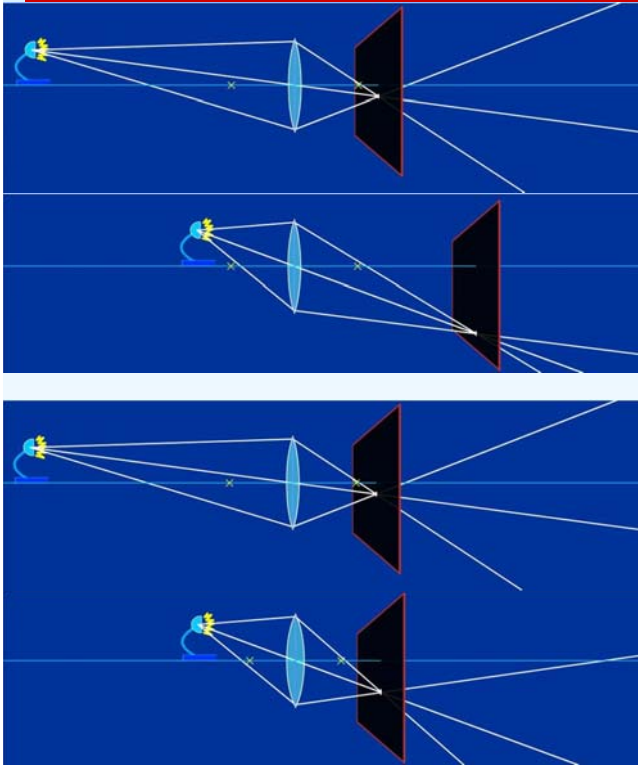


Elektronernas laddning omvandlas sedan till ett digitalt värde.



Geometrisk optik

Kameran



Fokusering

1. Ändra avståndet mellan linsen och CCD.

eller

2. Ändra brännvidden av objektivet.

Telefoto lins: Lång brännvidd
Vidvinkel lins: Kort brännvidd



Geometrisk optik

Kameran



Exponering: ljusenergi per ytenhet som träffar CCD

Exponeringen beror på slutartiden och bländaren.

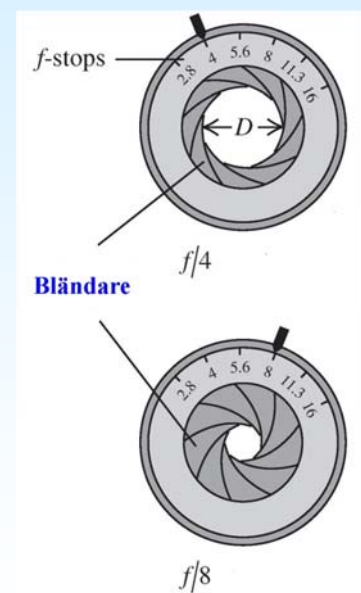
Långa slutartider leder till problem om objektet rör sig.

Öppningen styrs av bländaren som kan ändra sin diameter (D).

$$f_{\text{nummer}} = f / D \quad \text{Exponering} \sim 1 / f_{\text{nummer}}^2$$

$f/2$ $f/2.8$ $f/4$ $f/5.6$ $f/8$ $f/11$ $f/16$

f_{nummer}



Litet f_{nummer} = Stor D



Geometrisk optik

Kameran



Kamera utan zoom lins



50 mm
1:1.7

Brännpunkts avstånd: $f = 50 \text{ mm}$
 $f_{\text{nummer}} = 1.7$

Bländarens diameter: $D = f / f_{\text{nummer}} = 50 / 1.7 = 29 \text{ mm}$

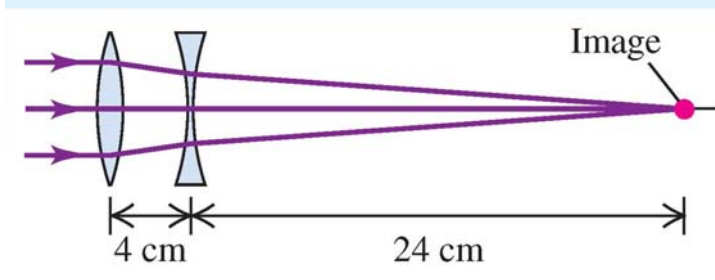


Geometrisk optik

Kameran

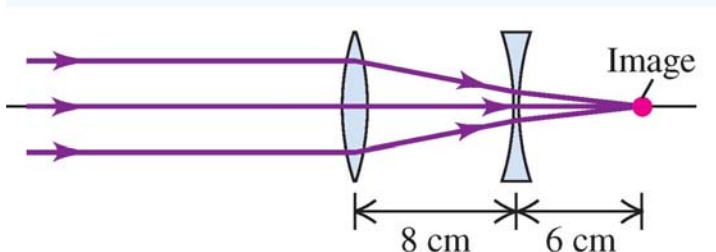


Zoom lins: Kombination av flera linsar



Linserna är nära varandra:

Långt brännpunkts avstånd
Telefoto lins



Linserna mer separerade:

Kortare brännpunktsavstånd
Vidvinkel lins



Geometrisk optik Kameran



4.6 - 23.0 mm
1:3.2 - 6.5

Brännpunkts avstånd: $f = 4.6 - 23.0$ mm
 $f_{\text{nummer}} = 3.2 - 6.5$



18 - 135 mm
1:3.5 - 5.6

Brännpunkts avstånd: $f = 18 - 135$ mm
 $f_{\text{nummer}} = 3.5 - 5.6$



Geometrisk optik Problem



Del 18. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

0



Geometrisk optik

Problem



En telefoto lins har brännpunktsavståndet 200 mm och f-värden mellan $f/2.8$ och $f/22$.

Vilka bländardiametrar motsvarar $f/2.8$ och $f/22$?

Vad är skillnaden i exponering mellan $f/2.8$ och $f/22$?

$$f_{\text{nummer}} = f / D$$

$$D = \frac{f}{f\text{-number}} = \frac{200 \text{ mm}}{2.8} = 71 \text{ mm}$$

$$D = \frac{200 \text{ mm}}{22} = 9.1 \text{ mm}$$

$$\text{Exponering} \sim 1 / f_{\text{nummer}}^2$$

$$\text{Maximal exponering} = C / 2.8^2$$

$$\text{Minimal exponering} = C / 22^2$$

$$\text{Maximal / Minimal} = 22^2 / 2.8^2 = 62$$



Geometrisk optik

Ögat



Del 19. Ögat



1936 var 9% av svenska rekryter närsynta.
2009 var 38% av svenska rekryter närsynta.

Anledningen: Tid tillbringad utomhus (exponering till dagsljus).

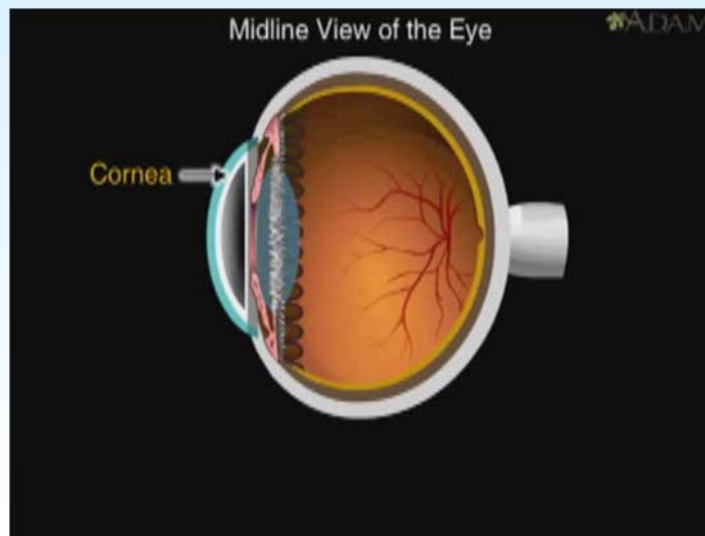


Geometrisk optik

Ögat



Ögats funktion



<https://www.youtube.com/watch?v=YcedXDN6a88>

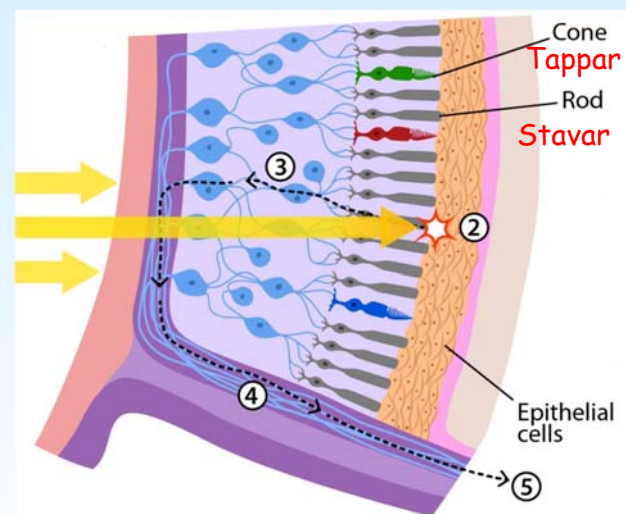
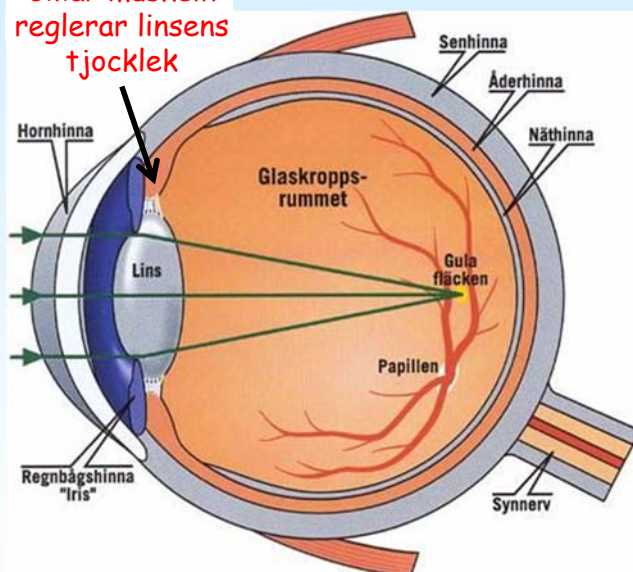


Geometrisk optik

Ögat



Ciliar muskeln reglerar linsens tjocklek



Stavar: Mycket ljuskänsliga. Används för mörkerseende i svart och vitt

Tappar: Tre typer (röd, blå, grön). Används för att se färg.

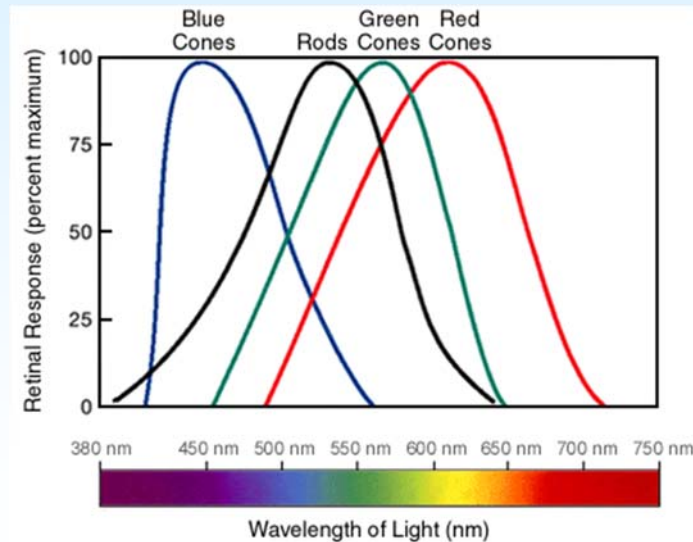


Geometrisk optik

Ögat



Det mänskliga ögats känslighet för olika våglängder.



Geometrisk optik

Ögat

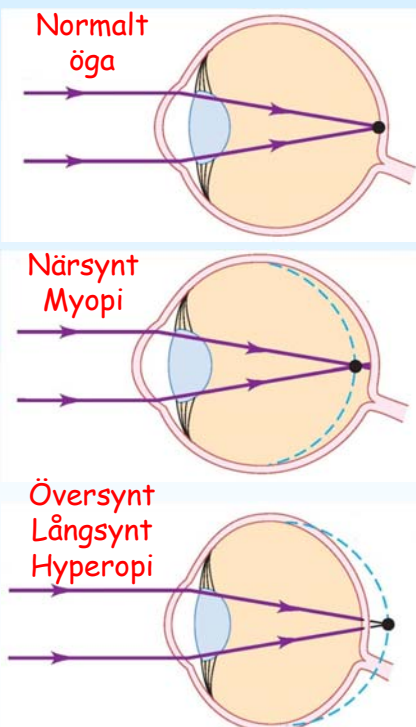


När punkten: kortaste avståndet till ögat vid vilken människor kan se klart (från 7cm vid 10 års ålder till 40 cm vid 50 års ålder för normalt ögat).

Normalt läsavstånd: antas vara 25 cm när man utformar korrektionslinsar.

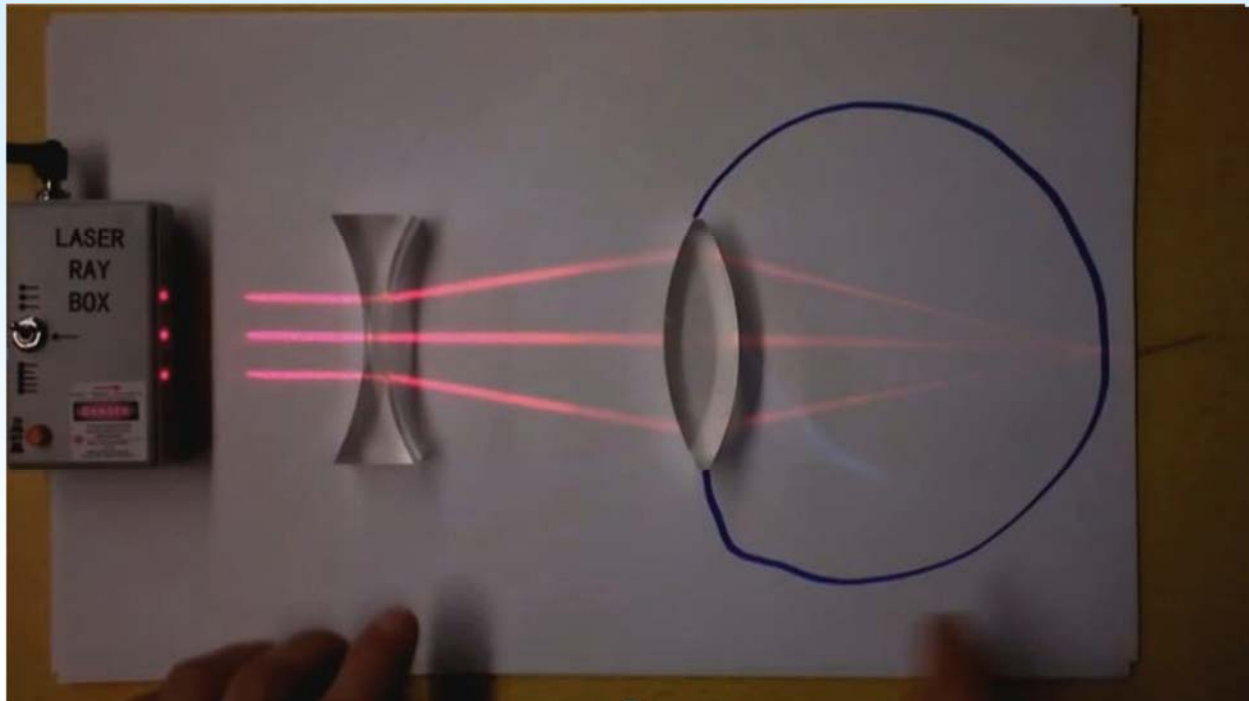
Fjärr punkten: Längsta avståndet till ögat vid vilken människor kan se klart.

Linsar för korrigeringar anges i dioptrier:
Lins styrka = $1/f$ (enhet: dioptrier = m^{-1})





Geometrisk optik Ögat



https://www.youtube.com/watch?v=VDehC_Txa1U

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

101



Geometrisk optik Problem



Del 20. Problem lösning

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x-5} = 5$$

9

Vincent Hedberg - Lunds Universitet

102

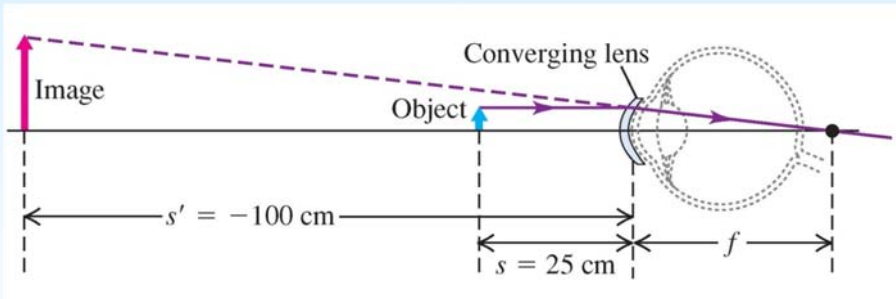


Geometrisk optik Problem



Ett översynt öga har närpunkten på ett avstånd av 100 cm.

Vilken linsstyrka behövs för att närpunkten ska flyttas till 25 cm ?



Med ett föremål på $s = 25$ cm från korrektionslinsen vill vi att bilden ska hamna vid $s' = 100$ cm för det är den närmsta punkten ögat kan se skarpt.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{+25 \text{ cm}} + \frac{1}{-100 \text{ cm}}$$

$$f = +33 \text{ cm}$$

Lins styrka = $1/f = 1/0.33 \text{ m}^{-1} = 3$ dioptrier

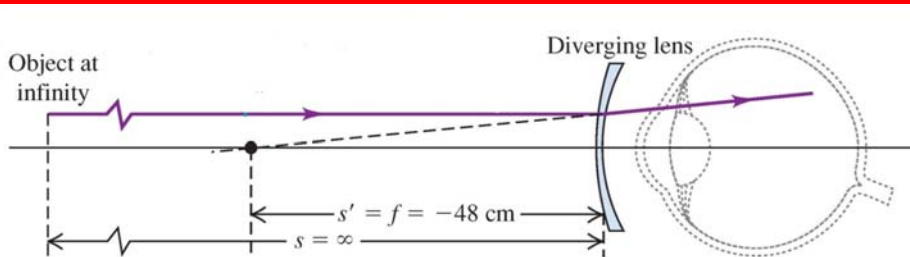


Geometrisk optik Problem



Ett närsynt öga har fjärrpunkten på ett avstånd av 50 cm.

Vilken linsstyrka behövs för att korrigera ögat om linsen sitter 2 cm framför ögat?



Linsen ska flytta fjärrpunkten från 50 cm till oändligt långt bort. Korrektionslinsen ska därför ha $s = \infty$ och $s' = 50 - 2 = 48$ cm.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-48 \text{ cm}}$$

$$f = -48 \text{ cm}$$

OBS

Lins styrka = $1/f = -1/0.48 \text{ m}^{-1} = -2.1$ dioptrier

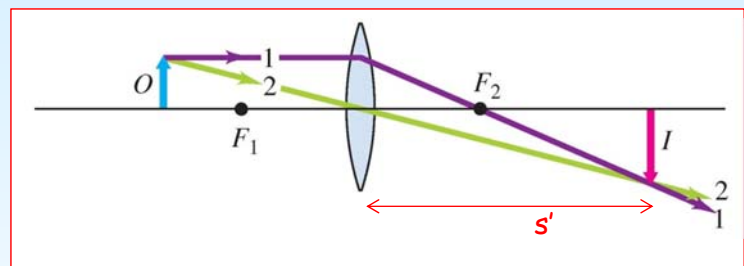


Del 21. Förstoringsglas

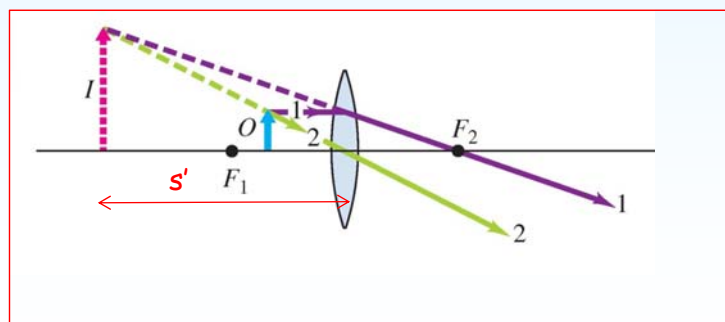


Ett förstoringsglas är en konvex lins.

Håller man ett förstoringsglas långt borta från ögat (armlängds avstånd) kan man se en förstörd och upp och ner vänd bild.



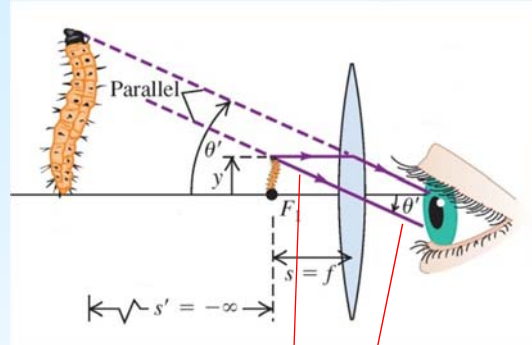
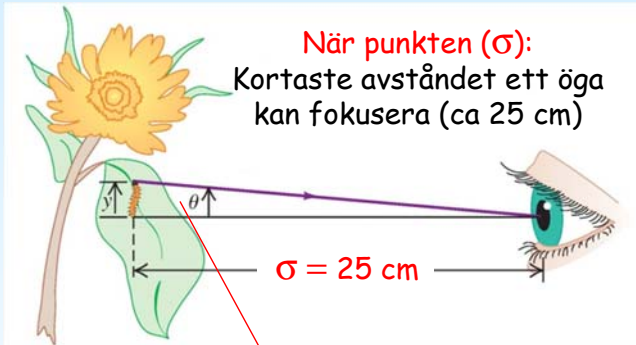
Normal användning av ett förstoringsglas är att sätta objektet mellan brännpunkten och glaset för att få en förstörd upprätt bild.





Geometrisk optik

Förstoringsglas



Maximal vinkel utan
förstoringsglas

$$\tan(\theta) \approx \theta = \frac{y}{\sigma} \approx \frac{y}{25 \text{ cm}}$$

Maximal vinkel med
förstoringsglas

$$\tan(\theta') \approx \theta' = \frac{y}{f}$$

När objektet är i brännpunkten använder
man vinkel förstoring (M) i stället för
lateral förstoring (m).

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{y/f}{y/\sigma} = \frac{\sigma}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{f}$$

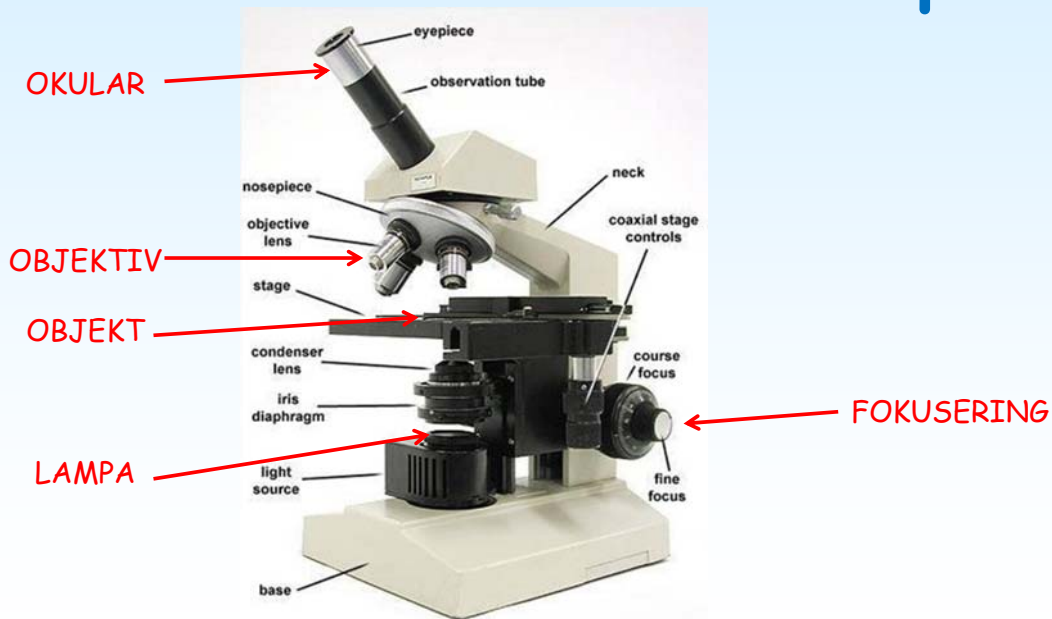


Geometrisk optik

Mikroskop

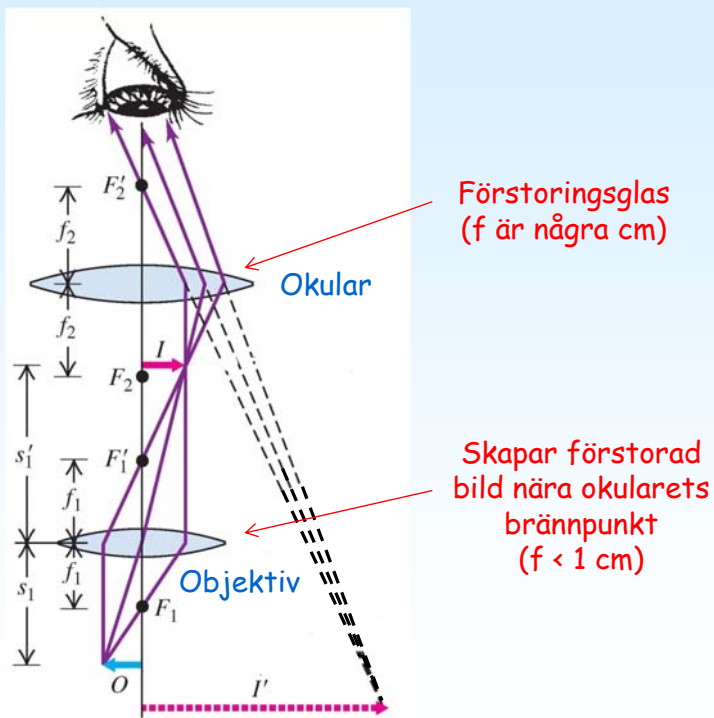
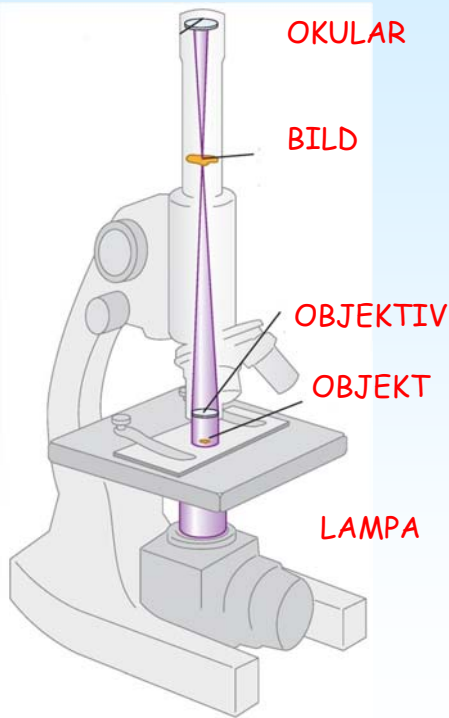


Del 22. Mikroskop

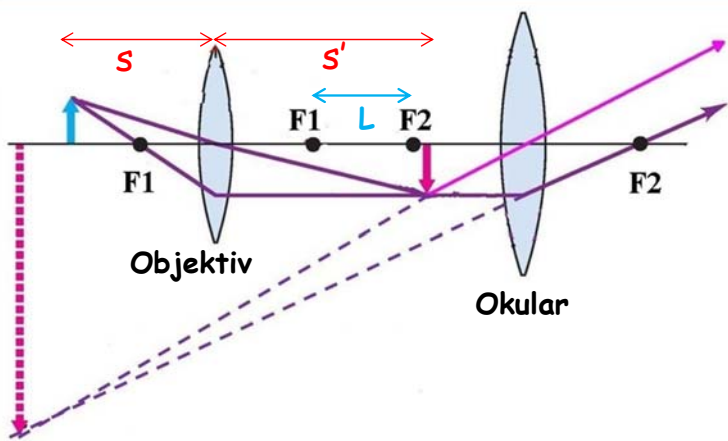




Geometrisk optik Mikroskop



Geometrisk optik Mikroskop



OKULAR

Vinkel förstoringen av ett förstoringsglas:

$$M = \frac{\sigma}{f} \quad \text{where } \sigma = 25 \text{ cm}$$

OBJEKTIV

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \Rightarrow s = \frac{s'f}{s' - f} \quad s' \approx f + L$$

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{s' - f}{f} \approx -\frac{f + L - f}{f} = -\frac{L}{f}$$

MIKROSKOP

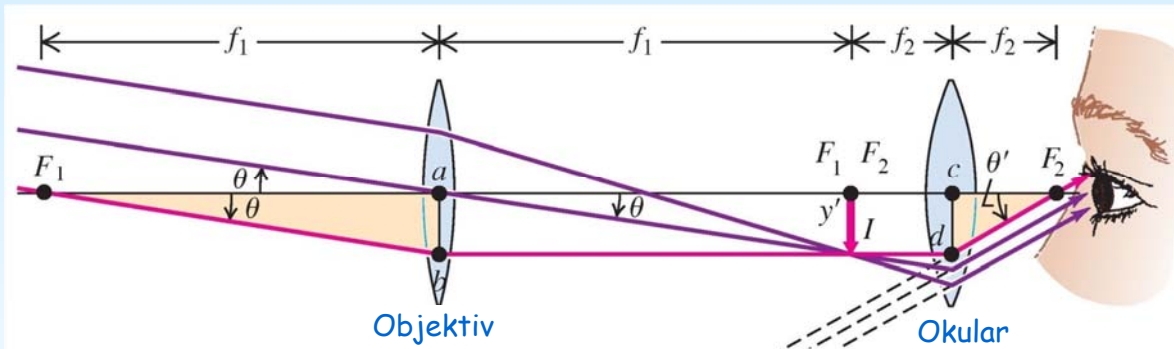
Förstoring:

$$M = m_1 M_2 = -\frac{s'_1 \sigma}{s_1 f_2} = -\frac{L \sigma}{f_1 f_2}$$

σ är närpunkts avståndet vilket är typiskt 25 cm



Del 23. Teleskop



Föremålet är oändligt långt borta så bilden kommer att vara i brännpunkten av objektivet.

$$\tan(\theta) = \theta = \frac{-y'}{f_1}$$

Okularet fungerar som ett förstöringsglas med bilden I i dess brännpunkt.

$$\tan(\theta') = \theta' = \frac{y'}{f_2}$$

Ett teleskops vinkelförstoringen är definierad som förhållandet mellan vinkeln av bilden till det av det inkommande ljuset.

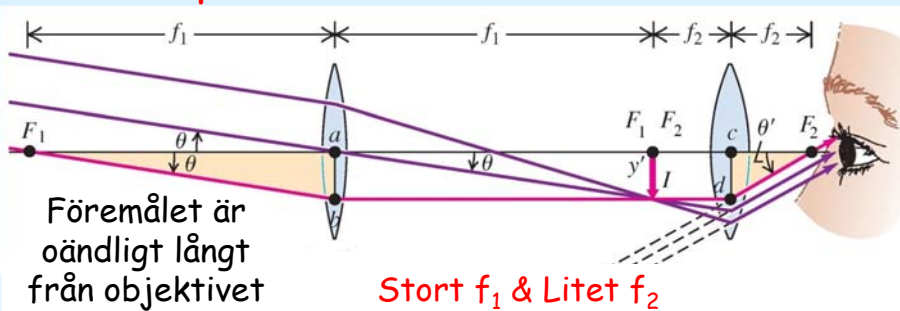
$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{y'/f_2}{y'/f_1} = -\frac{f_1}{f_2}$$



Geometrisk optik Teleskop



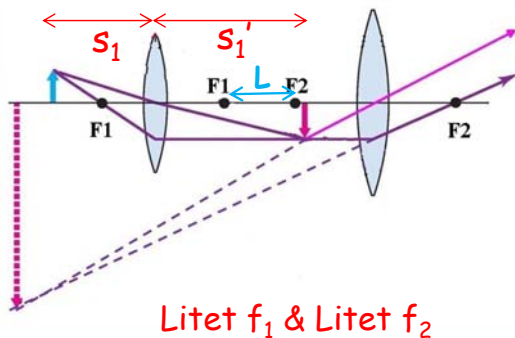
Teleskop



$$M = -\frac{f_1}{f_2}$$

Mikroskop

Föremålet är nära objektivet



$$M = m_1 M_2 = -\frac{s_1'}{s_1} \frac{\sigma}{f_2} = -\frac{L\sigma}{f_1 f_2}$$

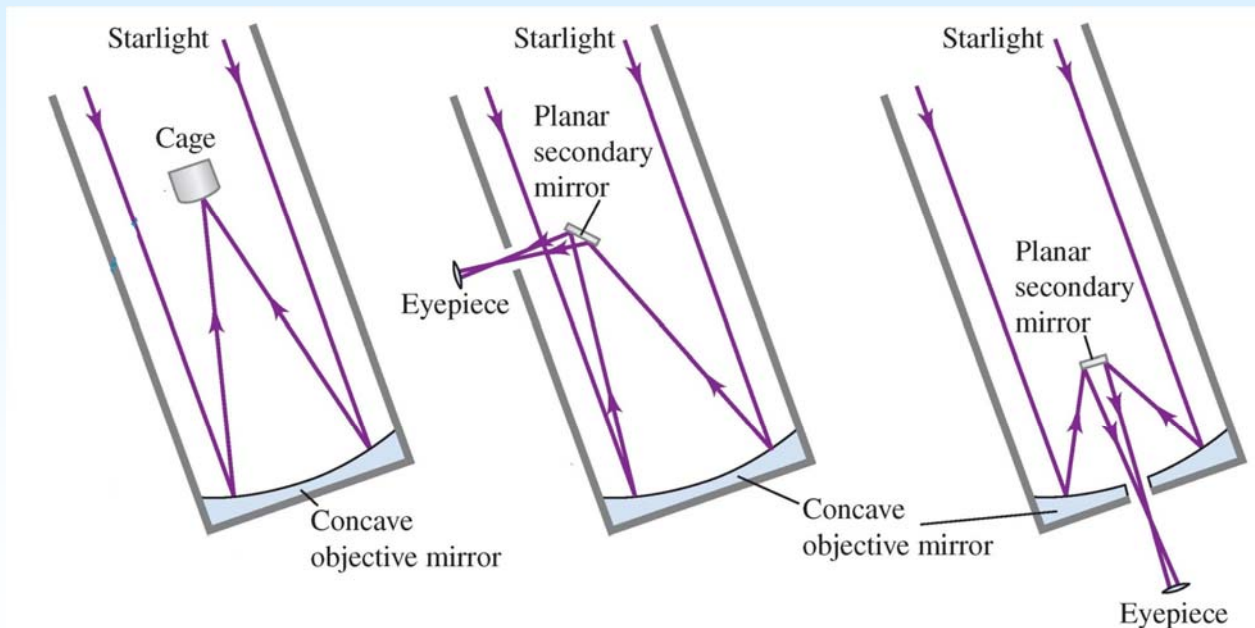
σ är närpunkten (typiskt 25 cm)



Geometrisk optik Teleskop



Olika typer av spegel teleskop

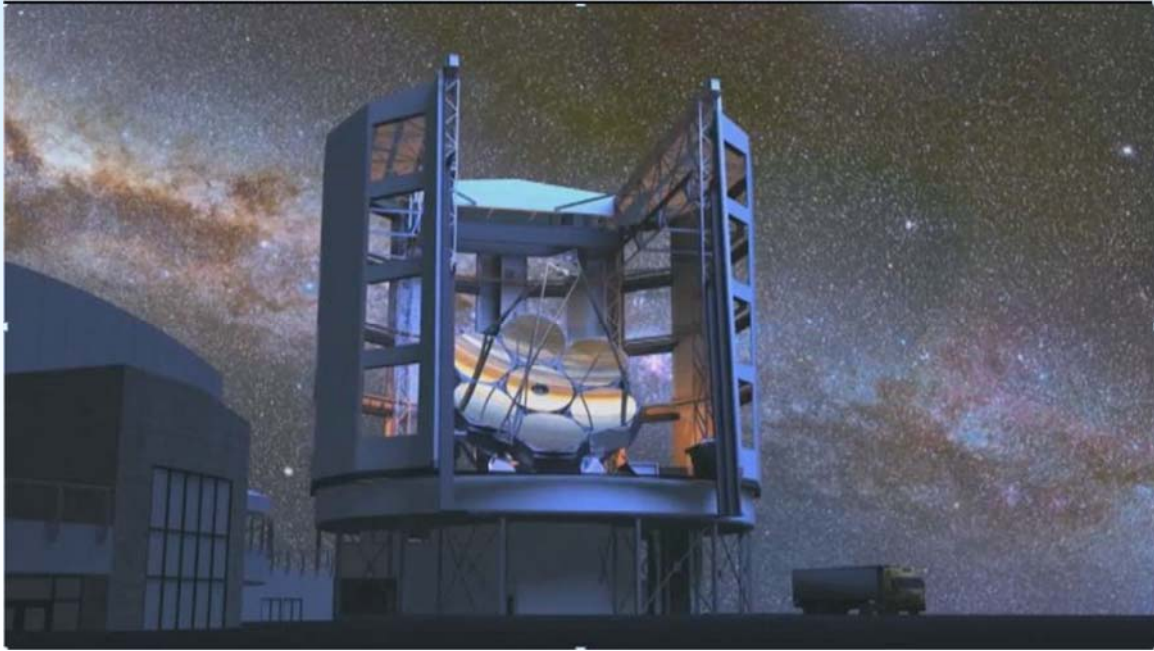




Geometrisk optik Teleskop



The Giant Magellan Telescope - världens största !



<https://www.youtube.com/watch?v=7bzD8VEKMKQ>